Exercice 1 : Réglage d'un correcteur proportionnel

1. Indiquer, en justifiant la réponse, à quelle fonction de transfert correspondent les diagrammes de Bode de la figure ci-dessous.

Sur les tracés asymptotiques, on observe :

- deux pulsations de cassure $\omega_1 = 0{,}5\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ et $\omega_2 = 2\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ qui correspondent à deux constantes de temps $\tau_1 = 10\text{s}$ et $\tau_2 = 0{,}5\text{s}$;
- des pentes de -40 dB/décade et -60 dB/décade pour les deux dernières asymptotes de la courbe de gain ;
- un asymptote de la courbe de phase, pour les hautes pulsations, qui est horizontale est à -270° ;
- une asymptote de la courbe de gain pour les basses pulsations à une pente de -20 dB par décade et qui coupe l'axe des 0 dB à $\omega = 1\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$;
- une asymptote de la courbe de phase, pour les basses pulsations, qui est horizontale à -90.

On peut donc pas identification, proposer la fonction de transfert suivante : $\boxed{F(p) = \dfrac{1}{p} \cdot \dfrac{1}{(1+10\cdot p)\cdot(1+0{,}5\cdot p)}}$

On reconnait la *FTBO* du système non corrigé.

2. Déterminer graphiquement les marges de gain et de phase du système décrit précédemment dans le cas où $C = 1$.

Dans le cas ou $C = 1$, le diagramme de Bode de la *FTBO* corrigée est exactement celui donné dans l'énoncé.

Graphiquement, on relève : $\boxed{M_\varphi = 9^\circ}$ et $\boxed{M_G = 7\text{dB}}$

3. Le cahier des charges impose des marges de gain et de phase minimales de 12 dB et 40°. Déterminer la plus grande valeur de C permettant de vérifier ce cahier des charges.

- Réglage de la marge de phase :

On souhaite imposer une marge de phase de 40°, soit : $M_\varphi = 40^\circ \Rightarrow \varphi(\omega'_{c0dB}) = -180^\circ + 40^\circ = -140^\circ$

Pour la phase de -140° du système non corrigé, on relève graphiquement $\omega = 0{,}11\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$. Le gain correspondant vaut alors $G_{dB}(\omega = 0{,}11) = 16\text{dB}$. C'est donc avec cette valeur $\Delta_{dB} = -16\text{dB}$ qu' il faut faire translater verticalement la courbe de gain afin d'assurer $\varphi(\omega'_{c0dB}) = -140^\circ$.

On a alors : $\boxed{C \approx 10^{\frac{-16}{20}} \approx 0{,}16}$

- Réglage de la marge de gain :

On souhaite imposer une marge de gain de 12 dB, soit : $M_G = 12\text{dB} \Rightarrow G_{dB}(\omega_{-180^\circ}) = -12\text{dB}$

La courbe de phase n'est pas modifiée par l'ajout d'un correcteur proportionnel. La pulsation ω_{-180° du système corrigé sera donc inchangée par rapport à celle du système non corrigé, c'est-à-dire $\omega_{-180^\circ} = 0{,}45\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$.

On relève graphiquement sur le diagramme de Bode de la *FTBO* non corrigé, la valeur $\Delta_{dB} \approx -5\text{dB}$ avec laquelle il faut faire translater verticalement la courbe de gain afin d'assurer une marge de gain de 12dB.

On a alors : $\boxed{C \approx 10^{\frac{-5}{20}} \approx 0{,}56}$

La valeur maximale de C permettant de satisfaire simultanément les deux critères imposés est : $\boxed{C_{max} = 0{,}16}$

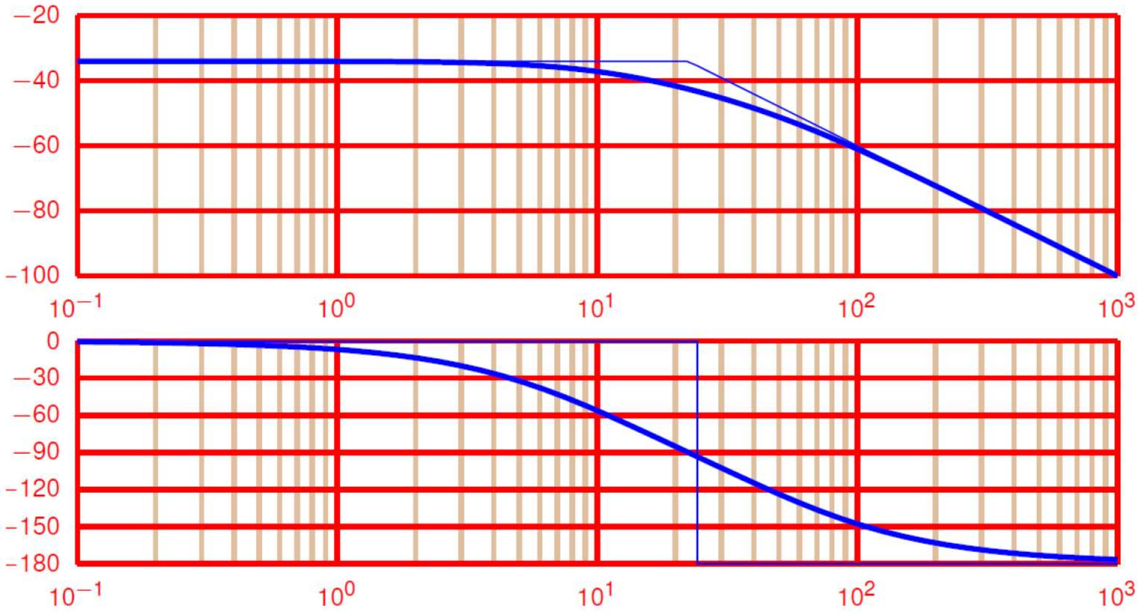
4. Indiquer, en le justifiant, qu'elle est la courbe qui correspond au système non corrigé et quelle est la courbe qui correspond au système corrigé.

La réponse indicielle qui comporte des oscillations de plus grandes amplitude et fréquence correspond au système non corrigé. En effet, en utilisant un correcteur proportionnel dont le gain est <1, on a augmenté la stabilité du système.

Exercice 2 : Réglage d'un correcteur proportionnel

1. Représenter, le diagramme de Bode de la *FTBO* non corrigé.

La FTBO du système non corrigé peut être mis sous la forme : $G(p)=\dfrac{K/\omega_1\cdot\omega_2}{(1+\frac{p}{\omega_1})\cdot(1+\frac{p}{\omega_2})}=\dfrac{1/50}{(1+\frac{p}{10})\cdot(1+\frac{p}{50})}$



2. Déterminer, par le calcul, l'expression de $C(p)$ permettant d'obtenir une marge de phase de $45°$. Retrouver graphiquement ce résultat.

On souhaite avoir une marge de phase égale à $45°$.

Déterminons la valeur de $C(p)=K_p$ assurant cette valeur de marge de phase :

$$M_\varphi=180°+\arg(G(j\cdot\omega_{codB}))=45° \Rightarrow \arg(G(j\cdot\omega_{codB}))=-135° \Rightarrow \omega_{codB}=67{,}41\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$$

Or ω_{c0dB} est la pulsation telle que : $|G(j\cdot\omega_{codB})|=1$

C'est-à-dire tel que : $\dfrac{K_p\cdot 1/50}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega_{codB}}{10}\right)^2}\cdot\sqrt{1+\left(\frac{\omega_{codB}}{50}\right)2}}=1 \Rightarrow \boxed{K_p=572}$

Graphiquement :

On souhaite imposer une marge de phase de 45°, soit : $M_\varphi=45°\Rightarrow\varphi(\omega'_{c0dB})=-180°+45°=-135°$

Pour la phase de $-135°$ du système non corrigé, on relève graphiquement $\omega=65\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$. Le gain correspondant vaut alors $G_{dB}(\omega=65)\approx 55\mathrm{dB}$. C'est donc avec cette valeur $\Delta_{dB}=55\mathrm{dB}$ qu' il faut faire translater verticalement la courbe de gain afin d'assurer $\varphi(\omega'_{c0dB})=-135°$.

On a alors : $\boxed{K_p\approx 10^{\frac{55}{20}}\approx 562}$

On trouve sensiblement la même valeur qu'avec le calcul.

3. Déterminer la marge de gain.

La FTBO est du second ordre, $\forall\omega$ on a $\varphi(\omega) > -180°$. La marge de gain est donc indéfinie.

4. Déterminer de manière approchée le temps de réponse à 5% du système.

Le calcul de la *FTBF* conduit à une fonction du second ordre pour laquelle : $z \approx 0{,}38$ et $\omega_0 \approx 78{,}86\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$

En utilisant l'abaque du temps de réponse réduit, on en déduit : $\boxed{t_{5\%} \approx 0{,}1\,\text{s}}$

5. Évaluer l'erreur relative du système en régime permanent ainsi corrigé vis-à-vis d'une consigne en échelon d'amplitude E_0.

La FTBO du système corrigé est de classe 0. L'erreur en régime permanent vis-à-vis d'une consigne en échelon est finie et non nulle. Elle a pour expression : $e_r(+\infty) = \dfrac{E_0}{1+K_{BO}} = \dfrac{E_0}{1+11{,}44}$

L'erreur relative est donc : $e_{r_\%} = \dfrac{\dfrac{E_0}{1+11{,}44}}{E_0} = \dfrac{1}{1+11{,}44} \Rightarrow \boxed{e_{r_\%} = 8\%}$

Exercice 4 : Asservissement de vitesse d'un moteur électrique

1. Calculer l'écart statique du système non corrigé pour une consigne $\omega_{ref}(t) = \omega_0 \cdot u(t)$.

La FTBO du système non corrigé est de classe 0. L'erreur en régime permanent vis-à-vis d'une consigne en échelon est finie et non nulle. Elle a pour expression : $e_r(+\infty) = \dfrac{\omega_0}{1+K_{BO}} = \dfrac{\omega_0}{1+1} = \boxed{\dfrac{\omega_0}{2}}$

2. Calculer la marge de phase du système non corrigé. Conclure.

On a, pour le système non corrigé : $H_{BO}(p) = \dfrac{1}{(1+0{,}08\cdot p)\cdot(1+0{,}002\cdot p)}$

Le gain de cette *FTBO* égal à 1, on a donc $\forall\omega, G_{dB-BO}(\omega) < 0dB$. La marge de phase n'est donc pas définie.

Le système est donc suffisamment stable vis-à-vis des exigences du cahier des charges mais il n'est pas assez précis.

3. Quelle est la nature de ce correcteur ? Que peut-on attendre comme amélioration sur le système ?

Ce correcteur, de type proportionnel intégral, doit permettre d'annuler l'erreur de position, tout en conservant une stabilité suffisante au regard des exigences du cahier des charges.

Il peut être mis sous la forme : $C(p) = K_p \cdot \dfrac{(1+T_i\cdot p)}{T_i \cdot p}$ avec $K_p = T_i \cdot K_i$

4. Tracer le diagramme de Bode asymptotique de ce correcteur pour $K_p > 1$ et $K_i > 1$.

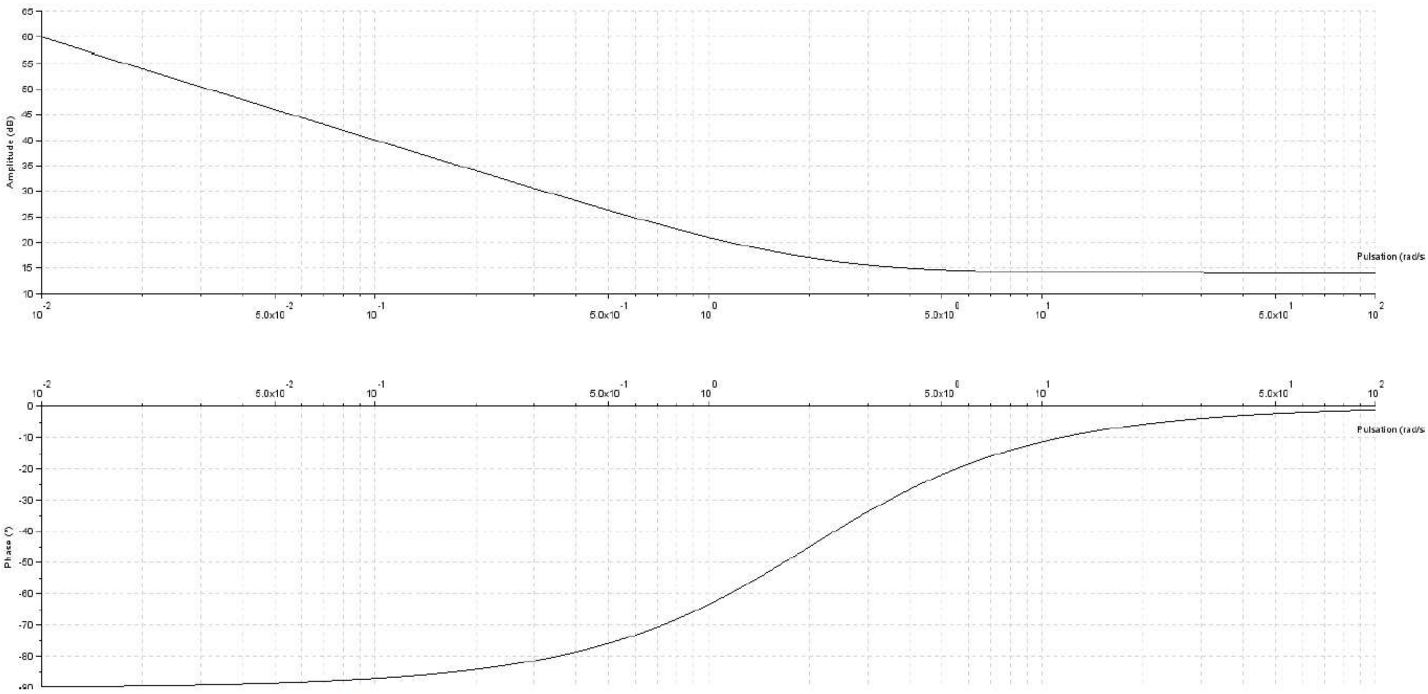


Diagramme de Bode du correcteur P.I. avec $K_p = 5$ et $K_i = 2$

5. Déterminer les paramètres $K_p > 1$ et $K_i > 1$ du correcteur par la méthode du placement fréquentiel.

Avec cette méthode, le correcteur est dimensionné tel que l'influence de la correction intégrale s'arrête une décade avant la pulsation pour laquelle le gain de la *FTBO* du système corrigé vaut $0\,\text{dB}$.

○ Réglage rapide

- Première étape :

On choisit le coefficient K_p de façon à obtenir la marge de phase désirée avec la *correction proportionnelle seule.*

Graphiquement	Analytiquement
Pour avoir la marge de phase imposée par le cahier des charges, on relève la pulsation pour laquelle le gain de la *FTBO* du système corrigé doit valoir $0\,\text{dB}$: $\omega_{c0dB\text{-corrigé}} \approx 515\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ La mesure de la translation à effectuer au niveau de la courbe de gain pur obtenir cette valeur est $\Delta_{dB} \approx 35\,\text{dB}$. On a alors : $Kp \approx 10^{\frac{35}{20}} \approx \boxed{56{,}2}$	On cherche la valeur de $\omega_{c0dB\text{-corrigé}}$, c'est-à-dire la valeur de la pulsation qui, pour le système corrigé uniquement avec une correction proportionnelle, permet d'avoir une phase $\varphi = -135°$ ($M_\varphi = 45°$). On cherche donc ω, tel que : $\arg\left(H(j\cdot\omega_{c0dB})\right) = -135° \Rightarrow \omega_{c0dB} = 524{,}4\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ On détermine alors la valeur de K_p qui permet d'obtenir cette valeur de coupure à $0\,\text{dB}$ pour le système corrigé, soit : $\lvert H(j\cdot\omega_{c0dB})\rvert = 1$ $\left\lvert \frac{K_p}{(1+0{,}08\cdot j\cdot\omega_{c0dB})\cdot(1+0{,}002\cdot j\cdot\omega_{c0dB})} \right\rvert = 1$ $\Rightarrow \boxed{Kp = 60{,}8}$

- Deuxième étape :

On met ensuite en place l'*effet intégral* mais cela ne doit pas (ou peu) modifier le réglage effectué précédemment. On choisit de prendre une constante T_i (avec $K_P = K_i \cdot T_i$) telle que $\frac{1}{T_i} << \omega_{c0dB\text{-corrigé}}$. En général, on prend :

$$\frac{1}{T_i} = \frac{\omega_{c0dB\text{-corrigé}}}{10} \Rightarrow T_i = \frac{10}{\omega_{c0dB\text{-corrigé}}}$$

Soit :

$K_i = \frac{K_P}{T_i} \approx \frac{56{,}2 \times 520}{10} = \boxed{2894}$	$K_i = \frac{K_P}{T_i} \approx \frac{60{,}8 \times 524{,}4}{10} = \boxed{3188}$

○ Réglage plus fin

On peut anticiper le déphasage de $-5°$ que crée la mise en place de l'effet intégral du correcteur au niveau de la pulsation ω_{c0dB} du système corrigé uniquement avec l'effet proportionnel du correcteur.

Pour cela, il suffit, lors de la première étape du réglage, de choisir une valeur de K_p de façon à obtenir la marge de phase désirée $+5°$.

Dans notre cas, on aura alors :

Graphiquement	Analytiquement
$\omega_{c0dB\text{-corrigé}} \approx 430 \mathrm{rad} \cdot \mathrm{s}^{-1}$	$\arg(H(j \cdot \omega)) = -130° \Rightarrow \omega_{c0dB\text{-corrigé}} = 444{,}1 \mathrm{\,rad} \cdot \mathrm{s}^{-1}$
$\Delta_{dB} \approx 33 \mathrm{dB}$.	$\lvert H(j \cdot \omega_{c0dB}) \rvert = 1$
$Kp \approx 10^{\frac{33}{20}} \approx \boxed{44{,}6}$	$\left\lvert \frac{K_p}{(1+0{,}08 \cdot j \cdot \omega_{c0dB}) \cdot (1+0{,}002 \cdot j \cdot \omega_{c0dB})} \right\rvert = 1 \Rightarrow \boxed{Kp = 47{,}1}$
Soit : $K_i = \frac{K_P}{T_i} \approx \frac{44{,}6 \times 430}{10} = \boxed{1917}$	Soit : $K_i = \frac{K_P}{T_i} \approx \frac{47{,}1 \times 444{,}1}{10} = \boxed{2091}$

6. Déterminer les paramètres $K_p > 1$ et $K_i > 1$ du correcteur par la méthode de la *compensation du pôle dominant.*

La méthode de réglage par compensation du pôle dominant consiste à choisir le coefficient T_i de façon à compenser (éliminer) le pôle dominant de la *FTBO*. En effet, c'est ce pôle (bien que sa valeur soit différente) qui est à l'origine du pôle dominant de la *FTBF.* Ce dernier étant le plus proche de la zone d'instabilité, cette élimination améliore la stabilité du système.

Ce réglage permet aussi d'améliorer la rapidité du système car ce pôle dominant de la *FTBF*, que l'on cherche à éliminer, apporte une contribution à la sortie $\omega_m(t)$ du système qui converge lentement, on parle de compensation du *mode lent*.

Dans notre cas, on cherche à compenser le pôle $-\frac{1}{0{,}08}$ de la *FTBO*.

On choisit donc une constante de temps $T_i = 0{,}08 s$

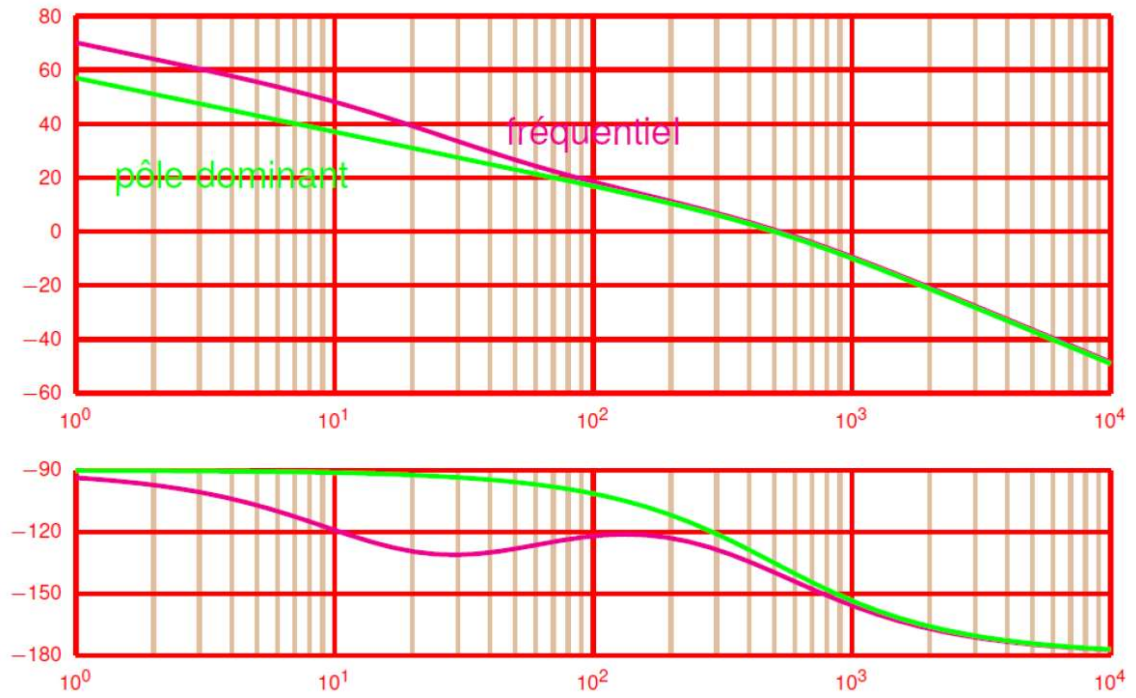
La *FTBO* du système corrigé devient alors : $H'_{BO}(p) = \frac{K_p}{T_i \cdot p \cdot (1+0{,}002 \cdot p)}$

On cherche la valeur de $\omega_{c0dB\text{-corrigé}}$, c'est-à-dire la valeur de la pulsation qui, pour le système corrigé avec une correction proportionnelle seule, permet d'avoir une phase $\varphi = -135°$ ($M_\varphi = 45°$).

On détermine alors la valeur de K_p qui permet d'obtenir cette valeur de coupure à 0dB pour le système corrigé, soit :

$$|H'(j\cdot\omega_{c0dB})| = 1 \Rightarrow \left|\frac{K_p}{0{,}08\cdot j\cdot\omega_{c0dB}\cdot(1+0{,}002\cdot j\cdot\omega_{c0dB})}\right| = 1 \Rightarrow \boxed{Kp = 56{,}5}$$

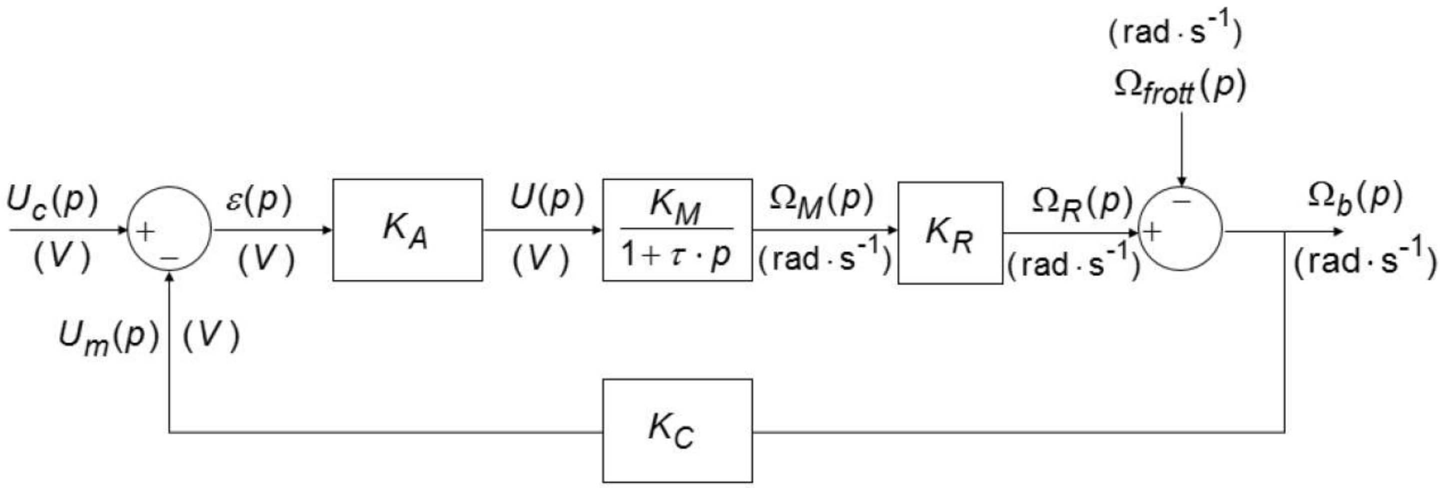
On a alors : $K_i = \frac{K_P}{T_i} \approx \frac{56{,}8}{0{,}08} = \boxed{710}$



Lieu de Bode de la FTBO avec réglage du correcteur P.I. par méthode du placement fréquentiel et méthode de la compensation du pole dominant

Exercice 5 : Robot de peinture industriel

1. En considérant que l'entrée est une tension $u_c(t)$ proportionnelle à la fréquence de rotation $\omega_c(t)$ souhaitée en consigne, et que la sortie est la fréquence de rotation du bras $\omega_b(t)$, proposer un schéma-bloc représentant l'asservissement étudié. Préciser les grandeurs physiques entre les blocs et leurs unités.



2. Déterminer, dans le cas où les frottements sont négligés, la fonction de transfert $H(p)=\dfrac{\Omega_b(p)}{\Omega_c(p)}$ et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme caractéristique d'un premier ordre dont on donnera les paramètres caractéristiques. Faire les applications numériques.

Sur le schéma-bloc élaboré précédemment, n'apparait pas le bloc qui permet d'adapter la consigne $\omega_c(t)$ en une tension $u_c(t)$, image de cette consigne, pour pouvoir être ensuite comparée à l'image de la sortie. Ce bloc doit nécessairement être un gain pur de valeur K_C si on souhaite que le système soit correctement asservi (ce qui ne veut pas dire précis).

$$FTBF : H(p)=\frac{\Omega_b(p)}{\Omega_c(p)}=\boxed{\frac{K_C\cdot K_A\cdot K_M\cdot K_R}{1+K_C\cdot K_A\cdot K_M\cdot K_R}\cdot\frac{1}{1+\dfrac{\tau}{1+K_C\cdot K_A\cdot K_M\cdot K_R}\cdot p}}$$

On trouve bien la forme caractéristique d'un système du premier ordre de :

- gain statique : $\boxed{K'=\dfrac{K_C\cdot K_A\cdot K_M\cdot K_R}{1+K_C\cdot K_A\cdot K_M\cdot K_R}}=\boxed{0{,}782}$
- constante de temps : $\boxed{\tau'=\dfrac{\tau}{1+K_C\cdot K_A\cdot K_M\cdot K_R}}=\boxed{4{,}35\times10^{-2}\,\text{s}}$.
-

3. Evaluer la rapidité et la comparer à celle imposée par le cahier des charges.

On a : $t_{5\%}=3\times4{,}35\times10^{-2}=\boxed{0{,}13\text{ s}}<0{,}5\text{s}$

Le critère de rapidité du cahier des charges est donc satisfait.

4. Déterminer l'expression de l'erreur en régime permanent vis-à-vis d'une consigne en échelon d'amplitude ω_0. Comparer la valeur obtenue à celle imposée par le cahier des charges.

La *FTBF* est de gain statique non unitaire, le système n'est donc pas précis. L'erreur en régime permanent vis-à-vis d'une consigne en échelon d'amplitude ω_0 est finie et non nulle, elle vaut :

$$e_r(+\infty)=\omega_0\cdot(1-K')=\boxed{0{,}218\times\omega_0}$$

On peut aussi retrouver ce résultat en raisonnant sur la *FTBO* qui est de classe 0, on a donc :

$$e_r(+\infty)=\frac{\omega_0}{1+K_{BO}}=\frac{\omega_0}{1+K_C\cdot K_A\cdot K_M\cdot K_R}=\boxed{0{,}218\times\omega_0}$$

Soit en erreur relative : $\boxed{e_{r\%}=21{,}8\%}>1\%$

Le critère de précision du cahier des charges n'est donc pas satisfait.

5. Indiquer qu'elle est l'influence de la valeur de K_A sur la précision et la rapidité du système.

Augmenter la valeur de K_A :

- améliore la précision ;
- améliore la rapidité.

6. Le système est-il sensible aux perturbations lorsque $\omega_{frott}\neq0$?

Oui car le *FTBO* est de classe nulle.

7. Déterminer l'ordre de la fonction de transfert en boucle fermée. Le système est-il toujours stable ?

La *FTBO* est maintenant d'ordre 2, la *FTBF* aussi.
Le système est inconditionnellement stable car $\forall\omega, \varphi(\omega) > -180°$

8. Montrer que pour une réponse à une consigne en échelon, le système est précis.

La *FTBO* est maintenant de classe 1, le système est donc précis vis-à-vis d'une consigne en échelon.

9. Évaluer la rapidité et la comparer à celle imposée par le cahier des charges.

$$FTBF : H(p) = \frac{\Omega_b(p)}{\Omega_c(p)} = \boxed{\frac{1}{1 + \frac{1}{K_C \cdot K_A \cdot K_M \cdot K_R} \cdot p + \frac{\tau}{K_C \cdot K_A \cdot K_M \cdot K_R} \cdot p^2}}$$

On a donc : $\omega_{0_{BF}} = \sqrt{\frac{K_C \cdot K_A \cdot K_M \cdot K_R}{\tau}} = 4{,}24 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ et $z_{BF} = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\tau \cdot K_C \cdot K_A \cdot K_M \cdot K_R}} = 0{,}59$

A partir de l'abaque du temps de réponse réduit, on en déduit que : $t_{5\%} \cdot \omega_{0_{BF}} \approx 5 \Rightarrow \boxed{t_{5\%} \approx 1{,}2 \text{s}} > 0{,}5\text{s}$

Le critère de rapidité du cahier des charges n'est donc pas satisfait avec ce correcteur.

10. Le système est-il sensible aux perturbations lorsque $\omega_{frott} \neq 0$?

La *FTBO* est maintenant de classe 1 en amont de la perturbation, le système est donc précis vis-à-vis d'une perturbation en échelon.

Exercice 6 : Véhicule hybride Toyota Prius

1. Déterminer l'expression de $\Omega_{GE}(p)$ en fonction de $\Omega_{GE}^c(p)$ et de $C_{MT}(p)$.

Système à deux entrées, le principe de superposition nous permet d'écrire que : $\boxed{\Omega_{GE}(p) = H_{BF_1}(p) \cdot \Omega_{GE}^c(p) + H_{BF_2}(p) \cdot C_{MT}(p)}$

Avec :

- Fonction de transfert de poursuite : $H_{BF_1}(p) = \left.\frac{\Omega_{GE}(p)}{\Omega_{GE}^c(p)}\right|_{C_{MT}(p)=0} = \frac{H_{BO}(p)}{1 + H_{BO}(p)} = \boxed{\frac{C(p) \cdot K_A \cdot K_{GE}}{J_{GE} \cdot p + f_{GE} + C(p) \cdot K_A \cdot K_{GE}}}$

- Fonction de transfert de régulation : $H_{BF_2}(p) = \left.\frac{\Omega_{GE}(p)}{C_{MT}(p)}\right|_{\Omega_{GE}^c(p)=0} = \gamma \cdot \frac{\frac{1}{J_{GE} \cdot p + f_{GE}}}{1 + H_{BO}(p)} = \boxed{\frac{\gamma}{J_{GE} \cdot p + f_{GE} + C(p) \cdot K_A \cdot K_{GE}}}$

2. Expliquer pourquoi un asservissement sans correction ($C(p) = 1$) ne permet pas de satisfaire les critères du cahier des charges.

La *FTBO* est de classe 0, la performance de précision du cahier des charges ne peut donc pas être satisfaite.

3. Indiquer, à l'aide du diagramme de Bode fourni ci-après, si le système est stable. Si oui, déterminer la marge de phase et la marge de gain.

Le diagramme de Bode donné correspond à celui de la FTBO du système corrigé avec le correcteur intégral.
Sur ce diagramme, on observe que le système est stable d'après le critère graphique du revers.
Par ailleurs, on relève : $\boxed{M\varphi \approx 8°}$ et M_G n'est pas définie car $\forall\omega, \varphi(\omega) > -180°$

4. Déterminer l'erreur vis-à-vis d'un échelon de consigne $\omega_{GE}^{c}(t)=\omega_0\cdot u(t)$ avec $u(t)$, un échelon unitaire.

Avec ce correcteur, la *FTBO* est de classe 1, l'erreur vis-à-vis d'un échelon de consigne est donc nulle.

5. Déterminer l'erreur vis-à-vis d'un échelon de perturbation $C_{MT}(t)=C_0\cdot u(t)$ avec $u(t)$, un échelon unitaire.

Avec ce correcteur, la *FTBO* est de classe 1 en amont de la perturbation, l'erreur vis-à-vis d'un échelon de de perturbation est donc nulle.

6. Déterminer graphiquement la pulsation de coupure à 0 dB de la FTBO.

Sur le diagramme de Bode de la *FTBO* corrigée, on relève une pulsation de coupure à 0 dB : $\boxed{\omega_{c0dB}\approx 2{,}1\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}}$

7. Justifier que ce correcteur ne permet pas de satisfaire l'ensemble des critères du cahier des charges.

En conclusion des réponses apportées aux questions précédentes, on peut dire que le correcteur intégral pur proposé permet de satisfaire toutes les exigences du cahier des charges sauf celle portant sur la stabilité.

8. Justifier l'utilisation d'un correcteur à avance de phase.

Le correcteur à avance de phase doit permettre ici de conserver les performances de précision et de rapidité obtenues grâce au correcteur intégral, tout en améliorant les marges de stabilité.

9. Déterminer les valeurs de a et de T pour que la marge de phase soit égale à 45°.

Il est décidé de placer ω_m à la pulsation ω_{c0dB} imposée par le cahier des charges. Pour cette pulsation de $1{,}5\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$, on relève graphiquement une phase de -171°. Afin de respecter l'exigence de stabilité du cahier des charges ($M\varphi>45^\circ$), il est donc nécessaire d'apporter une avance de phase telle que : $\varphi_m=171^\circ-135^\circ=36^\circ$.

Cela implique que : $\sin(\varphi_m)=\dfrac{1-a}{1+a} \Rightarrow a=\dfrac{1-\sin(\varphi_m)}{1+\sin(\varphi_m)} \Rightarrow \boxed{a=0{,}26}$

Et : $\omega_m=\dfrac{1}{T\cdot\sqrt{a}}=1{,}5\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}} \Rightarrow T=\dfrac{1}{1{,}5\cdot\sqrt{a}}=\boxed{1{,}31\mathrm{s}}$

10. Déterminer la valeur de K_i pour que la pulsation ω_{c0dB} soit effectivement la pulsation de coupure à 0 dB imposée par le cahier des charges.

- Graphiquement :

À la pulsation $\omega_m=1{,}5\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$:

- le diagramme de Bode de la *FTBO* corrigée avec le correcteur intégral seul (de gain unitaire) donne un gain de $6\mathrm{dB}$;
- le diagramme de Bode du correcteur à avance de phase donne un gain $20\cdot\log\left|C_2(j\cdot\omega_m)\right|=10\cdot\log\left(\dfrac{1}{a}\right)=5{,}8\mathrm{dB}$.

On en déduit, qu'il faut choisir une valeur de K_i qui permet de faire translater la courbe de gain de $\Delta=-(5{,}8+6)=-11{,}8\mathrm{dB}$. Ce qui implique :

$$K_i=10^{\frac{\Delta}{20}}=10^{\frac{-11{,}8}{20}}=\boxed{0{,}25}$$

- Par le calcul :

On cherche la valeur de K_i qui assure : $\left|H_{BO-corrigée}(j\cdot\omega_{c0dB})\right|=1$ avec $\omega_{c0dB}=1{,}5\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$

C'est-à-dire tel que : $\dfrac{K_i\cdot\sqrt{1+1{,}31^2\times1{,}5^2}\cdot0{,}5\times2}{1{,}5\cdot\sqrt{1+0{,}26^2\times1{,}31^2\times1{,}5^2}\cdot\sqrt{0{,}05^2+0{,}2^2\times1{,}5^2}}=1 \Rightarrow \boxed{K_i=0{,}23}$

11. Donner la valeur de la marge de gain correspondante.

La marge de gain M_G n'est toujours pas définie car on a toujours $\forall\omega,\varphi(\omega)>-180^\circ$

12. Conclure sur les capacités du correcteur à satisfaire l'ensemble des critères du cahier des charges.

Avec les réglages choisis pour le correcteur ($K_i=0{,}23$, $a=0{,}26$ et $T=1{,}31\mathrm{s}$), l'ensemble des exigences du cahier des charges est satisfait.