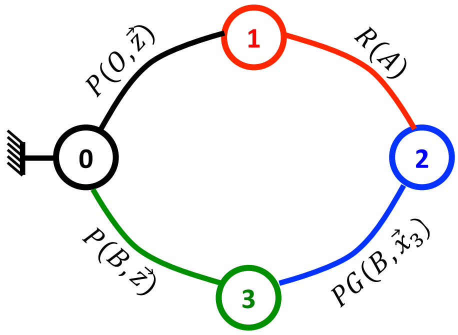
Régulation d'un groupe Turbo Alternateur d'une centrale nucléaire

***Q1.** Rappeler la liaison généralement retenue pour modéliser le contact entre le corps et la tige d'un vérin et préciser les caractéristiques de la liaison entre les solides 2 et 3.*

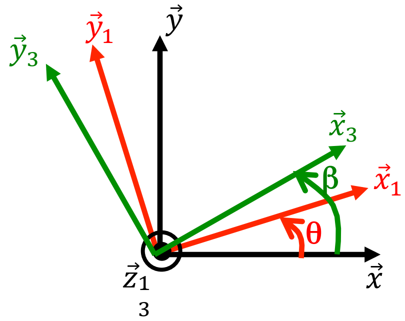
Compte tenu du contact cylindre/cylindre entre le corps et la tige du vérin on retient un modèle de liaison pivot glissant entre ces deux solides.

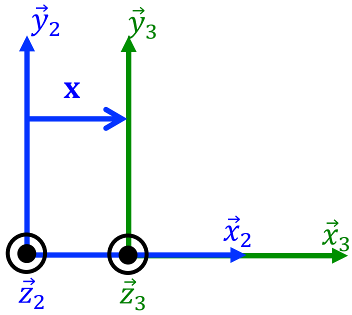
Ici, liaison pivot glissant d'axe $(B, \vec{x}_3)$.

***Q2.** Réaliser le graphe des liaisons du système de pilotage de la vanne.*



***Q3.** Réaliser les figures géométrales représentant les paramétrages angulaire et linéaire des mouvements dans le système de pilotage de la vanne.*





***Q4.** Préciser les paramètres d'entrée et de sortie du système de pilotage de la vanne.*

Entrée : x(t) car paramètre de mouvement dans l'actionneur (vérin).

Sortie : θ(t) car paramètre de mouvement lié à l'effecteur (papillon).

***Q5.** Déterminer la loi entrée/sortie du système de pilotage en déterminant l'expression du paramètre d'entrée en fonction du paramètre de sortie et des grandeurs géométriques.*

Fermeture géométrique : $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} = \vec{0}$

Soit : $e.\vec{y}_1 + \lambda(t).\vec{x}_3 - L.\vec{x} - d.\vec{y} = \vec{0}$

En projection dans la base 0 :

$.\vec{x} :\ -e.sin\theta + \lambda(t).cos\beta - L = 0$

$.\vec{y} :\ e.cos\theta + \lambda(t).sin\beta - d = 0$

On souhaite éliminer le paramètre parasite β. En exprimant $(\lambda(t).cos\beta)^2 + (\lambda(t).sin\beta)^2 = \lambda^2(t)$, il vient :

$\lambda^2(t) = (L + e.sin\theta)^2 + (d - e.cos\theta)^2$

Soit : $\boxed{\boldsymbol{\lambda(t) = \sqrt{L^2 + d^2 + e^2 + 2e.(L.sin\theta - d.cos\theta)}}}$

***Q6.** Inverser la relation déterminée précédemment afin d'exprimer le paramètre de sortie en fonction du paramètre d'entrée et des grandeurs géométriques.*

D'après ce qui précède : $L.sin\theta - d.cos\theta = \frac{\lambda^2 - L^2 - d^2 - e^2}{2e}$

Soit : $\sqrt{L^2 + d^2}.\left(\frac{L}{\sqrt{L^2+d^2}}.sin\theta - \frac{d}{\sqrt{L^2+d^2}}.cos\theta\right) = \frac{\lambda^2 - L^2 - d^2 - e^2}{2e}$ On pose $tan\varphi = \frac{L}{d}$

On a alors $-\sqrt{L^2 + d^2}.\cos(\varphi + \theta) = \frac{\lambda^2 - L^2 - d^2 - e^2}{2e}$

Finalement : $\boxed{\boldsymbol{\theta(t) = Arcos\left(\frac{\lambda^2 - L^2 - d^2 - e^2}{-2e.\sqrt{L^2+d^2}}\right) - \varphi}}$

***Q7.** À partir des valeurs extrêmes de l'angle θ, exprimer la course utile $\Delta\lambda_{max}$ du vérin en fonction des grandeurs géométriques. Calculer $\Delta\lambda_{max}$ en mm.*

$$\Delta\lambda_{max} = \left|\lambda\left(\theta = \frac{\pi}{4}\right) - \lambda\left(\theta = -\frac{\pi}{4}\right)\right| = \left|\sqrt{L^2 + d^2 + e^2 + \sqrt{2}e.(L-d)} - \sqrt{L^2 + d^2 + e^2 - \sqrt{2}e.(L+d)}\right|$$

AN : $\boldsymbol{\Delta\lambda_{max} \simeq 192,1\ mm}$

Q8. *Justifier que la loi entrée/sortie déterminée en Q5 puisse être linéarisée.*
Q9. *Identifier la valeur numérique du gain K_θ tel que $\theta = K_\theta.\Delta\lambda$ en unité S.I.*

Sur la plage de fonctionnement du système de pilotage de la vanne $-\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$, l(q) peut être approximé à une droite dont on peut déterminer le coefficient directeur $a = \frac{960-770}{\pi/2} \simeq 121mm.rad^{-1} = \frac{1}{K_\theta}$

Finalement : $\boxed{\boldsymbol{K_\theta \simeq 8,3.10^{-6}\ rad.m^{-1}}}$

Q10. Q11. Q12. Voir Document Réponses

Q13. *Montrer que la fonction de transfert du vérin peut se mettre sous la forme $H_v(p) = \frac{\Delta\lambda(p)}{Q(p)} = \frac{K_v}{p}$ avec K_v une constante à préciser.*

La relation liant le débit d'huile entrant dans le vérin q(t), la vitesse de translation de la tige v(t) et la surface du piston soumise à la pression S est : $q(t) = v(t).S$

Ici, on peut écrire $v(t) = \frac{d\Delta\lambda(t)}{dt}$.

Donc, $q(t) = \frac{d\Delta\lambda(t)}{dt}.S$, soit dans le domaine symbolique : $Q(p) = p.\Delta\lambda(p).S$.

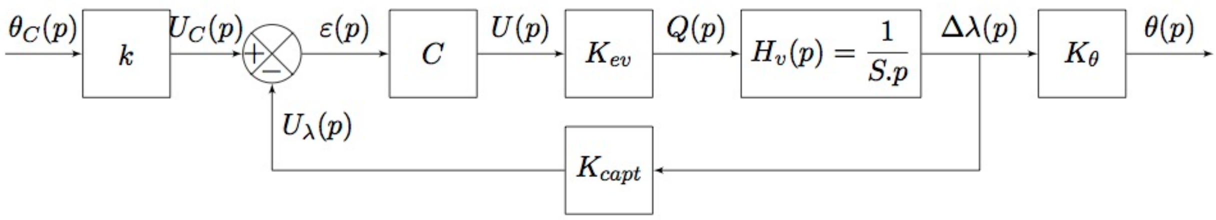
On a donc $\boxed{\boldsymbol{K_v = \frac{1}{S}}}$

Q14. *Déterminer la valeur numérique du gain pur du potentiomètre K_{cap} à exprimer en unité SI.*

Course électrique de 200 mm pour $0V \leq u_\lambda(t) \leq 24V$.

On a donc $K_{cap} = \frac{24}{200.10^{-3}}$ soit $\boxed{\boldsymbol{K_{cap} \simeq 120\ V.m^{-1}}}$

Q15. *Construire le schéma bloc modélisant l'asservissement de position angulaire de la vanne.*
Préciser pour chaque bloc sa fonction de transfert sous forme littérale et ses variables d'entrée et de sortie.



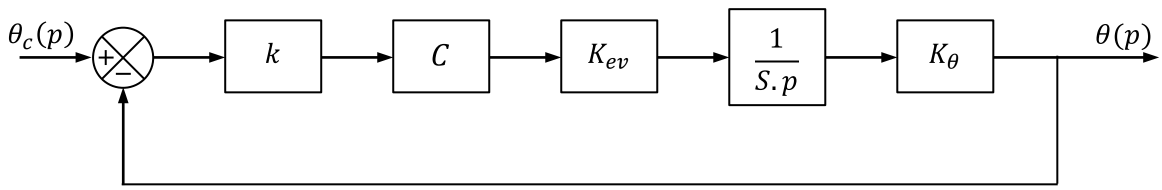
Q16. *Déterminer l'expression de k en fonction de K_{cap} et K_θ afin que le système soit correctement asservi.*
Cette valeur de k sera adoptée pour la suite.

On veut $\varepsilon(p) = 0$ quand $\theta(p) = \theta_c(p)$

Or $\varepsilon(p) = U_c(p) - U_\lambda(p) = k.\theta_c(p) - \frac{K_{cap}}{K_\theta}.\theta(p)$. Il faut donc $\boxed{\boldsymbol{k = \frac{K_{cap}}{K_\theta}}}$

Q17. *Déterminer, sous forme canonique, l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée $H(p) = \frac{\theta(p)}{\theta_c(p)}$ de l'asservissement en position angulaire.*

Avec la valeur de k déterminée ci-dessus, en déplaçant le bloc $\boxed{k}$ à droite du comparateur et le bloc $\boxed{K_\theta}$ à gauche du point prélèvement, le schéma bloc initial devient :



En appliquant la relation de Black dans cette boucle fermée on a donc :

$H(p) = \frac{k.C.K_{ev}.\frac{1}{Sp}.K_\theta}{1+k.C.K_{ev}.\frac{1}{Sp}.K_\theta} = \frac{k.C.K_{ev}.K_\theta}{Sp+k.C.K_{ev}.K_\theta}$ soit $\boxed{\boldsymbol{H(p) = \frac{1}{1+\tau.p} \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{S}{C.K_{cap}.K_{ev}} = \frac{1}{C.K_{cap}.K_{ev}.K_v}}}$

Q18. *En déduire son ordre, sa classe ainsi que ses paramètres caractéristiques sous forme littérale.*
H(p) est d'ordre 1, de classe 0, de gain statique unité (sans dimension) et de constante de temps τ exprimée ci-avant.

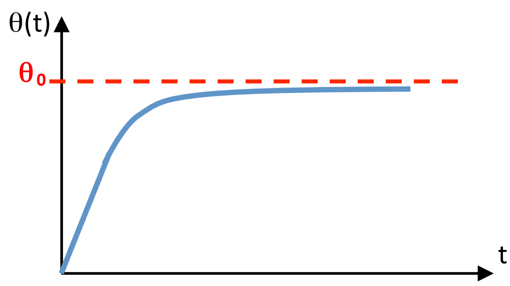
Q19. *Conclure quant à la validation du critère de précision de l'exigence Id 1211.*
Le gain statique valant 1, l'asservissement est précis pour une consigne en échelon (erreur statique nulle).
L'exigence *Id 1211* est donc respectée.

Q20. *Pour une consigne en échelon d'amplitude θ_0, exprimer θ(p) sous la forme $\theta(p) = \frac{A}{p} + \frac{B}{1+\tau.p}$ à l'aide du résultat de Q17.*
On exprimera les constantes A et B en fonction de θ_0 et éventuellement des autres constantes du modèle.
D'après l'expression de H(p), pour une consigne en échelon d'amplitude θ_0, on peut écrire :
$\theta(p) = H(p).\frac{\theta_0}{p}$ soit $\theta(p) = \frac{\theta_0}{p(1+\tau.p)}$
En identifiant avec la forme de θ(p) proposée dans l'énoncé, on a :
$\theta(p) = \frac{\theta_0}{p(1+\tau.p)} = \frac{A.(1+\tau.p)+B.p}{p(1+\tau.p)} = \frac{A+(A.\tau+B).p}{p(1+\tau.p)}$ donc $\begin{cases} A = \theta_0 \\ A.\tau + B = 0 \end{cases}$ soit $\boxed{\begin{cases} \boldsymbol{A = \theta_0} \\ \boldsymbol{B = -\theta_0.\tau} \end{cases}}$
Tout comme la transformée de Laplace, la transformée de Laplace inverse est linéaire.

Q21. *Appliquer la transformée de Laplace inverse à l'expression de θ(p) déterminée question précédente afin d'exprimer θ(t) en fonction de θ_0 et éventuellement des autres constantes du modèle.*
<u>Rappel</u> : $L[e^{-a.t}] = \frac{1}{p+a}$ où L désigne la transformée de Laplace.
D'après ce qui précède : $L^{-1}[\theta(p)] = L^{-1}\left[\frac{\theta_0}{p} - \frac{\theta_0.\tau}{1+\tau.p}\right] = \theta_0.L^{-1}\left[\frac{1}{p} - \frac{1}{p+1/\tau}\right] = \theta_0.\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$
D'où : $\boxed{\boldsymbol{\theta(t) = \theta_0.\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}}$

Q22. *Tracer l'allure de θ(t) et confirmer le résultat de la question Q19.*
La réponse indicielle θ(t) à un échelon de consigne d'amplitude θ_0 présente-t-elle des dépassements ?

La réponse indicielle θ(t) ne présente aucun dépassement.



Q23. *Compte tenu des observations faites à la question précédente, démontrer que le temps de réponse de cet asservissement de position est $T_{r5\%} \simeq 3.\tau$.*
En déduire la valeur minimale de C (gain du correcteur) permettant de satisfaire l'exigence de rapidité Id 1213.
On donne les valeurs numériques suivantes : $K_v = 100\ m^{-2}$ et $K_{ev} = 0{,}01\ m^3.s^{-1}.V^{-1}$.

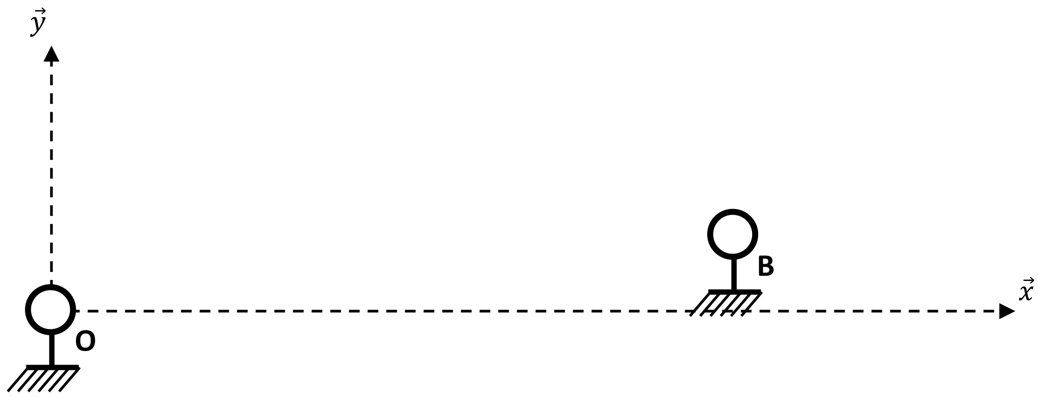
La réponse indicielle θ(t) ne présentant aucun dépassement, $Tr_{5\%}$ sera le temps au bout duquel θ vaudra 95% de sa valeur en régime permanent.
On calcule donc t tel que $\theta(t = Tr_{5\%}) = 0{,}95.\theta_0$ soit $\theta_0.\left(1 - e^{-\frac{Tr_{5\%}}{\tau}}\right) = 0{,}95.\theta_0$
D'ou $Tr_{5\%} = -ln\ (0{,}05).\tau$ soit $\boxed{\boldsymbol{T_{r5\%} \simeq 3.\tau}}$

L'exigence de rapidité *Id 1213* impose $Tr_{5\%} < 2\ s$
Soit $3.\tau < 2\ s \Leftrightarrow \frac{3}{C.K_{cap}.K_{ev}.K_v} < 2 \Leftrightarrow \boxed{\boldsymbol{C > \frac{3}{2.K_{cap}.K_{ev}.K_v}}}$
<u>AN</u> : $\boxed{\mathbf{C_{min} = 0{,}0125}}$

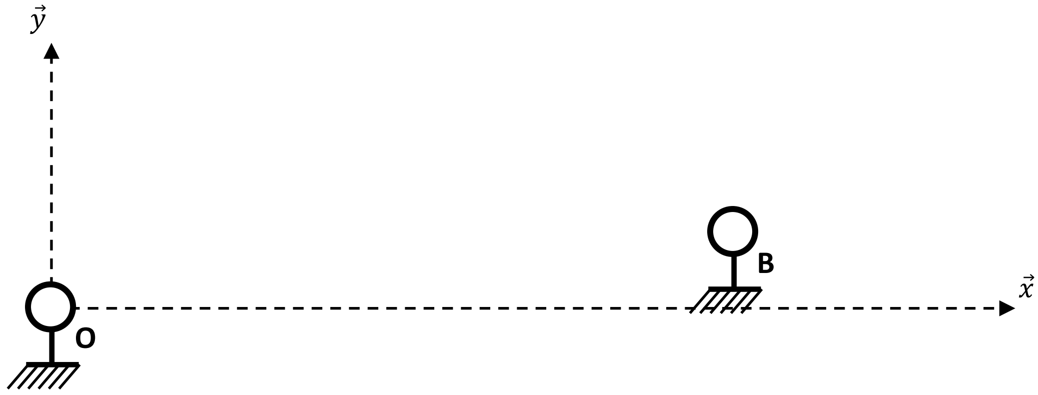
Nom : ....

Document Réponses

DR1 Position extrême 1 : θ = ...



Position extrême 2 : θ = ...



DR2 **Solution alternative dans la position θ = 0°**