

Déterminer les lois de commande en effort d'un mécanisme à l'équilibre

IPSI/PCS

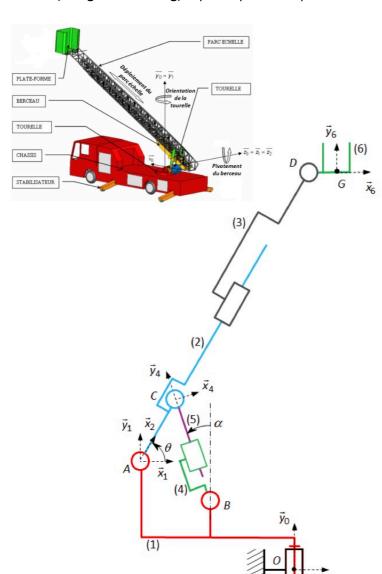
Travaux Dirigés n°13 suite Principe Fondamental de la Statique (PFS)

EXERCICE 6 : Echelle EPAS	page 1
EXERCICE 7 : Coinceur	page 3
EXERCICE 8: Pèse lettre	page 4
EXERCICE 9 : Aide au démarrage en pente	page 6

EXERCICE 6: Echelle EPAS

On s'intéresse à une Echelle Pivotante Automatique à commande Séquentielle (EPAS). Ce système, conçu et commercialisé par la société CAMIVA, est monté sur le châssis d'un camion de pompiers et permet de déplacer une plate-forme pouvant recevoir deux personnes et un brancard (charge maxi 270 kg) le plus rapidement possible et en toute sécurité.





Le système est représenté sous forme de schéma cinématique ci-contre.

Ce système est constitué de six solides, listés ci-dessous avec leur repère lié :

- châssis (0), $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$;
- tourelle (1), $R_1(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$;
- berceau (2), $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$;
- parc échelle (3), $R_3(A, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$;
- corps du vérin de dressage (4), $R_4(B, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$;
- tige du vérin de dressage (5), $R_5(B, \vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z}_5)$;
- plate-forme (6), $R_6(G, \vec{x}_6, \vec{y}_6, \vec{z}_6)$.

$$\overrightarrow{AC} = c \vec{x}_2$$
 avec c=2 m

$$\overrightarrow{CD} = d \vec{x}_2$$

$$\overrightarrow{DG} = e \vec{x}_6$$
 avec e=1 m

Quels que soient les mouvements, le système impose à la plate-forme (6) de rester horizontale.

Hypothèse: On néglige le poids des différents éléments autres que la plate-forme afin de n'étudier que le seul effet du poids de celle-ci sur les actions mécaniques mises en jeu.

Le système comprend 4 actionneurs :

- Un motoréducteur **M1** délivrant un couple C_{01} . $\overrightarrow{y_0}$ de (0) sur (1),
- Un vérin de dressage **V** (4+5) délivrant une force F_{12} . $\overrightarrow{y_4}$ passant par C de (1) sur (2),
- Un motoréducteur linéaire **M2** délivrant une force F_{23} . $\overrightarrow{x_2}$ passant par D de (2) sur (3),
- Un motoréducteur **M3** délivrant un couple C_{36} . $\overrightarrow{Z_1}$ de (3) sur (6).

Question 1 : Représenter sur le schéma cinématique les actions mécaniques du vérin, des motoréducteurs et de la pesanteur.

Question 2 : Réaliser le graphe d'analyse de ce système.

Dans notre étude, on cherche à déterminer, entre autres, l'effort que doit fournir le vérin de dressage. On le fera donc apparaître uniquement sous la forme d'une action mécanique et non pas comme un ensemble de solides (4+5).

On se place dans la position $\theta = \alpha = 45^{\circ}$ et le parc échelle est déployé au maximum : d = 15 m.

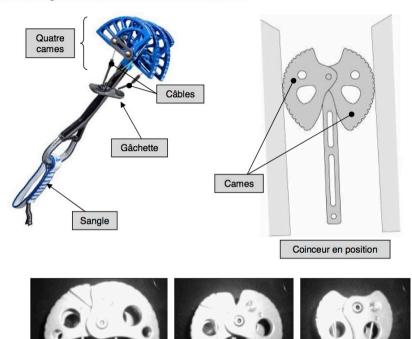
Question 3: Déterminer le couple C_{36} que doit fournir le motoréducteur M3 afin de maintenir la plate-forme à l'équilibre par rapport au parc échelle.

Question 4: Déterminer l'effort F_{23} que doit fournir le motoréducteur M2 afin de maintenir le parc échelle à l'équilibre par rapport au berceau.

Question 5: Déterminer l'effort F_{12} que doit fournir le vérin V afin de maintenir le berceau à l'équilibre par rapport à la tourelle.

EXERCICE 7: Coinceur

Cet équipement (voir photos ci-dessous) permet à un alpiniste de placer un point d'ancrage dans une fissure de largeur adaptée. Ce coinceur est prévu pour se bloquer même si les bords de la fissure sont parallèles, ceci grâce au frottement des cames sur le rocher.



Ce coinceur à double cames est principalement constitué d'un axe sur lequel sont articulées deux cames, d'une tige souple attachée à l'axe, d'une sangle qui termine la tige, de ressorts de torsion de câbles et d'une gâchette.

Position intermédiaire

Position « repliée »

Les ressorts tendent à faire tourner les cames par rapport à l'axe dans le sens de l'écartement des profils des cames, ce qui permet la mise en contact avec les parois de la fissure.

La gâchette et les câbles permettent de rendre le système moins encombrant en faisant pivoter les cames dans le sens « replié » et rendent ainsi possible la mise en place dans la fissure. La photo ci-dessus montre trois positions d'écartement possibles.

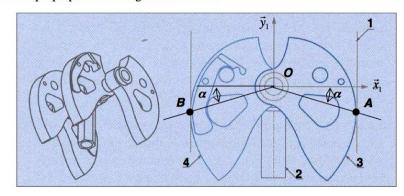
Le système est autobloquant : si les conditions de géométrie de la fissure, de frottement et de direction de la charge sont vérifiées, le coinceur reste en adhérence entre les deux parois de la fissure indépendamment de la valeur de la charge suspendue à la sangle.

Les quatre cames sont à rotation indépendantes et permettent au coinceur de fonctionner avec stabilité pour des parois non strictement parallèles.

Le modèle étudié est caractérisé pour une charge nominale de 14 kN et un écartement de fissure de 43 à 66 mm.

Hypothèses d'étude :

Le parallélisme entre les deux faces de la fissure, la position dans laquelle le coinceur est mis en place ainsi que la direction de la charge par rapport à la fissure permettent de faire une modélisation plane du mécanisme telle que proposée sur la figure ci-dessous.



On considère une charge appliquée à l'ensemble 2, constitué de l'axe et de la sangle, modélisée par un glisseur de résultante $-P\vec{y}_1$. Son module P vaut 14 kN, il est parallèle à la fissure et son axe central passe par le point O.

Les cames 3 et 4 sont supposées en contact ponctuel avec la paroi 1, respectivement aux points A et B, et en liaison pivot parfaite d'axe $(O \vec{z}_1)$ avec l'axe 2.

La masse totale du coinceur est de l'ordre de 150 g. On négligera donc le poids des différentes pièces ainsi que les actions de rappel des ressorts devant la valeur de la charge P appliquée.

TRAVAIL DEMANDE

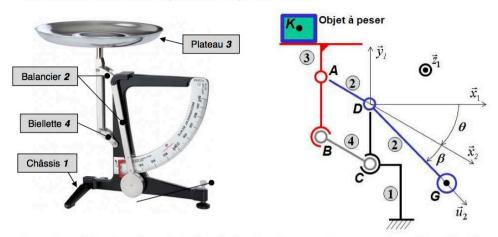
<u>Objectif</u>: déterminer dans les conditions étudiées le facteur de frottement f minimal au contact cameparoi pour assurer le coincement du dispositif.

- Q1) En supposant l'équilibre du coinceur réalisé, déterminer l'action de la paroi 1 sur la came 3 en fonction de la charge P appliquée.
- Q2) En déduire le facteur de frottement f minimal entre cames et rocher permettant d'assurer le coincement.

Position écartée

EXERCICE 8: Pèse lettre

On considère la table élévatrice présenté sur la photo ci-dessous :



Lorsqu'un objet est posé sur le plateau 3, le mécanisme prend une nouvelle position d'équilibre caractérisée par un angle θ dont la valeur est relevée par le biais d'un index placé devant une graduation donnant directement la masse M de l'objet.

Paramétrage : le pèse-lettre étudié comporte quatre ensembles :

- Un châssis I auquel est associé la base $B_1(\vec{x}_1 \ \vec{y}_1 \ \vec{z}_1)$ avec \vec{y}_1 orientant la verticale ascendante.
 - On pose : $\overrightarrow{CD} = a \vec{y}_1$.
- Un balancier 2 assimilable à une ligne brisée ADG. Il est en liaison pivot d'axe $D\vec{z}_1$ avec le châssis 1. On lui associe la base $B_2(\vec{x}_2 \ \vec{y}_2 \ \vec{z}_2)$ avec $\vec{z}_1 = \vec{z}_2$.

On pose : $\theta = (\vec{x}_1 \ \vec{x}_2)$.

L'angle de brisure est noté β avec $\beta = cte = (\vec{x}_2 \ \vec{u}_2)$.

A noter que ces deux angles sont négatifs...

La masse totale du balancier vaut m_2 , elle est concentrée principalement au point G qui sera considéré comme centre de gravité du balancier complet.

On pose : $\overrightarrow{AD} = b \vec{x}_2$ et $\overrightarrow{DG} = e \vec{u}_2$.

• Un plateau 3 de masse m_3 sur lequel est posé l'objet à peser de masse M et de centre de gravité K. Il est en liaison pivot d'axe $A\vec{z}_1$ avec le balancier 2 et en liaison sphérique de centre B avec la biellette 4. Le centre de gravité de ce balancier est sur la droite (AB).

On pose : $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD} = a \overrightarrow{y}_1$ et $\overrightarrow{AK} = -c \overrightarrow{x}_1 + d \overrightarrow{y}_1$.

• Une biellette 4 en liaison sphérique à ses extrémités (centres B et C), de masse négligée.

On pose : $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} = b\vec{x}_2$

Hypothèses :

- Le problème est supposé plan : plan $(A \vec{x}_1 \vec{y}_1)$.
- Les liaisons sont supposées parfaites.

TRAVAIL DEMANDE

Objectifs: mettre en place la relation liant la masse M de l'objet posé sur le plateau en fonction de l'angle de rotation θ . Montrer ensuite que la position de l'objet sur le plateau n'a pas d'influence sur la mesure de sa masse.

 $PREMIERE PARTIE \qquad \Longrightarrow \boxed{\theta = 0}$

Nous allons d'abord faire l'étude du système dans le cas particulier où l'angle θ est nul.

- Q1) Justifier pourquoi les actions mécaniques au niveau des quatre liaisons du mécanisme en A, B, C et D sont modélisables par de simples glisseurs.
- **Q2)** Expliquer pourquoi les points d'application des glisseurs représentatifs des actions mécaniques aux quatre liaisons (deux pivots en A et D, deux sphériques en B et C) sont le centre de leur liaison respective.
- Q3) Pour une étude statique du mécanisme indiquer, en le justifiant, quel serait le premier isolement à effectuer.
- Q4) Montrer que, dans cette configuration particulière ($\theta = 0$), l'effort en B de 4 sur 3 est obligatoirement horizontal.
- **Q5**) Isoler le plateau 3 associé à l'objet posé dessus afin de déterminer la composante verticale Y_{23} du glisseur $F_{2\rightarrow 3}$.
- **Q6)** Isoler maintenant le balancier 2 pour mettre en place l'équation issue du théorème du moment statique (TMS) écrit au point D et en projection sur \vec{z}_1 .
- ${\it Q7}$) Déduire des deux questions précédentes l'expression de la masse ${\it M}$ en fonction des paramètres du système.

Calculer la masse M de l'objet, permettant d'avoir cette configuration particulière ($\theta = 0$), à partir des valeurs numériques suivantes :

 $\beta = 15^{\circ}$ b = 4.5 cm e = 7 cm $m_2 = 50 \text{ g}$ $m_3 = 20 \text{ g}$

$\boxed{\textbf{DEUXIEME PARTIE}} \quad \Longrightarrow \quad \theta \neq 0$

Etudions maintenant le cas général où l'angle θ est quelconque (attention : il est paramétré comme étant négatif !...).

- Q8) Isoler la biellette 4 afin de connaître la direction de la ligne d'action (axe central du glisseur) de l'action mécanique de 3 sur 4 agissant au point B. Idem pour la ligne d'action de l'action mécanique de 1 sur 4.
- **Q9)** Isoler le plateau **3** associé à l'objet posé dessus afin d'obtenir trois équations en fonction notamment de la norme $\|\overrightarrow{F_{4\to 3}}\|$ du glisseur agissant au point **B** de la biellette **4** sur **3**; écrire l'équation des moments (**TMS**) au point **B** et en projection sur \vec{z}_1 .
- **Q10**) Isoler maintenant le balancier 2 en écrivant le théorème du moment statique (*TMS*) au point D et en projection sur \vec{z}_1 . Obtenir ainsi une équation liant les composantes de l'action mécanique $F_{3\to 2}$ à la valeur de la masse du balancier m_2 .
- Q11) Déduire des deux questions précédentes la relation donnant l'angle de sortie θ en fonction de la masse M de l'objet posé sur le plateau 3.

La position de l'objet sur le plateau 3 a-t-elle une conséquence sur l'angle θ ?

- Q12) Retrouve-t-on l'équation mise en place dans la première partie pour $\theta = 0$?
- **Q13**) On souhaite avoir un angle θ de -70° en l'absence de masse posée sur le plateau 3, calculer alors la masse m_2 du balancier 2 (contrepoids à mettre en place au point G).

On utilisera les valeurs numériques suivantes :

$$\beta = 15^{\circ}$$
 $b = 4.5 \text{ cm}$ $e = 7 \text{ cm}$ $m_3 = 20 \text{ g}$

- Q14) La configuration maximale possible correspond à la position angulaire pour laquelle le segment [DG] est horizontal, calculer alors la valeur maximale M_{max} de la masse que l'on peut peser.
- Q15) Comment pourrait-on modifier le mécanisme afin de disposer de plusieurs plages de mesure pour la masse de l'objet à peser ?

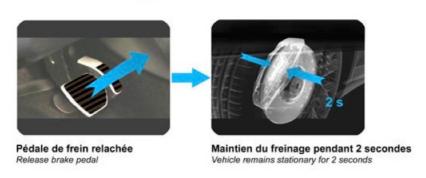
EXERCICE 9 : Aide au démarrage en pente

La nouvelle Renault Mégane est dotée d'un frein de stationnement électrique permettant l'automatisation de la fonction, et l'apport de fonctionnalités nouvelles.

L'aide au démarrage en pente apporte un réel confort de conduite au conducteur. À chaque coupure du moteur, le frein de stationnement est automatiquement serré. Il se desserre au redémarrage dès que le couple moteur nécessaire pour avancer est atteint.

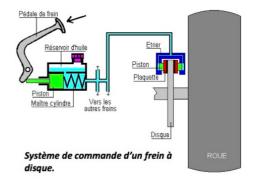
Pour l'utilisateur, il offre une assistance pour les démarrages et les manœuvres en pente. Afin de faciliter la manœuvre du démarrage en côte tant redoutée par un grand nombre de conducteurs, le frein de stationnement reste actif jusqu'à 2 secondes après le lâcher de la pédale de frein. Cela laisse le temps au conducteur de passer de la pédale de frein à celle d'accélérateur sans risquer un mouvement non contrôlé de son véhicule vers le bas de la pente. Cette aide au démarrage s'active dès 3% de pente dans les deux sens de déplacement.

Aide au démarrage en pente I Hill start assistance



Ce système, redondant avec le système de freinage usuel, est composé d'un moteur électrique assurant le maintien en position du piston des maîtres cylindres **des freins arrière** lorsque le conducteur relâche la pédale de frein.

Son calculateur contrôle le dosage de l'effort à appliquer, en fonction de la pente, pour immobiliser le véhicule. Un programme de réajustement de l'effort de freinage veille en permanence sur l'efficacité du serrage, par exemple lors d'un chargement du véhicule en pente ou sous une forte variation de température



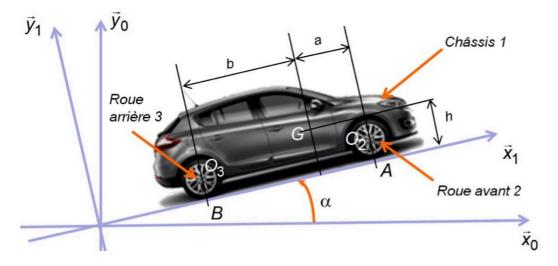
Hypothèses et données :

- problème considéré plan dans le plan médian de la voiture,
- toutes les liaisons supposées parfaites sauf celles entre les roues et le sol.
 Coefficient d'adhérence pneu/sol: f = 0,6,
- véhicule supposé maintenu à l'équilibre, sur un sol 0 de pente α par le dispositif de frein de stationnement électrique qui n'agit que sur les roues arrière 3,

L'action de ce frein est modélisée par un couple de freinage entre le châssis 1 et les roues arrière 3 :

$$\overrightarrow{C_{1}}_{\overbrace{1}\overset{frein}{\longrightarrow}3}=C_{f}.\overrightarrow{z_{1}}$$

- position du centre de gravité du châssis 1 avec 4 passagers : a = 0,9 m, b = 1,40 m et h = 0,9 m,
- masse du châssis 1 avec 4 passagers : M = 1 300 Kg,
- masse des roues négligeables,
- diamètre d'une roue 205/55 R15 : D = 648 mm.



Notation:

Dans tout le problème, on notera

$$\left\{T_{i\to j}\right\} = \begin{cases} X_{ij} & L_{ij} \\ Y_{ij} & M_{ij} \\ Z_{ij} & N_{ij} \end{cases}_{B_i}$$

le torseur des actions mécaniques de contact du solide i sur le solide j, au point K, dans la base B_i.

Objectif : Afin de dimensionner le moteur qui assure le frein de stationnement électrique, déterminer :

- la pente limite en % acceptable au-delà de laquelle le véhicule glisse par rapport au sol ;
- la pente limite en % acceptable au-delà de laquelle le véhicule bascule en arrière ;
- le couple de freinage qu'il faut exercer sur les roues arrière dans le cas le plus défavorable.

Modélisation de l'action mécanique du sol 0 sur les roues :

On considère le contact entre les roues et le sol comme ponctuel.

Question 1: Réaliser un schéma modélisant ce contact sur lequel on fera apparaître toutes les grandeurs utiles permettant d'orienter la résultante de l'action mécanique de contact $\overrightarrow{F_{0\to 2}}$ (respectivement $\overrightarrow{F_{0\to 3}}$) du sol sur la roue avant (respectivement sur la roue arrière) en phase d'adhérence.

En déduire la forme du torseur de l'action mécanique du sol sur la roue avant (respectivement la roue arrière). Respecter les notations ci-dessus.

Détermination des pentes limites :

Question 2: Réaliser le graphe d'analyse.

<u>Remarque</u>: Compte tenu de la modélisation plane, on ne considèrera qu'une roue avant et qu'une roue arrière sur le modèle.

Question 3: Isoler la roue 2, effectuer le bilan des actions mécaniques extérieures (BAME) appliquées à 2 et appliquer le principe fondamental de la statique (PFS) afin de monter que $X_{02} = 0$. On précisera l'équation utile issue du PFS qui permet de le montrer.

Question 4: Isoler l'ensemble 1+2+3, effectuer le BAME et exprimer Y_{02} , X_{03} et Y_{03} en fonction de M et des caractéristiques géométriques.

Question 5: À l'aide des résultats de la question 4 et en traduisant la condition de glissement du véhicule, exprimer α_g , pente limite à partir de laquelle **le véhicule glisse par rapport au sol**.

Effectuer l'application numérique et convertir cet angle en %.

Question 6 : Quelle est la condition traduisant le basculement du véhicule en arrière ? En déduire α_b , pente limite à partir de laquelle le véhicule bascule en arrière.

Effectuer l'application numérique et convertir cet angle en %.

Question 7 : Isoler la roue 3, effectuer le BAME, appliquer le PFS et en déduire l'expression du couple de freinage C_f permettant de maintenir le véhicule à l'équilibre dans le cas le plus défavorable.