Exercice 1 : **Moteur d'un système d'hémodialyse**

$$\left.\frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}\right|_{Cr(p)=0} = \frac{1200}{100+p} = \frac{1200}{100}.\frac{1}{1+\frac{1}{100}.p} = \frac{12}{1+0,01.p}$$

Système du premier ordre avec un ***gain statique*** $K = 12(rad/s)/V$ et une ***constante de temps*** $\tau = 0,01s$.

Question 2 : *En déduire le temps de réponse à 5 % de ce moteur pour une entrée en échelon.*

$tr_{5\%} \approx 3\times\tau = 3\times 0,01 = \boxed{0,03s}$

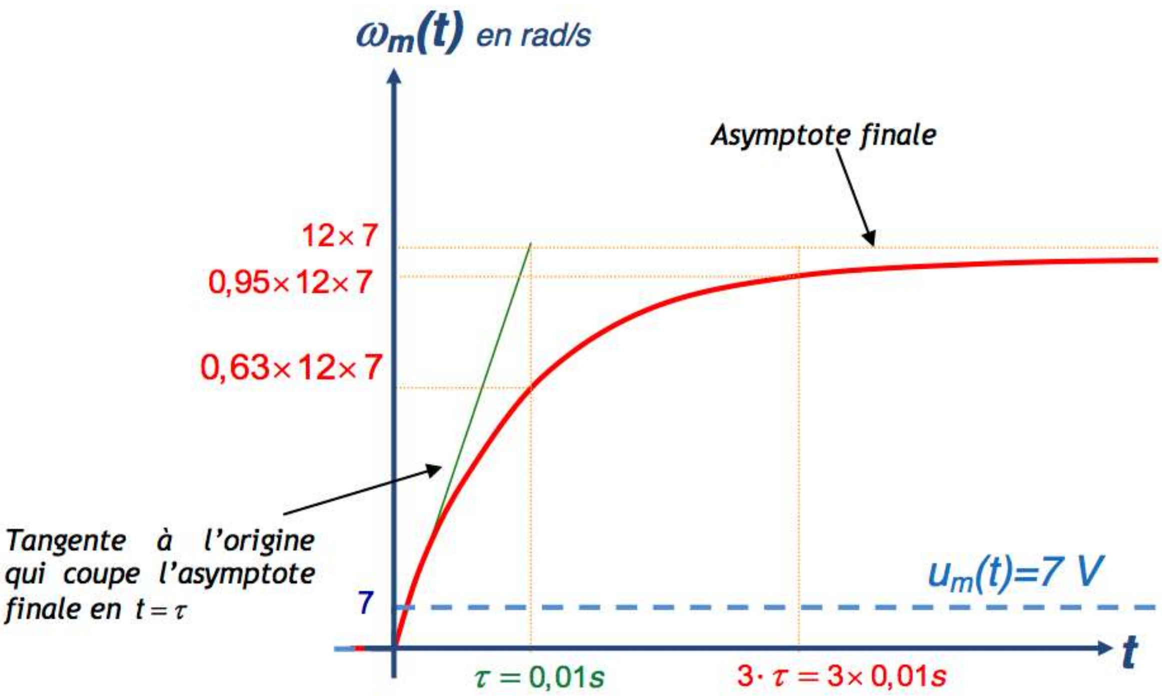
La valeur de τ nous informe donc sur la durée du régime transitoire.

Question 3 : *Évaluer la performance de précision de ce système.*

K est différent de 1, mais on ne peut pas pour autant déterminer l'erreur statique du système et conclure, car la sortie et l'entrée ne sont pas de même nature.

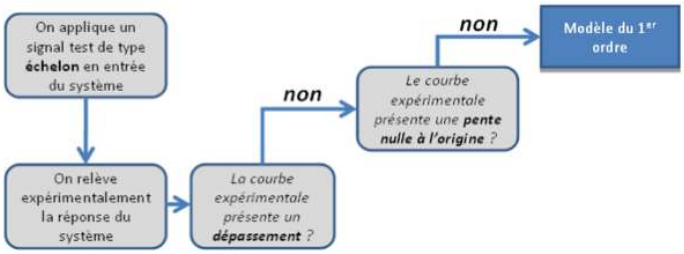
Question 4 : *Tracer en faisant apparaître les points caractéristiques, l'allure de la sortie $\omega_m(t)$ pour une entrée $u_m(t) = 7V$.*

Pour $u_m(t) = 7V$:

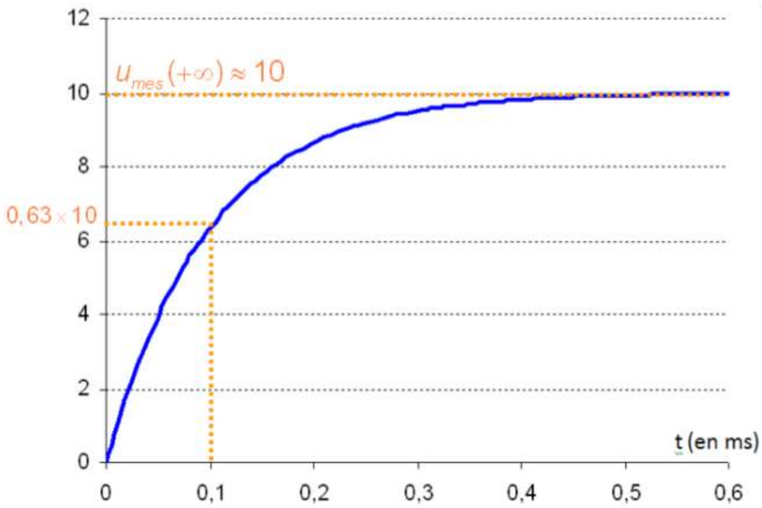


Exercice 2 : **Capteur de vitesse de la plateforme 6 axes**

La courbe de sa réponse à un échelon n'a pas de dépassement et la pente de sa tangente à l'origine n'est pas nulle :
le capteur peut donc être modélisé par un <u>système du 1er ordre.</u>



Question 2 : *En déduire ses paramètres caractéristiques ainsi que sa fonction de transfert.*



On connait :

- la valeur de l'entrée en régime permanent $\omega_m(+\infty) = 1{,}25\ rad/s$

On relève sur la courbe :

- la valeur de la sortie en régime permanent $u_{mes}(+\infty) = 10\ V$
- l'instant où la réponse atteint $0{,}63.u_{mes}(+\infty)$ → 0,1 ms

On en déduit :

- **K le gain statique** du système car $u_{mes}(+\infty) = K.\omega_m(+\infty)$

  Donc $K = \dfrac{10\ V}{1{,}25\ rad/s} = \boxed{8\ V./(rad/s)}$

- **τ la constante de temps** du système par l'instant relevé précédemment.

  Donc $\boxed{\tau = 0{,}1\ ms}$

Donc, on peut choisir comme modèle de comportement pour le capteur :

$$H_{capteur}(p) = \frac{U_{mes}(p)}{\Omega_m(p)} = \frac{K}{1+\tau.p} \quad \Rightarrow \quad \boxed{H_{capteur}(p) = \frac{8}{1+0{,}0001.p}}$$

Question 3 : *Après avoir comparé les constantes de temps du moteur et du capteur, justifier que l'on peut assimiler l'ensemble moteur+capteur à un système du premier ordre.*

On a : constante de temps du capteur (0,1 ms) << constante de temps du moteur (0,02 s).

C'est-à-dire que la durée du régime transitoire du capteur est négligeable devant celle du moteur. Le capteur agit donc (comparé à l'évolution de la vitesse en sortie du moteur $\omega_m(t)$) de manière quasi « instantanée » sur la grandeur qu'il reçoit en entrée $\omega_m(t)$.

Ainsi sa fonction de transfert peut être modélisée par :

$\boxed{H_{capteur}(p) = 8\ V/(rad/s)}$ **(fonction de transfert proportionnelle ou de gain pur)**

Tout système du 1er ordre possède un temps de réponse, mais celui-ci peut être négligeable devant les temps de réponse d'autres systèmes auxquels il est associé.

Question 4 : *En déduire la fonction de transfert de ce système moteur + capteur.*

Avec cette modélisation, on a donc : $\boxed{\dfrac{U_{mes}(p)}{U_m(p)} = \dfrac{8 \times 67{,}6}{1+0{,}02.p}}$

Exercice 3 : **Robot préhenseur de pièces**

Q.1. On a $V_M(p) = K_7.\theta_b(p)$ et $U_c(p) = K_1.\theta_c(p)$

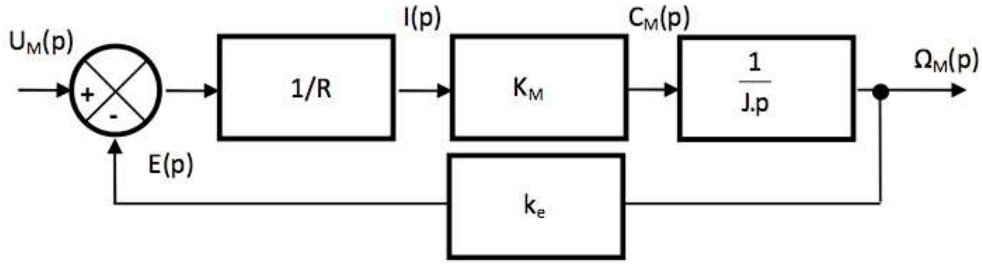
d'où : $\varepsilon(p) = U_c(p) - V_M(p) = K_1.\theta_c(p) - K_7.\theta_b(p) = 0 \rightarrow$ si $\theta_c(p) = \theta_b(p)$ alors $K_1 = K_7$.

Q.2. $u_M(t) = e(t) + R.i(t) \rightarrow U_M(p) = E(p) + R.I(p)$

$e(t) = k_e.\omega_M(t) \rightarrow E(p) = k_e.\Omega_M(p)$

$J.\dfrac{d\omega_M(t)}{dt} = C_M(t) \rightarrow J.p\,\Omega_M(p) = C_M(p)$

$C_M(t) = k_M.i(t) \rightarrow C_M(p) = k_M.I(p)$



$$H_3(p) = \frac{\Omega_M(p)}{U_M(p)} = \frac{1}{k_e}.\frac{\frac{k_M.k_e}{R.J.p}}{1+\frac{k_M.k_e}{R.J.p}} = \frac{1}{k_e}.\frac{k_M.k_e}{R.J.p + k_M.k_e} = \frac{1}{k_e}.\frac{1}{1+\frac{R.J}{k_M.k_e}.p} = \frac{K_3}{(1+T_3.p)} \quad \text{avec } K_3 = \frac{1}{k_e} \text{ et } T_3 = \frac{R.J}{k_M.k_e}$$

Q.3. $\omega_M(t) = K_3.U_0.\left(1-e^{-\frac{t}{T_3}}\right).u(t)$ → ***voir cours réponse indicielle 1^er ordre***

- **Valeur de $\omega_M(t)$ à l'origine :** $\omega_M(t) = 0$ pour $t = 0$.

- **Pente à l'origine :**

$$\omega_M'(0^+) = \underbrace{\lim_{t\to 0^+} \omega_M'(t) = \lim_{p\to\infty}}_{\text{Théorème de la valeur initiale}} \underbrace{p.[p.\Omega_M(p)]}_{\text{Transformée de la dérivée (CI nulles)}} = \lim_{p\to\infty} p^2.\frac{K_3.U_0}{p.(1+T_3.p)} = \frac{K_3.U_0}{T_3} \rightarrow \boxed{\text{Pente à l'origine} = \frac{K_3.U_0}{T_3}}$$

Théorème de la valeur initiale

Transformée de la dérivée (CI nulles)

- **Ordonnée en $+\infty$:**

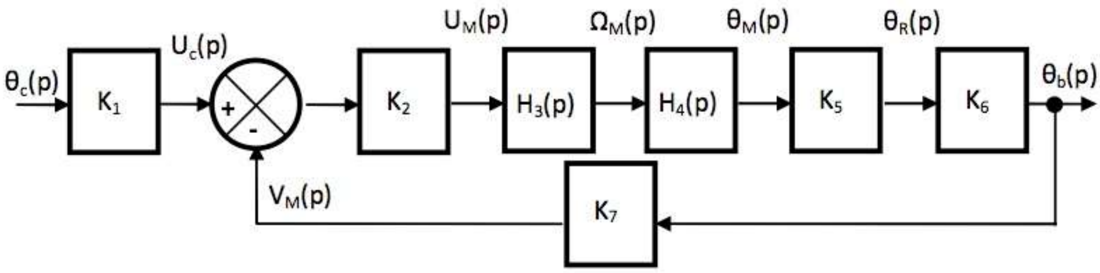
$$\omega_M(+\infty) = \underbrace{\lim_{t\to+\infty} \omega_M(t) = \lim_{p\to 0}}_{\text{Théorème de la valeur finale}} p.\Omega_M(p) = K_3.U_0 \rightarrow \boxed{\omega_M(+\infty) = K_3.U_0}$$

Théorème de la valeur finale

Q.4. $\dfrac{d\theta_M(t)}{dt} = \omega_M(t) \rightarrow p.\theta_M(p) = \Omega_M(t) \rightarrow H_4(p) = \dfrac{\theta_M(p)}{\Omega_M(p)} = \dfrac{1}{p}$.

Q.5.

Schéma bloc :



Calcul de la FTBF : $H(p)=\dfrac{\theta_b(p)}{\theta_c(p)}=K_1.\dfrac{\theta_b(p)}{U_c(p)}=K_1.\dfrac{1}{K_7}.\dfrac{K_2.H_3(p).H_4(p).K_5.K_6.K_7}{1+K_2.H_3(p).H_4(p).K_5.K_6.K_7}=K_1.\dfrac{1}{K_7}.\dfrac{\dfrac{K_2.K_3.K_5.K_6.K_7}{(1+T_3.p)}.\dfrac{1}{p}}{1+\dfrac{K_2.K_3.K_5.K_6.K_7}{(1+T_3.p)}.\dfrac{1}{p}}$

On pose K_{BO} gain boucle ouverte tel que : $K_{BO} = K_2.K_3.K_5.K_6.K_7$

$$H(p)=\frac{K_1}{K_7}.\frac{K_{BO}}{T_3.p^2+p+K_{BO}}=\frac{\dfrac{K_1}{K_7}}{\dfrac{T_3}{K_{BO}}.p^2+\dfrac{1}{K_{BO}}p+1}=\frac{K}{(1+\dfrac{2.z}{\omega_0}p+\dfrac{1}{\omega_0^{\ 2}}p^2)}$$ avec :

$K=\dfrac{K_1}{K_7}=1$ si $K_1=K_7$ (Q.1.) , $\omega_0=\sqrt{\dfrac{K_{BO}}{T_3}}$ et $z=\dfrac{1}{2}.\sqrt{\dfrac{1}{K_{BO}.T_3}}$ et $K_{BO} = K_2.K_3.K_5.K_6.K_7$ (K_{BO} en s^{-1})

Q.6.

A l'aide de l'abaque annexe 1 du cours 07, on obtient graphiquement z = 0,2.

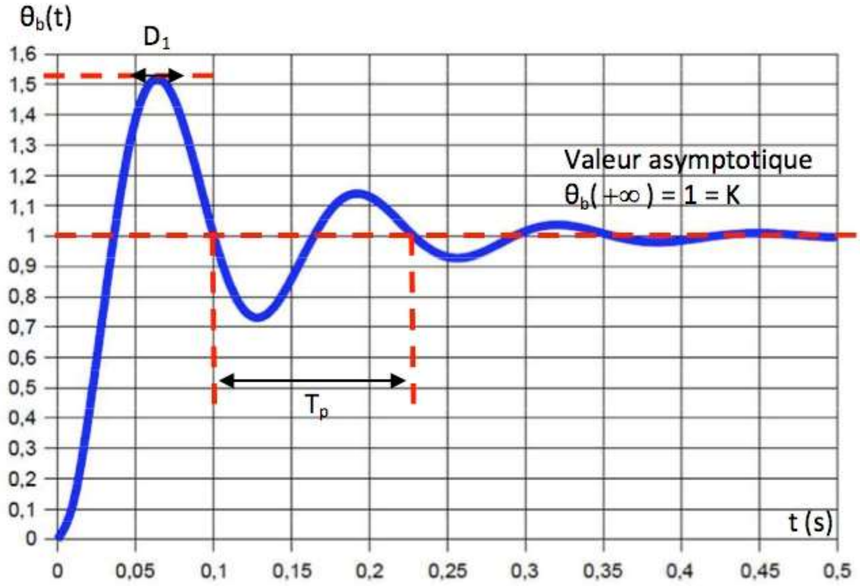
Valeur asymptotique : Graphiquement on lit $\theta_b(+\infty) = 1 \rightarrow K = 1$.

La période des oscillations amorties est $T_p=\dfrac{2\pi}{\omega_p}=\dfrac{2\pi}{\omega_0\sqrt{1-z^2}}$.

Graphiquement on lit $T_p = 0{,}13$ s

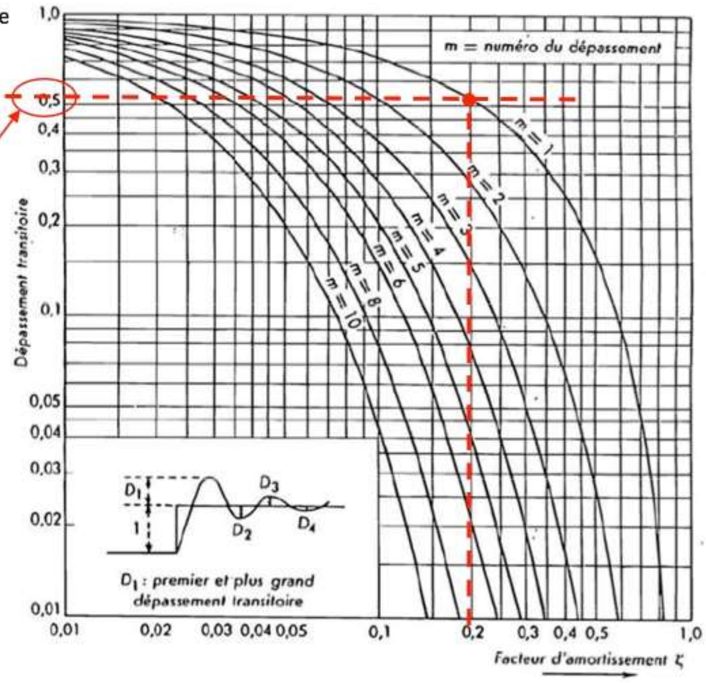
$\rightarrow \omega_0=\dfrac{2\pi}{T_p.\sqrt{1-z^2}}=\dfrac{2\pi}{0{,}13.\sqrt{1-0{,}2^2}}$

$\omega_0 = 49$ rad/s.

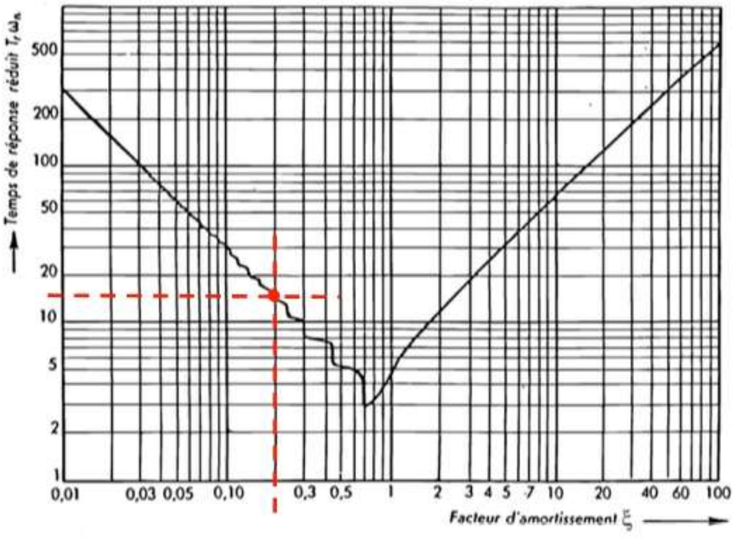


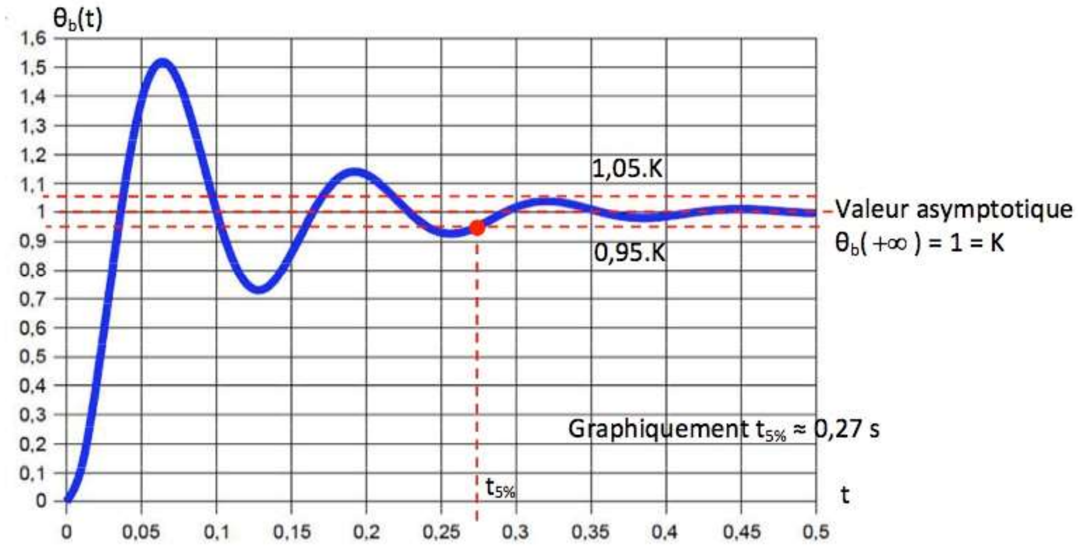
Valeur du dépassement transitoire

$0{,}52=\dfrac{52}{100}\rightarrow D_1=52\%$

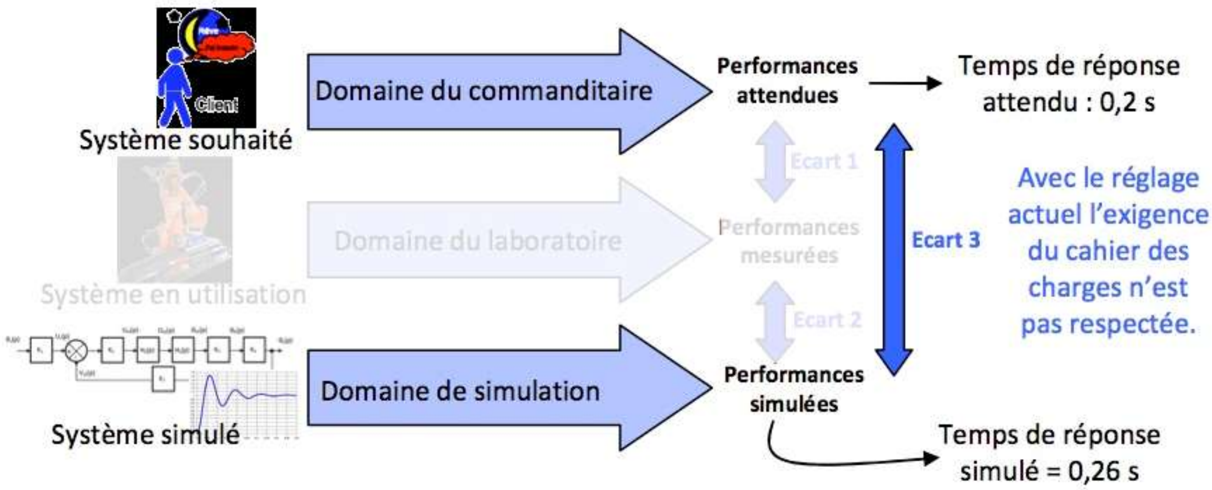


Q.7. Pour z = 0,2 on lit sur l'annexe 2 cours 07 $t_{5\%}.\omega_0 \approx 13 \rightarrow t_{5\%}=\dfrac{13}{49}=0{,}26s \rightarrow$ Exigence 1.2.1 non vérifiée.


Temps de réponse réduit $T_r\,\omega_n$
500
200
100
50
20
10
5
2
1
0,01
0,03 0,05
0,10
0,3 0,5
1
2 3 4 5 7 10
20
40 60 100
Facteur d'amortissement ξ


$\theta_b(t)$
1,6
1,5
1,4
1,3
1,2
1,1
1
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
1,05.K
Valeur asymptotique
$\theta_b(+\infty) = 1 = K$
0,95.K
Graphiquement $t_{5\%} \approx 0{,}27$ s
$t_{5\%}$
t
0
0,05
0,1
0,15
0,2
0,25
0,3
0,35
0,4
0,45
0,5

Q.8. Synthèse :


Client
Système souhaité
Domaine du commanditaire
Performances attendues
Temps de réponse attendu : 0,2 s
Ecart 1
Système en utilisation
Domaine du laboratoire
Performances mesurées
Ecart 3
Avec le réglage actuel l'exigence du cahier des charges n'est pas respectée.
Ecart 2
Système simulé
Domaine de simulation
Performances simulées
Temps de réponse simulé = 0,26 s

Exercice 4 : **Étude de l'asservissement d'une unité dentaire**

Q.1. H(p) : moteur et G(p) : réducteur à engrenages.

Q.2. $\frac{\Omega_v(p)}{\Omega_c(p)} = \frac{C(p).H(p).G(p)}{1+C(p).H(p).G(p)}$

Q.3. $u(t) = e(t) + R.i(t) + L.\frac{di(t)}{dt}$ → $U(p) = E(p) + R.I(p) + L.p.I(p)$

$e(t) = k_e.\omega_m(t)$ → $E(p) = k_e.\Omega_m(p)$

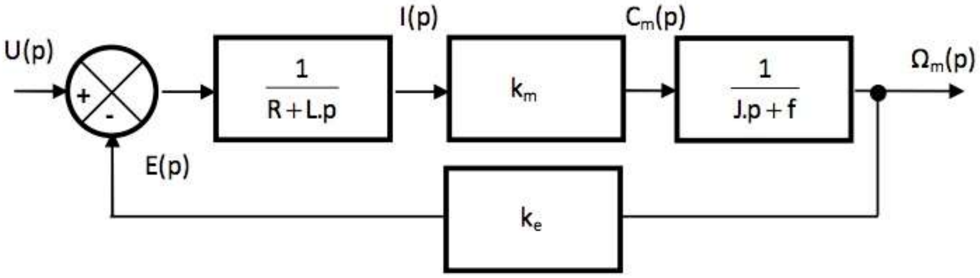
$J.\frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) - f.\omega_m(t)$ → $J.p\ \Omega_m(p) = C_m(p) - f.\ \Omega_m(p)$

$C_m(t) = k_m.i(t)$ → $C_m(p) = k_m.I(p)$

Q.4. $$\frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{1}{k_e}.\frac{\frac{k_m.k_e}{(R+Lp).(J.p+f)}}{1+\frac{k_m.k_e}{(R+Lp).(J.p+f)}} = \frac{1}{k_e}.\frac{k_m.k_e}{(R+Lp).(J.p+f)+k_m.k_e} = \frac{1}{k_e}.\frac{k_m.k_e}{L.J.p^2+(R.J+L.f).p+f.R+k_m.k_e}$$

$$\frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{1}{k_e}.\frac{\frac{k_m.k_e}{f.R+k_m.k_e}}{1+\frac{(R.J+L.f)}{f.R+k_m.k_e}.p+\frac{L.J}{f.R+k_m.k_e}.p^2} = \frac{K}{(1+\frac{2.z}{\omega_0}p+\frac{1}{\omega_0^{\ 2}}p^2)}$$

avec $K = \frac{k_m}{f.R+k_m.k_e}$, $\omega_0 = \sqrt{\frac{f.R+k_m.k_e}{L.J}}$ et $z = \frac{1}{2}.\frac{R.J+L.f}{\sqrt{L.J.(f.R+k_m.k_e)}}$.

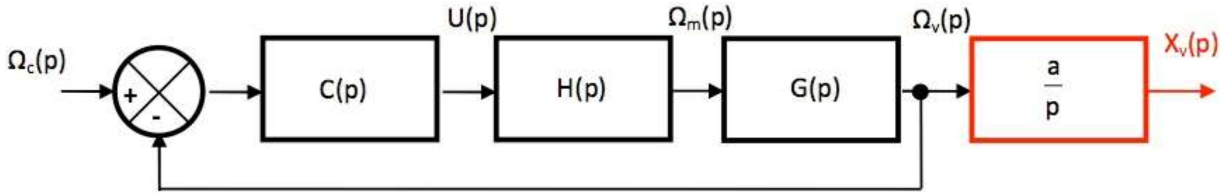


Si on utilise un correcteur proportionnel, l'application numérique des grandeurs physiques permet de trouver la fonction de transfert simplifiée suivante : $\frac{\Omega_v(p)}{\Omega_c(p)} = \frac{K_T}{1+T_T.p}$, avec K_T=0,9 et T_T=0,1s

Q.5. $\omega_c(t) = \omega_{c0}.u(t)$ → $\Omega_c(p) = \frac{\omega_{c0}}{p}$ → système du 1[er] ordre → $\omega_v(t) = K_T.\omega_{c0}.\left(1-e^{-\frac{t}{T_T}}\right).u(t)$

Q.6. $t_{5\%} = 3.\tau = 0{,}3s$ ($\tau = T_T = 0{,}1s$) → ***voir cours 06 réponse indicielle 1[er] ordre.***

Q.7.et 8. $\frac{dx_v(t)}{dt} = a.\omega_v(t)$ → $p.X_v(p) = a.\ \Omega_v(p)$



$$X_v(p) = \frac{a}{p} \cdot \frac{K_T}{1+T_T.p} . \Omega_c(p) \quad \rightarrow \quad X_v(p) = \frac{a}{p} \cdot \frac{K_T}{1+T_T.p} \cdot \frac{\omega_{c0}}{p}$$

→ Réponse d'un système du premier ordre à une rampe : $x_v(t) = a.K_T.\omega_{c0}\left(t - T_T + T_T.e^{-\frac{t}{T_T}}\right).u(t)$

→ voir cours 06 réponse à une rampe 1er ordre

Q.9. $\frac{\Omega_v(p)}{\Omega_c(p)} = \frac{1}{1+2.p+p^2}$ → système du 2ème ordre avec K=1, ω_0 =1 et z=1.

→ Réponse d'un système du 2nd ordre à un échelon $\omega_c(t) = \omega_{c0}.u(t)$:

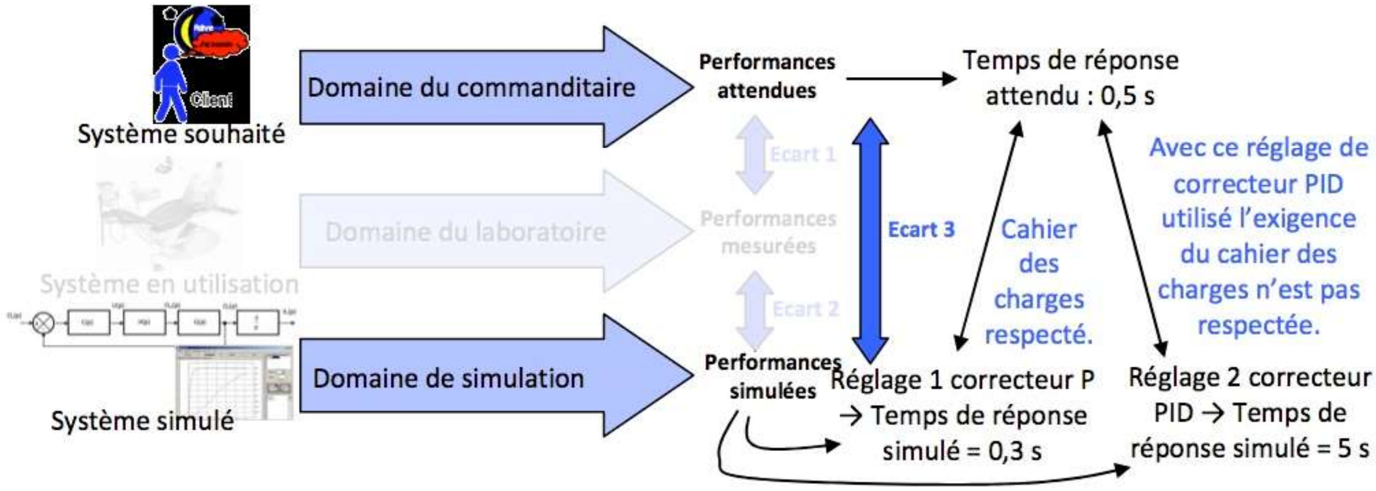
$$\omega_c(t) = \omega_{c0}.\left(1 - e^{-t} - t.e^{-t}\right)u(t)$$

Régime permanent *Régime transitoire*

→ voir cours réponse 07 indicielle 2ème ordre pour z=1 (Rappel : $s(t) = K\left(1 - e^{-\omega_0.t} - \omega_0.t.e^{-\omega_0.t}\right).u(t)$)

Q.10. $t_{5\%}.\omega_0 = 5$ (annexe 2 cours 07) soit $t_{5\%}$ = 5s → système plus lent qu'avec correcteur proportionnel.

Q.11. Synthèse :



Résultats obtenus avec un logiciel de simulation (gratuit) : Easy Reg