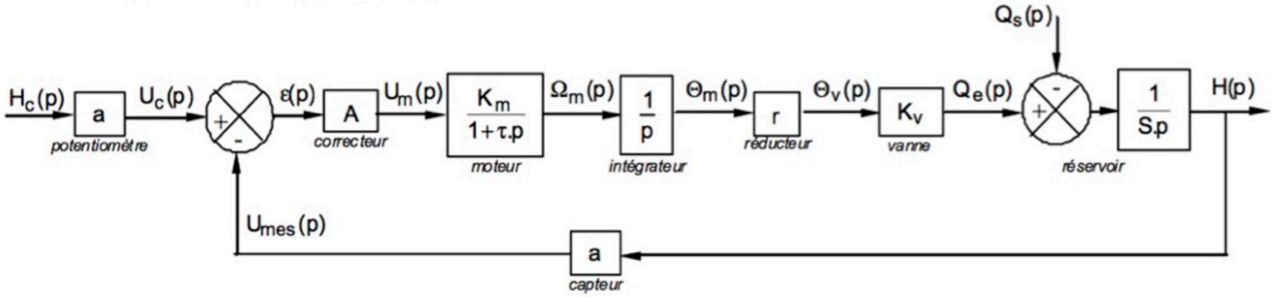
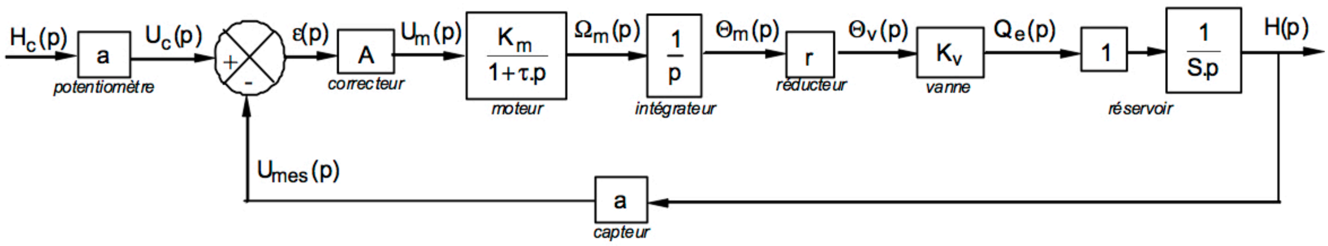
Régulation de niveau



Question 5 : *Déterminer les fonctions de transfert* $F_1(p)=\left.\dfrac{H(p)}{H_c(p)}\right|_{Q_s(p)=0}$ *et* $F_2(p)=\left.\dfrac{H(p)}{Q_s(p)}\right|_{H_c(p)=0}$.

Si $Q_s(p)=0$ alors le schéma est similaire à :



$$\text{Donc } F_1(p)=\left.\frac{H(p)}{H_c(p)}\right|_{Q_s(p)=0}=a.\frac{A.\dfrac{K_m}{1+\tau.p}.\dfrac{1}{p}.r.K_v.1.\dfrac{1}{S.p}}{1+a.A.\dfrac{K_m}{1+\tau.p}.\dfrac{1}{p}.r.K_v.1.\dfrac{1}{S.p}}$$

On multiplie le numérateur et le dénominateur, par le dénominateur du dénominateur…

$$F_1(p)=\left.\frac{H(p)}{H_c(p)}\right|_{Q_s(p)=0}=a.\frac{A.K_m.r.K_v}{(1+\tau.p).p.S.p+a.A.K_m.r.K_v}$$

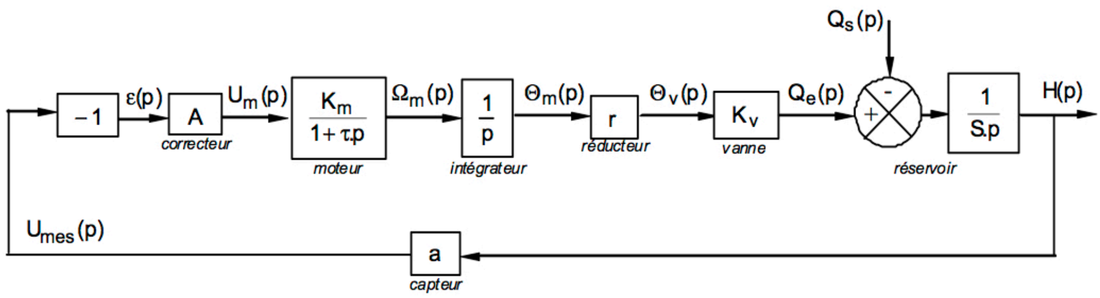
$$F_1(p)=\left.\frac{H(p)}{H_c(p)}\right|_{Q_s(p)=0}=\frac{a.A.K_m.r.K_v}{S.p^2+\tau.S.p^3+a.A.K_m.r.K_v}$$

$$F_1(p)=\left.\frac{H(p)}{H_c(p)}\right|_{Q_s(p)=0}=\frac{a.A.K_m.r.K_v}{a.A.K_m.r.K_v}\,\frac{1}{1+\dfrac{S}{a.A.K_m.r.K_v}.p^2+\dfrac{\tau.S}{a.A.K_m.r.K_v}.p^3}$$

$$F_1(p)=\left.\frac{H(p)}{H_c(p)}\right|_{Q_s(p)=0}=\frac{1}{1+\dfrac{S}{a.A.K_m.r.K_v}.p^2+\dfrac{\tau.S}{a.A.K_m.r.K_v}.p^3}$$

Ainsi si $Q_s(p)=0$ alors $H(p)=F_1(p).H_c(p)$

Si $H_c(p)=0$ alors le schéma est similaire à :



Donc $F_2(p) = \left.\dfrac{H(p)}{Q_s(p)}\right|_{H_c(p)=0} = \dfrac{-\dfrac{1}{S.p}}{1 - a.(-1).A.\dfrac{K_m}{1+\tau.p}.\dfrac{1}{p}.r.K_v.\dfrac{1}{S.p}}$

On multiplie le numérateur et le dénominateur, par le dénominateur du dénominateur…

$$F_2(p) = \left.\frac{H(p)}{Q_s(p)}\right|_{H_c(p)=0} = \frac{-(1+\tau.p).p}{(1+\tau.p).p.S.p + a.A.K_m.r.K_v}$$

$$F_2(p) = \left.\frac{H(p)}{Q_s(p)}\right|_{H_c(p)=0} = \frac{-p-\tau.p^2}{S.p^2 + \tau.S.p^3 + a.A.K_m.r.K_v}$$

$$F_2(p) = \left.\frac{H(p)}{Q_s(p)}\right|_{H_c(p)=0} = \frac{-p}{a.A.K_m.r.K_v}.\frac{1+\dfrac{-\tau.p^2}{-p}}{1+\dfrac{S}{a.A.K_m.r.K_v}.p^2+\dfrac{\tau.S}{a.A.K_m.r.K_v}.p^3}$$

$$F_2(p) = \left.\frac{H(p)}{Q_s(p)}\right|_{H_c(p)=0} = \frac{-p}{a.A.K_m.r.K_v}.\frac{1+\tau.p}{1+\dfrac{S}{a.A.K_m.r.K_v}.p^2+\dfrac{\tau.S}{a.A.K_m.r.K_v}.p^3}$$

Ainsi si $H_c(p)=0$ alors $H(p)=F_2(p).Q_s(p)$

Question 6 : *En déduire, à l'aide du théorème de superposition, l'expression de* $H(p)=f[H_c(p)+Q_s(p)]$.

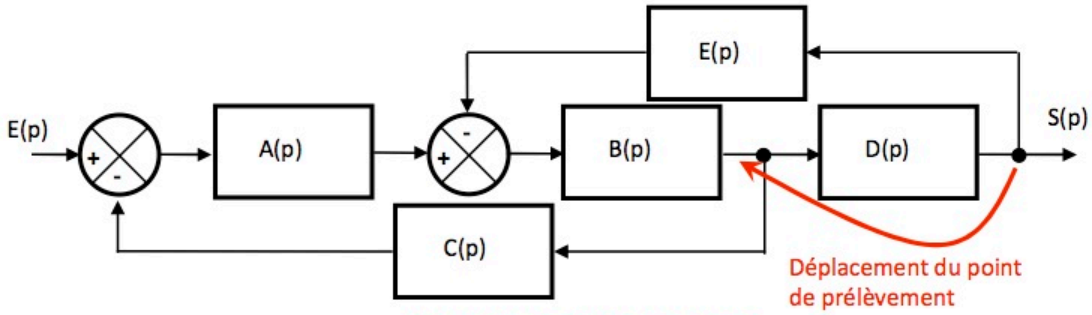
Si les 2 entrées sont présentes en même temps, le théorème de superposition nous donne :

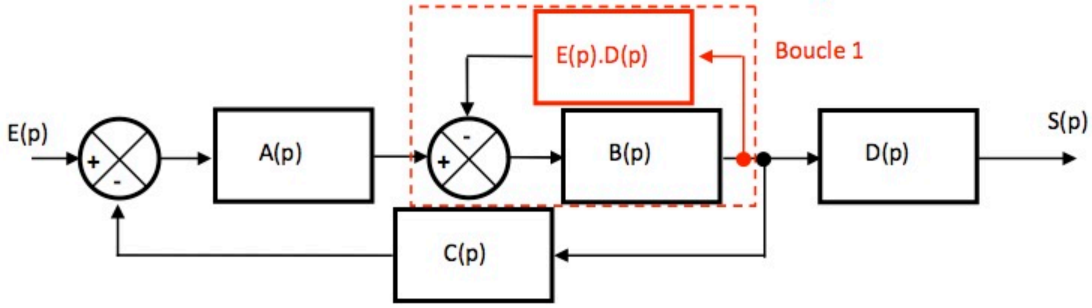
$$\boxed{H(p) = F_1(p).H_c(p) + F_2(p).Q_s(p)}$$

Il nous suffit maintenant, compte tenu de la nature des 2 entrées (impulsion, échelon, rampe), de remonter dans le domaine temporel, pour visualiser l'évolution du niveau d'eau h(t)…

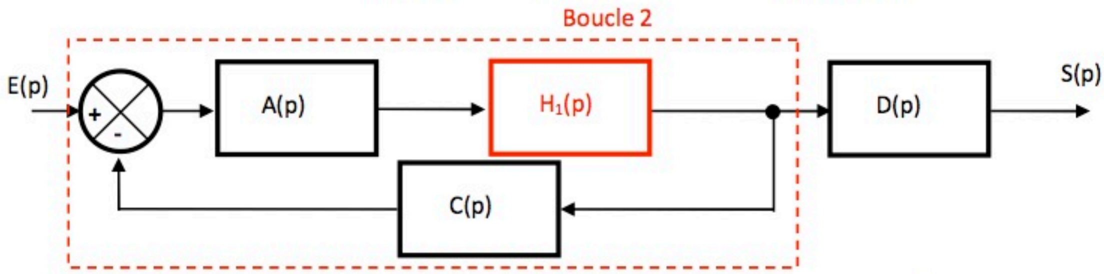
Manipulation et simplification de schémas blocs en présence de boucles imbriquées

Système 1 :



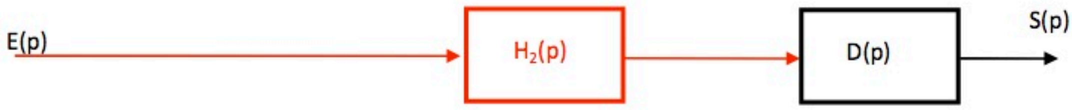


Calcul de la FBTF de la boucle 1 : $H_1(p) = \dfrac{1}{E(p).D(p)} . \dfrac{B(p).D(p).E(p)}{1 + B(p).D(p).E(p)} = \dfrac{B(p)}{1 + B(p).D(p).E(p)}$



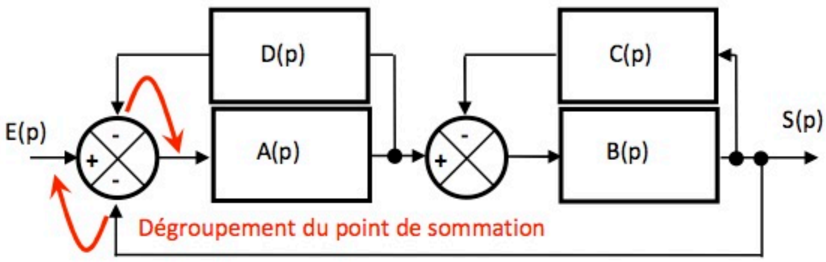
Calcul de la FBTF de la boucle 2 : $H_2(p) = \dfrac{1}{C(p)} . \dfrac{A(p).C(p).H_1(p)}{1 + A(p).C(p).H_1(p)} = \dfrac{A(p).\dfrac{B(p)}{1 + B(p).D(p).E(p)}}{1 + A(p).C(p).\dfrac{B(p)}{1 + B(p).D(p).E(p)}}$

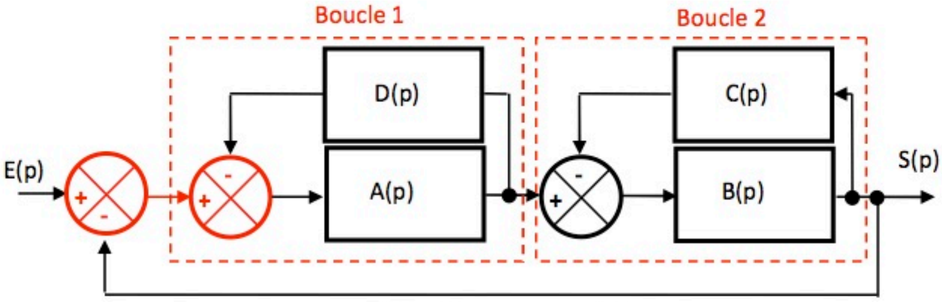
$$H_2(p) = \frac{A(p).B(p)}{1 + B(p).D(p).E(p) + A(p).B(p).C(p)}$$



Calcul de la FT finale : $\boxed{H(p) = \dfrac{S(p)}{E(p)} = H_2(p).D(p) = \dfrac{A(p).B(p).D(p)}{1 + B(p).D(p).E(p) + A(p).B(p).C(p)}}$

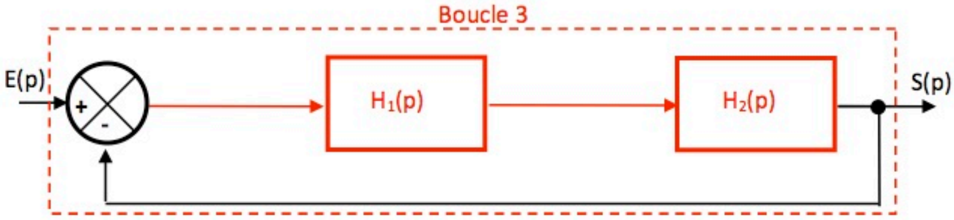
Système 2 :





Calcul de la FBTF de la boucle 1 : $H_1(p)=\frac{1}{D(p)}.\frac{A(p).D(p)}{1+A(p).D(p)}=\frac{A(p)}{1+A(p).D(p)}$

Calcul de la FBTF de la boucle 2 : $H_2(p)=\frac{1}{C(p)}.\frac{B(p).C(p)}{1+B(p).C(p)}=\frac{B(p)}{1+B(p).C(p)}$

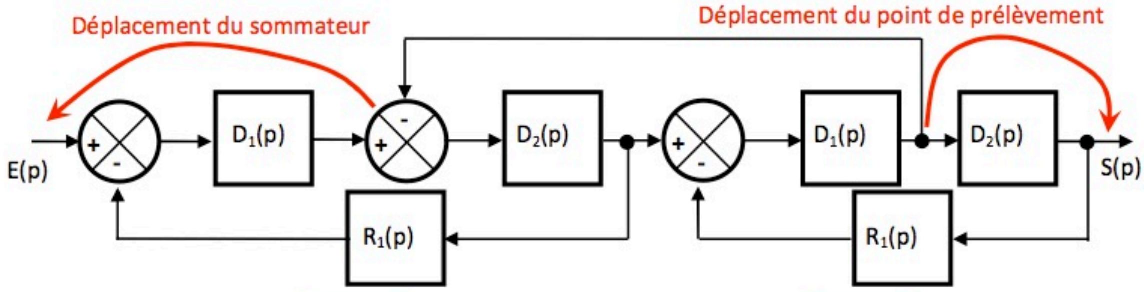


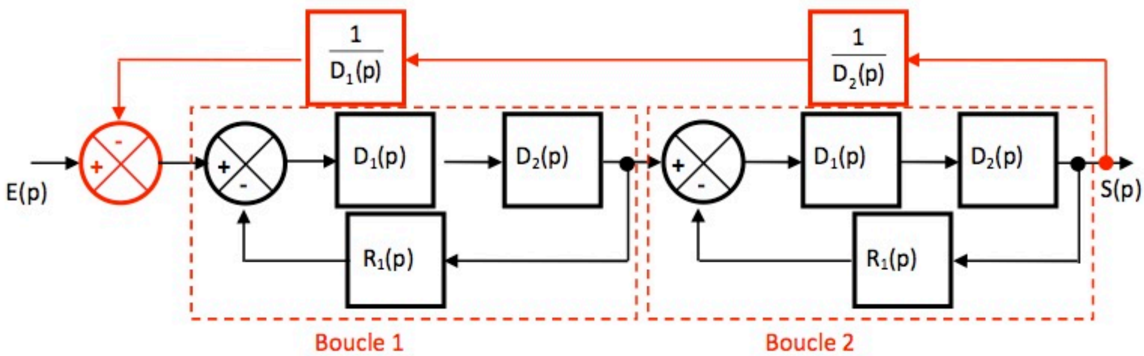
Calcul de la FBTF de la boucle 3 : $H_3(p)=\frac{H_1(p).H_2(p)}{1+H_1(p).H_2(p)}=\frac{\frac{A(p)}{1+A(p).D(p)}.\frac{B(p)}{1+B(p).C(p)}}{1+\frac{A(p)}{1+A(p).D(p)}.\frac{B(p)}{1+B(p).C(p)}}$

$$H_3(p)=\frac{A(p).B(p)}{(1+A(p).D(p)).(1+B(p).C(p))+A(p).B(p)}$$

$$\boxed{H_3(p)=\frac{A(p).B(p)}{1+A(p).D(p)+B(p).C(p)+A(p).B(p)+A(p).B(p).C(p).D(p)}}$$

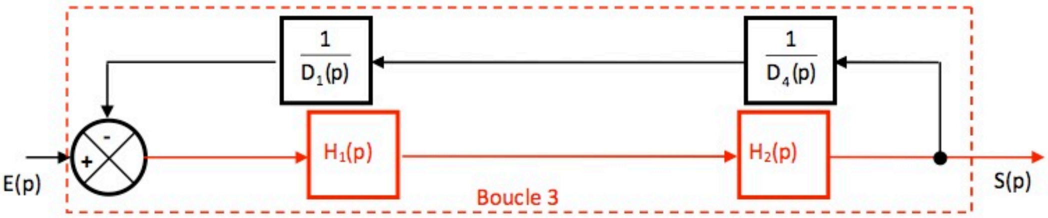
Système 3 :





Calcul de la FBTF de la boucle 1 : $H_1(p)=\frac{1}{R_1(p)}.\frac{R_1(p).D_1(p).D_2(p)}{1+R_1(p).D_1(p).D_2(p)}=\frac{D_1(p).D_2(p)}{1+R_1(p).D_1(p).D_2(p)}$

Calcul de la FBTF de la boucle 2 : $H_2(p)=\frac{1}{R_1(p)}.\frac{R_1(p).D_1(p).D_2(p)}{1+R_1(p).D_1(p).D_2(p)}=\frac{D_1(p).D_2(p)}{1+R_1(p).D_1(p).D_2(p)}$

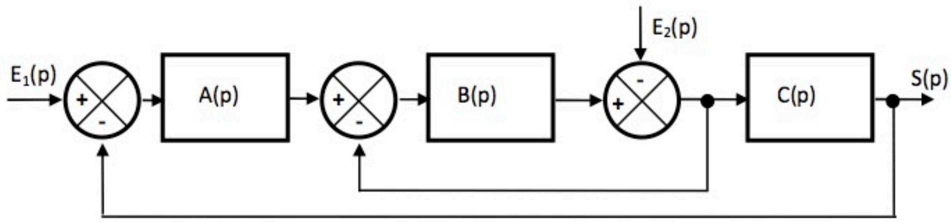


Calcul de la FBTF de la boucle 3 : $H_3(p)=D_1(p).D_2(p).\dfrac{\dfrac{H_1(p).H_2(p)}{D_1(p).D_2(p)}}{1+\dfrac{H_1(p).H_2(p)}{D_1(p).D_2(p)}}=D_1(p).D_2(p).\dfrac{H_1(p).H_2(p)}{D_1(p).D_2(p)+H_1(p).H_2(p)}$

$$H_3(p)=D_1(p).D_2(p).\frac{\dfrac{D_1(p).D_2(p)}{1+R_1(p).D_1(p).D_2(p)}.\dfrac{D_1(p).D_2(p)}{1+R_1(p).D_1(p).D_2(p)}}{D_1(p).D_2(p)+\dfrac{D_1(p).D_2(p)}{1+R_1(p).D_1(p).D_2(p)}.\dfrac{D_1(p).D_2(p)}{1+R_1(p).D_1(p).D_2(p)}}$$

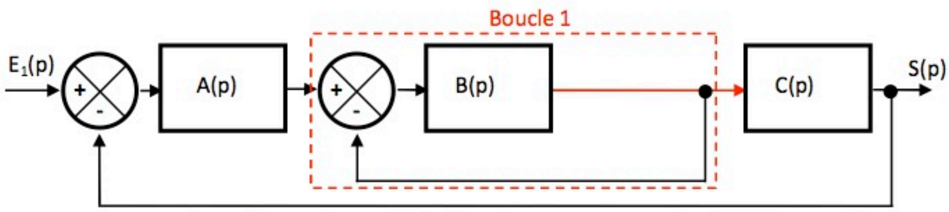
$$\boxed{H_3(p)=\frac{(D_1(p).D_2(p))^2}{(1+R_1(p).D_1(p).D_2(p))^2+D_1(p).D_2(p)}}$$

Système 4 :

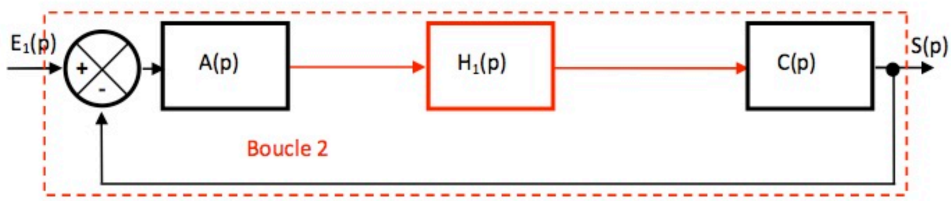


On utilise le théorème de superposition : on calcule les fonctions de transfert du système $\dfrac{S(p)}{E_1(p)}$ pour $E_2(p)=0$ et $\dfrac{S(p)}{E_2(p)}$ pour $E_1(p)=0$.

Cas $E_2(p)=0$:



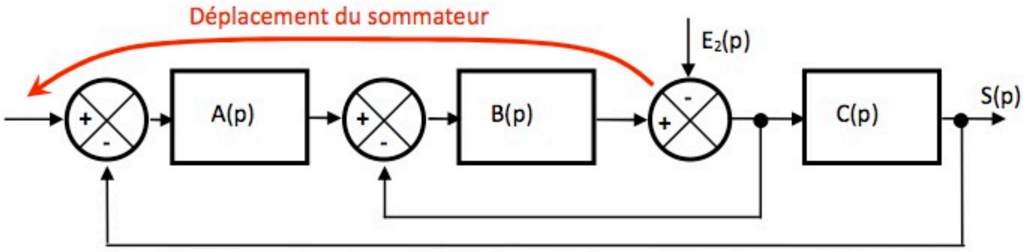
Calcul de la FBTF de la boucle 1 : $H_1(p)=\dfrac{B(p)}{1+B(p)}$

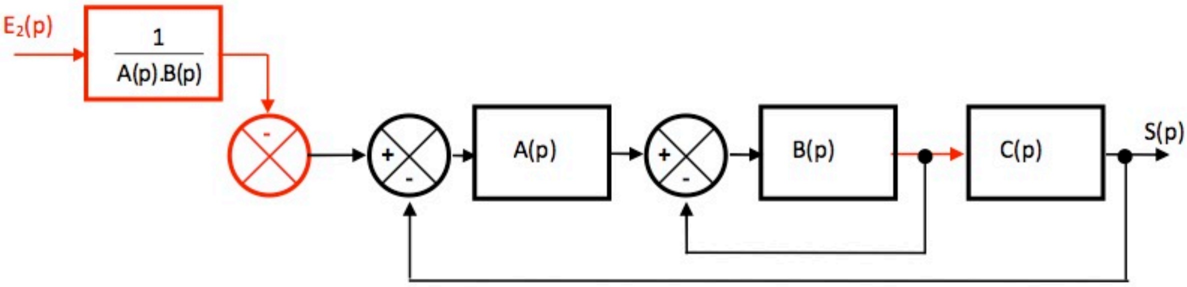


Calcul de la FBTF de la boucle 2 : $H_2(p)=\dfrac{A(p).H_1(p).C(p)}{1+A(p).H_1(p).C(p)}=\dfrac{A(p).\dfrac{B(p)}{1+B(p)}.C(p)}{1+A(p).\dfrac{B(p)}{1+B(p)}.C(p)}$

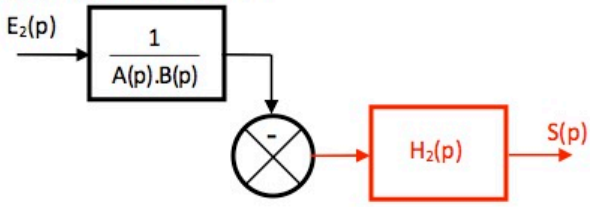
$$H_2(p) = \frac{A(p).B(p).C(p)}{1 + B(p) + A(p).B(p).C(p)}$$

Cas $E_1(p)=0$:





En utilisant les résultats du cas $E_2(p)=0$, on retrouve :



$$\text{Avec } H_2(p) = \frac{A(p).B(p).C(p)}{1 + B(p) + A(p).B(p).C(p)}$$

D'où : $\boxed{S(p) = \frac{A(p).B(p).C(p)}{1 + B(p) + A(p).B(p).C(p)}.E_1(p) - \frac{C(p)}{1 + B(p) + A(p).B(p).C(p)}.E_2(p)}$