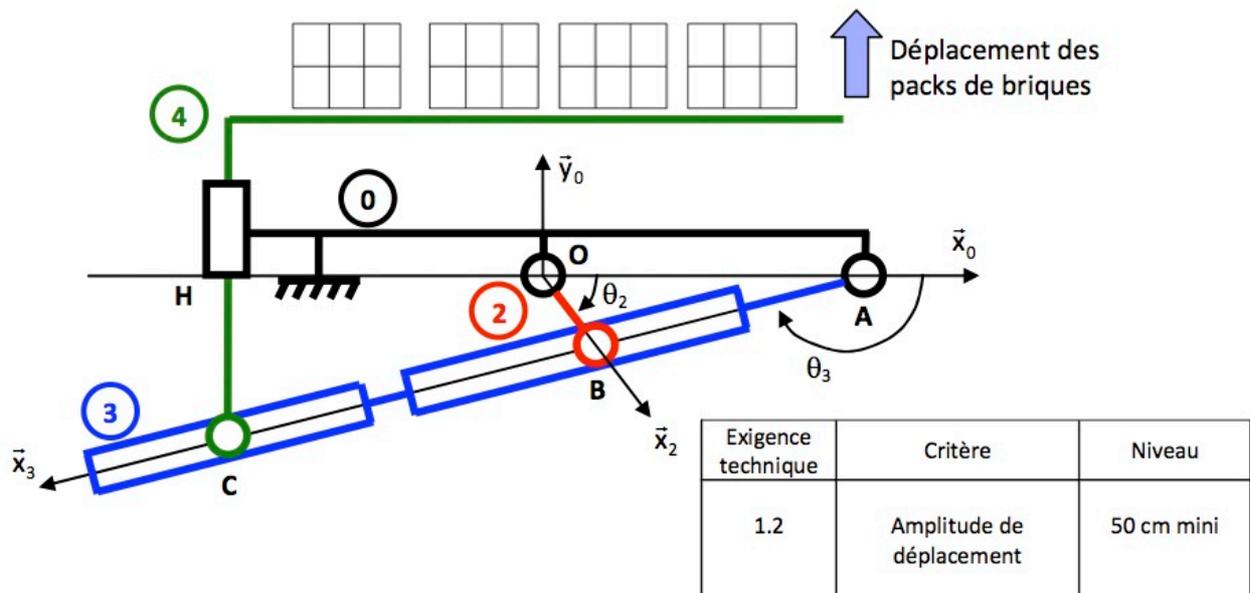


Exercice 1 : Palettiseur pour l'industrie laitière

Les briques de lait de 1L sont stockées par groupe de 6, et déposée sur des palettes (ce qui facilite leur transport dans les camions). Dans une chaîne de conditionnement de briques de lait, on utilise souvent des poussoirs qui poussent tout un lot de 6 briques de lait. On se propose d'étudier un de ces poussoirs dont on donne le modèle ci-dessous ainsi qu'un extrait de cahier des charges fonctionnel. L'objectif d'étude est de vérifier si le système permet d'atteindre l'exigence demandée.



Le bâti 0 est fixe. Un motoréducteur anime en rotation la manivelle 2. Par l'intermédiaire d'une liaison en B, la manivelle 2 déplace la tige 3 en rotation autour de l'axe (A, \vec{z}_0) qui déplace elle-même le poussoir 4 en translation suivant l'axe \vec{y}_0 .

Données : $\theta_2 = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$; $\theta_3 = (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3)$; $\vec{AB} = \mu \cdot \vec{x}_3$; $\vec{AC} = \lambda \cdot \vec{x}_3$; $\vec{CH} = y \cdot \vec{y}_0$; $\vec{OB} = R \cdot \vec{x}_2$; $\vec{HA} = L \cdot \vec{x}_0$ et ; $\vec{OA} = L_1 \cdot \vec{x}_0$; $R = 0,15\text{m}$; $L = 2 \cdot L_1 = 0,5\text{m}$.

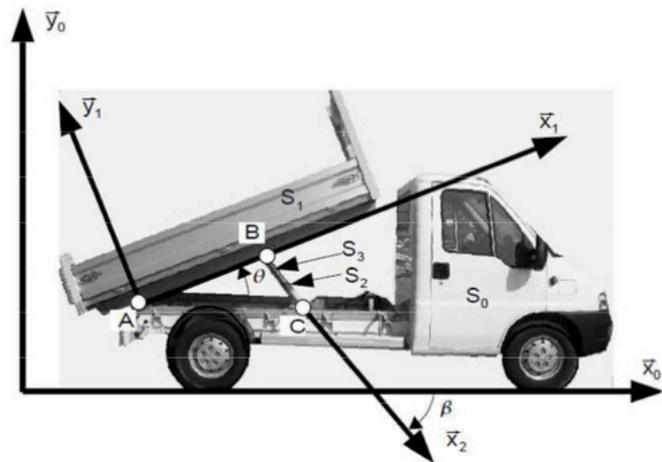
On se place en modèle plan. Les distances λ , μ et y sont variables.

- Q1. Construire de graphe des liaisons du système et représenter les figures géométrales B_2/B_0 et B_3/B_0 .
- Q2. Écrire les équations de fermeture géométrique (OAB) en projection dans la base 0.
- Q3. Écrire les équations de fermeture géométrique (HAC) en projection dans la base 0.
- Q4. Identifier le paramètre cinématique d'entrée et le paramètre cinématique de sortie du système.
- Q5. En déduire la loi entrée sortie du système $y = f(\theta_2)$.
- Q6. Déterminer l'amplitude de déplacement (=course) du poussoir $\Delta y = y_{\max} - y_{\min}$ en remarquant que les positions extrêmes haute ou basse sont obtenues quand \vec{x}_3 et \vec{x}_2 sont orthogonaux, soit $\theta_2 = \pm 53^\circ$. Conclure vis à vis du cahier des charges.

Exercice 2 : Benne de camion

On s'intéresse à un camion en phase de déchargement dont on donne une description structurale ainsi qu'un extrait de cahier des charges fonctionnel.

Le camion noté S_0 en déchargement soulève l'ensemble S_1 (benne + chargement) de centre de gravité G et de masse $M = 7000$ kg constitué de la benne et de la matière transportée. Un vérin (corps de vérin S_2 et tige S_3) commande le mouvement.



Exigence technique	Critère	Niveau
1.5	Vitesse angulaire de la benne	< 0,5 tr/min

L'objectif est de déterminer la vitesse de rotation de la benne 1 en fonction du débit dans le vérin afin de vérifier la performance en vitesse angulaire de cette benne.

On donne les caractéristiques géométriques suivantes :

$$\overline{AB} = L \cdot \vec{x}_1 \quad \overline{AG} = x_G \cdot \vec{x}_1 + y_G \cdot \vec{y}_1 \quad \overline{BC} = \lambda \cdot \vec{x}_2 \quad \overline{AC} = x_C \cdot \vec{x}_0 + y_C \cdot \vec{y}_0 \quad \theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) \quad \beta = (\vec{x}_0, \vec{x}_2)$$

Q.1. Réaliser le schéma cinématique du système et représenter les figures géométrales.

On donne les caractéristiques du vérin :

- débit volumique d'huile injectée dans le vérin Q (en m^3/s),
- Surface du piston du vérin S (en m^2),
- vitesse de déploiement du vérin V (en m/s).

Q.2. Exprimer le débit Q dans le vérin en fonction de sa vitesse de déploiement V et de la surface du piston S .

Q.3. Écrire l'équation vectorielle de fermeture géométrique linéaire et projeter l'équation vectorielle obtenue dans la base 0.

Q.4. A partir des équations issues de la fermeture géométrique, exprimer λ en fonction de θ .

Q.5. Dériver l'expression obtenue question précédente et déterminer Q en fonction de $\dot{\theta}$ et de θ .

Q.6. L'étude de l'application numérique de la formule précédente aboutit à $\dot{\theta}_{\max} = 70 \cdot Q$. Le vérin délivrant 0,4 Litres/s, conclure quant à la capacité de la benne à satisfaire la performance en vitesse angulaire.

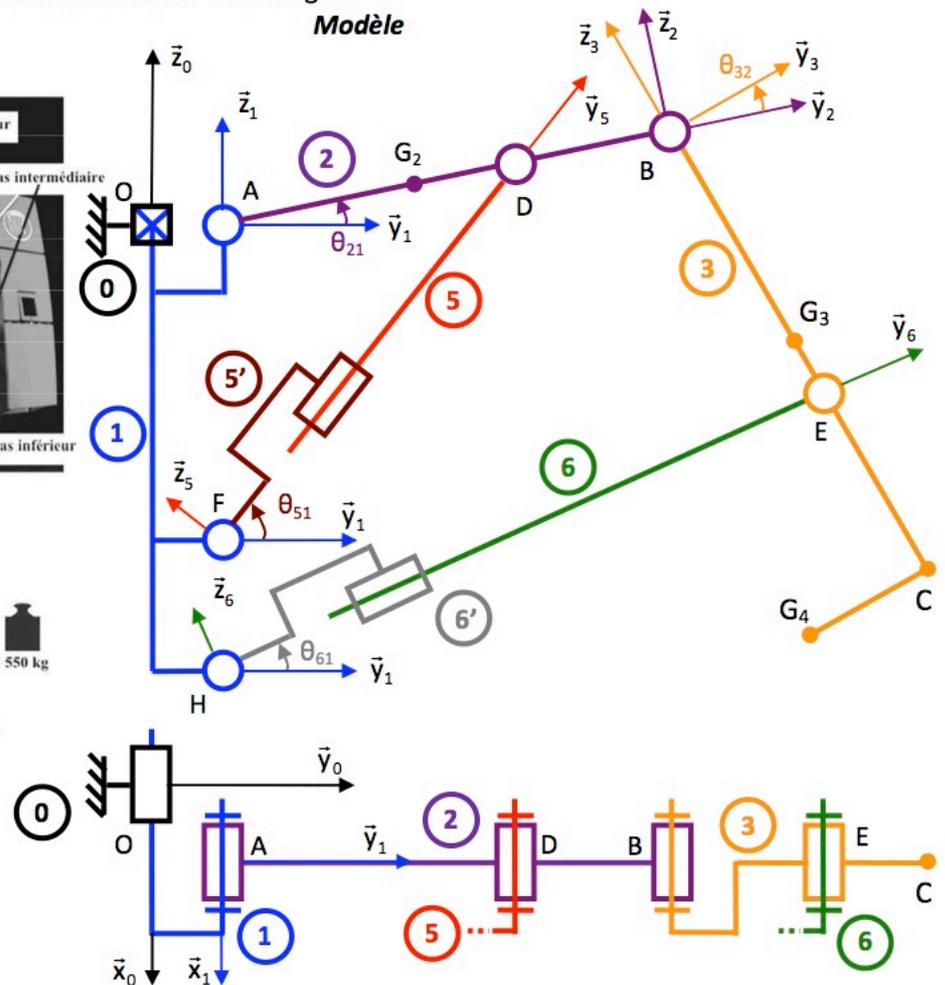
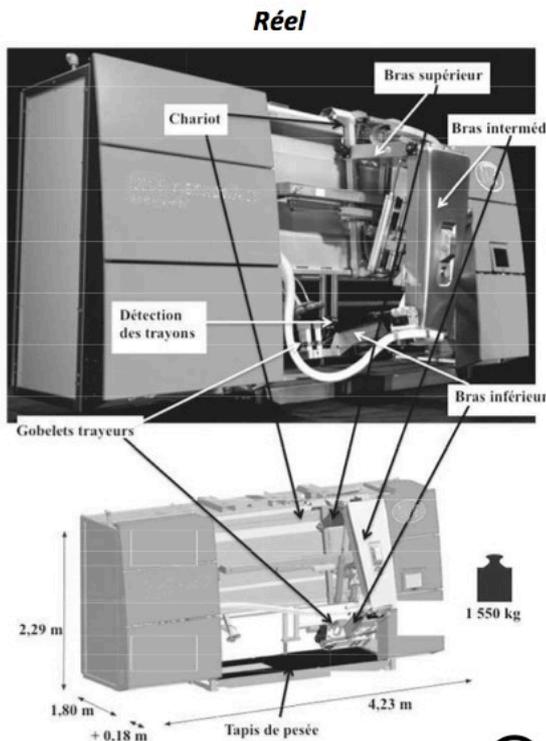
Exercice 3 : *Treilleuse automatique pour vaches*

Les agriculteurs producteurs laitiers sont soumis à des réglementations strictes en termes de respect de l'environnement, de mesures d'hygiène ou de qualité de vie des animaux. De plus la traite des vaches est une opération pénible, répétitive et soumise à des horaires contraignants.

D'autre part, les agriculteurs souhaitent désormais disposer de plus de temps pour gérer leur exploitation agricole et pouvoir concilier vie professionnelle et personnelle. Dans cette optique, des sociétés ont développé des systèmes de traite automatique.



On s'intéresse dans ce sujet à un bras articulé d'une machine de traite automatisée dont on donne une modélisation cinématique ainsi qu'un extrait de cahier des charges.



L'ensemble bras articulé de traite est embarqué sur le chariot 1 monté en liaison glissière d'axe (O, \vec{x}_0) par rapport au bâti 0. Cette liaison permet le déplacement horizontal du bras articulé. Le bras articulé est ensuite composé :

- du bras supérieur 2 en liaison pivot d'axe (A, \vec{x}_1) par rapport au chariot 1. Deux vérins montés en parallèle (seul un des deux des vérins est modélisé ici par l'ensemble corps de vérin 5' + tige de vérin 5) entre le chariot 1 et le bras supérieur 2 assurent les déplacements du bras supérieur 2 ;
- du bras intermédiaire 3, lié au bras supérieur 2 par une liaison pivot d'axe (B, \vec{x}_2) . Un vérin (ici par l'ensemble corps de vérin 6' + tige de vérin 6) monté entre le bras intermédiaire 3 et le chariot 1 assure les déplacements du bras intermédiaire 3 ;
- d'un bras inférieur en liaison complète (encastrement) avec le bras intermédiaire 3. Ce bras inférieur porte le système de branchement aux pis, le système pulsateur, le système de nettoyage par brosses et la tête de traite.

Lorsque la vache est installée dans la machine, la tête de traite est automatiquement positionnée sous la vache, dans une position telle que la tête de traite soit au plus proche des pis de la vache. Par simplification, on modélisera par un point nommé G_4 , la zone de contact de la tête de traite du bras inférieur avec les pis de la vache.

Données :

$R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ repère lié au bâti du robot de traite, supposé galiléen ;

$R_1 = (A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ repère lié au chariot 1 tel que $\vec{OA} = x(t) \cdot \vec{x}_0 + L_1 \cdot \vec{y}_1$;

$R_2 = (B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ repère lié au bras supérieur 2 tel que $\theta_{21} = (\vec{y}_1, \vec{y}_2) = (\vec{z}_1, \vec{z}_2)$;

$R_3 = (C, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ repère lié au bras intermédiaire 3 tel que $\theta_{32} = (\vec{y}_2, \vec{y}_3) = (\vec{z}_2, \vec{z}_3)$;

$R_5 = (F, \vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z}_5)$ repère lié au vérin de tige 5 et de corps 5' tel que $\theta_{51} = (\vec{y}_1, \vec{y}_5) = (\vec{z}_1, \vec{z}_5)$;

$R_6 = (H, \vec{x}_6, \vec{y}_6, \vec{z}_6)$ repère lié au vérin de tige 6 et de corps 6' tel que $\theta_{61} = (\vec{y}_1, \vec{y}_6) = (\vec{z}_1, \vec{z}_6)$.

$\vec{AB} = L_2 \cdot \vec{y}_2$	$\vec{AD} = d_2 \cdot \vec{y}_2$	$\vec{BC} = -L_3 \cdot \vec{z}_3$	$\vec{BE} = -d_3 \cdot \vec{z}_3$
$\vec{AG}_2 = \frac{L_2}{2} \cdot \vec{y}_2$	$\vec{BG}_3 = -\frac{L_3}{2} \cdot \vec{z}_3$	$\vec{CG}_4 = -L_4 \cdot \vec{y}_3$	$\vec{AF} = -h_5 \cdot \vec{z}_0$
$\vec{AH} = -h_6 \cdot \vec{z}_0$	$\vec{OA} = x(t) \cdot \vec{x}_0 + L_1 \cdot \vec{y}_1$	$\vec{FD} = L_5(t) \cdot \vec{y}_5$	$\vec{HE} = L_6(t) \cdot \vec{y}_6$

Extrait partiel du cahier des charges :

Exigences	Critères	Niveaux
Le système doit respecter les exigences techniques suivantes	... Vitesse d'approche verticale de la tête de traite/pies de la vache $V < 5 \pm 1$ cm/s ...

Q.1. Donner les paramètres géométriques qui permettent de piloter les mouvements du bras robotisé ?

Q.2. Tracer le graphe des liaisons associé à la modélisation représentée par le schéma cinématique page précédente.

Q.3. Etablir les 4 figures géométrales représentant le paramétrage angulaire.

Q.4. Représenter sur le document réponse le système lorsque les bras 2 et 3 sont en position horizontale. Donner la longueur finale des deux vérins (5 et 5') et (6 et 6') sur la figure pour cette position.

On considère pour toutes les questions suivantes que $x(t) = \text{cte}$.

Q.5. Ecrire la fermeture géométrique (AFD).

Q.6. Après avoir projeté dans B_0 , déduire une relation scalaire entre θ_{21} et $L_5(t)$.

Q.7. Etablir les relations géométriques liant le centre de gravité G_4 de la tête de traite 4 défini par les coordonnées (x_{G4}, y_{G4}, z_{G4}) dans le repère R_0 , les paramètres géométriques $x(t)$, θ_{21} et θ_{32} et les longueurs L_1 , L_2 , L_3 et L_4 .

Document réponse :

