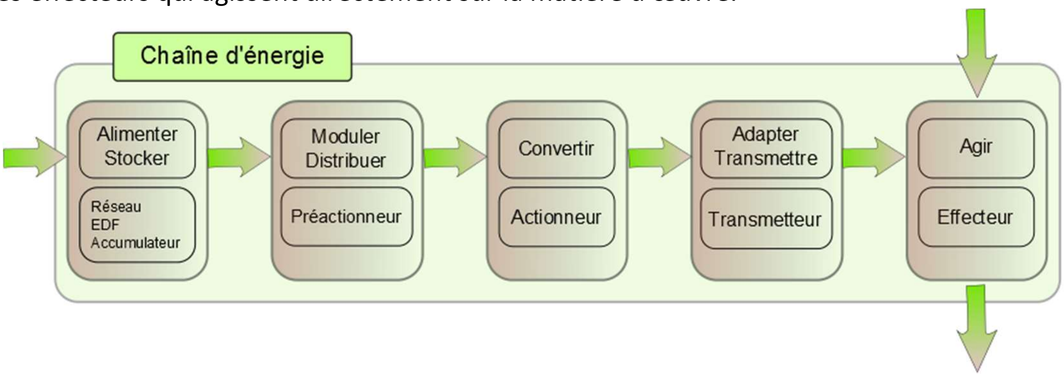
1. RAPPELS

La chaîne d'action d'un système automatisé transforme, adapte et transmet le flux de puissance nécessaire à l'obtention d'une valeur ajoutée. Elle comprend :

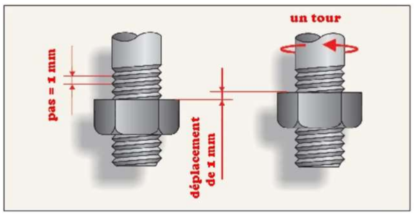
- les actionneurs (vérins, moteurs) qui transforment une énergie électrique, hydraulique, pneumatique en énergie mécanique
- les **transmetteurs** qui modifient l'énergie mécanique
- les effecteurs qui agissent directement sur la matière d'œuvre.



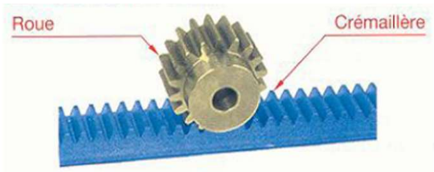
Les transmetteurs sont des mécanismes de transformation de mouvement qui permettent d'adapter un mouvement de rotation ou de transformer un mouvement de rotation à un mouvement de translation (ou inversement).
Ils permettent d'adapter la vitesse et les efforts de sortie entre l'actionneur et l'effecteur.

1.1. Rotation - translation

- Système vis-écrou : quand on tourne la vis d'un tour, elle translate du pas divisé par 2π : $\boxed{\mathbf{x} = \pm\frac{\mathbf{p}}{2\pi}.\boldsymbol{\theta}}$

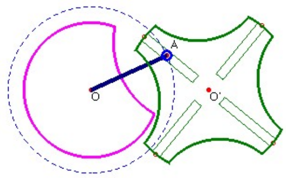


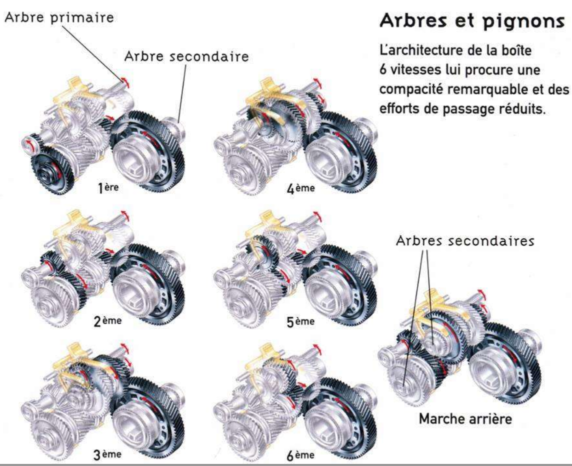
- Système pignon crémaillère (direction d'un véhicule)

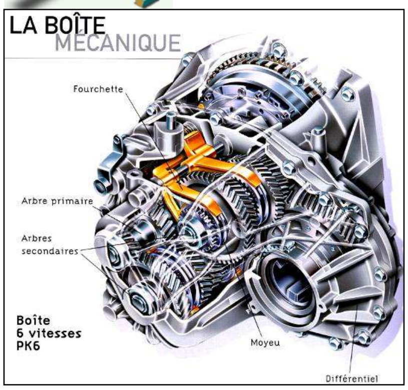


1.2. Rotation – rotation

- Croix de Malte (rotation continue vers rotation alternative : mécanisme de transfert)
- Roue de friction
- Système poulies-courroie ou roues-chaîne
- Engrenages



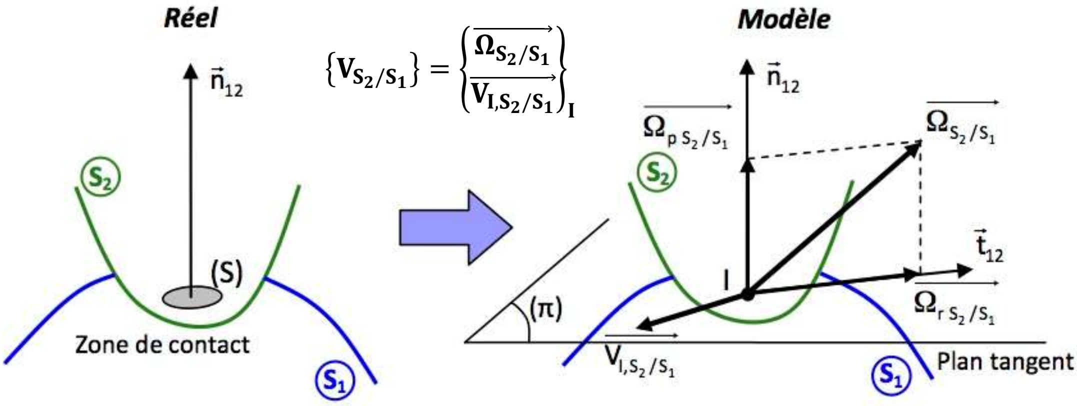




2. Hypothèses et Modèle : Contact ponctuel

On considère un solide S_2 en mouvement relatif et en contact par rapport à un solide S_1. Pour construire le modèle on définit un point de contact I, une normale au contact $\vec{n}_{12}$ et un plan tangent au contact (π) entre les deux solides (S_1 est en dessous de (π), S_2 est au dessus de (π)).

$$\{\mathbf{V}_{S_2/S_1}\} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{\mathbf{\Omega}_{S_2/S_1}} \\ \overrightarrow{\mathbf{V}_{I,S_2/S_1}} \end{Bmatrix}_I$$



Au cours du mouvement relatif de S_2 par rapport à S_1, on suppose qu'**il existe toujours un point de contact** (non rupture du contact).

2.1. Mise en évidence du point coïncident de contact

La définition du point I sur le modèle recouvre en fait, du point de vue cinématique, l'existence de 3 points particuliers :

- Le point I matériel appartenant au solide 1
- Le point I matériel appartenant au solide 2
- Le point I qui correspond au point géométrique de contact

Les deux premiers points ont une existence matérielle différente et coïncident au moment du contact avec le $3^{ème}$. Les 3 points sont confondus à l'instant t et ne le sont plus à l'instant t + Δt.

Par conséquent : $\boxed{\overrightarrow{\mathbf{V}_{I,S_2/R}} \neq \overrightarrow{\mathbf{V}_{I/R}} \quad \textbf{et} \quad \overrightarrow{\mathbf{V}_{I,S_1/R}} \neq \overrightarrow{\mathbf{V}_{I/R}}}$

2.2. Vitesse de glissement

On appelle le vecteur vitesse de glissement en I de S_2/S_1 le vecteur vitesse $\overrightarrow{\mathbf{V}_{I,S_2/S_1}}$.

Puisque l'on suppose qu'il n'y a pas de rupture de contact entre les 2 solides et que ce sont des solides indéformables (ils ne peuvent pas s'interpénétrer), le vecteur vitesse $\overrightarrow{V_{I,S_2/S_1}}$ est nécessairement contenu dans le plan (π). <u>On le représentera généralement colinéaire au vecteur tangent $\vec{t}_{12}$</u>.

Il ne faut jamais utiliser le calcul direct pour calculer une vitesse de glissement.

2.3. Condition de roulement sans glissement

La condition de roulement sans glissement en I de S_2/S_1 s'écrit $\boxed{\overrightarrow{\mathbf{V_{I,S_2/S_1}}} = \vec{\mathbf{0}}}$

Cette relation va s'avérer utile pour déterminer la loi E/S des transmetteurs linéaires (poulies-courroie, réducteur à engrenages ,…)

2.4. Vitesse de rotation de roulement et vitesse de rotation de pivotement

Le vecteur $\overrightarrow{\Omega_{S_2/S_1}}$ étant donné, on peut le décomposer en la somme de deux vecteurs :

$$\boxed{\overrightarrow{\mathbf{\Omega_{S_2/S_1}}} = \overrightarrow{\mathbf{\Omega_{p\ S_2/S_1}}} + \overrightarrow{\mathbf{\Omega_{r\ S_2/S_1}}}}$$

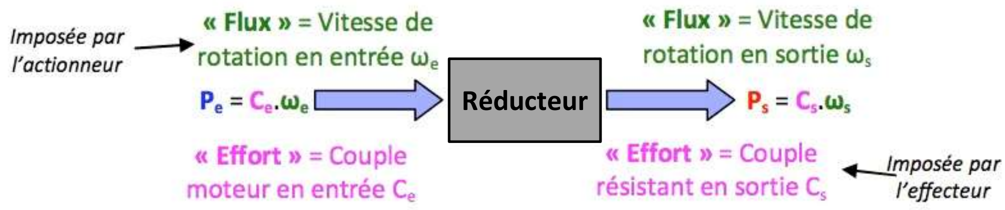
- Le vecteur normal au plan (π) est le vecteur vitesse de rotation de pivotement de S_2/S_1. On le note $\overrightarrow{\Omega_{p\ S_2/S_1}}$,
- Le vecteur contenu dans le plan (π) est le vecteur vitesse de rotation de roulement de S_2/S_1. On le note $\overrightarrow{\Omega_{r\ S_2/S_1}}$.

3. RÉDUCTEURS

Les réducteurs permettent d'adapter le couple et la vitesse de rotation d'un moteur en un couple et une vitesse sur l'arbre de sortie. La vitesse d'un moteur est souvent élevée et le couple faible alors que la vitesse souhaitée sur l'arbre récepteur est beaucoup plus faible et le couple bien plus élevé.

Une puissance [Watt : W] est une grandeur scalaire, produit de deux grandeurs variables :

- l'une d'entre elles est appelée **« flux »** et est notée **f(t)**
- l'autre est appelée **« effort »** et est notée **e(t)**



On peut classer les réducteurs en différentes catégories en fonction de la technologie employée pour transmettre le mouvement :

- transmission par adhérence : roue de friction (dynamo de vélo), système poulies-courroie avec courroie plate ou trapézoïdale (alternateur de voiture)
- transmission par obstacles : système poulies-courroie avec courroie crantée (courroie de distribution d'une voiture), système à chaîne (vélo, moto), système à engrenage (boite de vitesse).

3.1. Roues de friction

Deux roues cylindriques (ou coniques) sont en contact sur une génératrice et soumises à un effort presseur (ressorts sur le schéma ci-dessous).
Le frottement au contact des deux roues permet d'assurer le non glissement relatif et donc de transmettre le mouvement de la roue motrice vers la roue réceptrice.

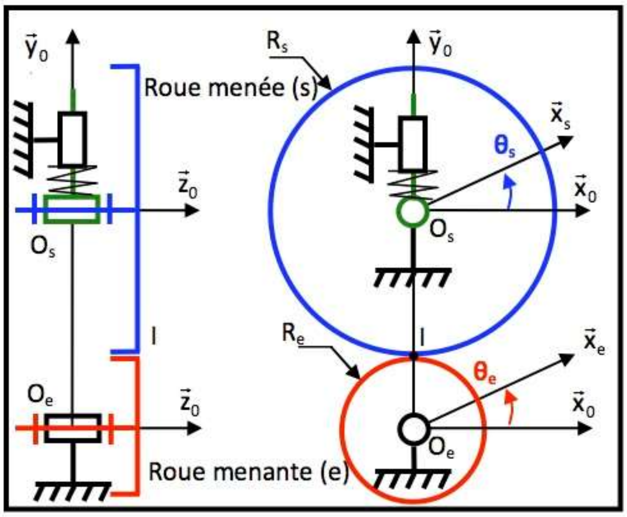
La condition de roulement sans glissement au point de contact I s'écrit donc :

$$\overrightarrow{V_{I,s/e}} = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \overrightarrow{V_{I,s/0}} - \overrightarrow{V_{I,e/0}} = \vec{0}$$
$$\Leftrightarrow R_s\dot{\theta}_s.\overrightarrow{x_0} + R_e\dot{\theta}_e.\overrightarrow{x_0} = \vec{0}$$
$$\Leftrightarrow R_s\dot{\theta}_s + R_e\dot{\theta}_e = 0$$
$$\Leftrightarrow R_s\omega_s + R_e\omega_e = 0$$

D'où le rapport de réduction d'un tel transmetteur :

$$\boxed{\frac{\boldsymbol{\omega_s}}{\boldsymbol{\omega_e}} = -\frac{\mathbf{R_e}}{\mathbf{R_s}}}$$

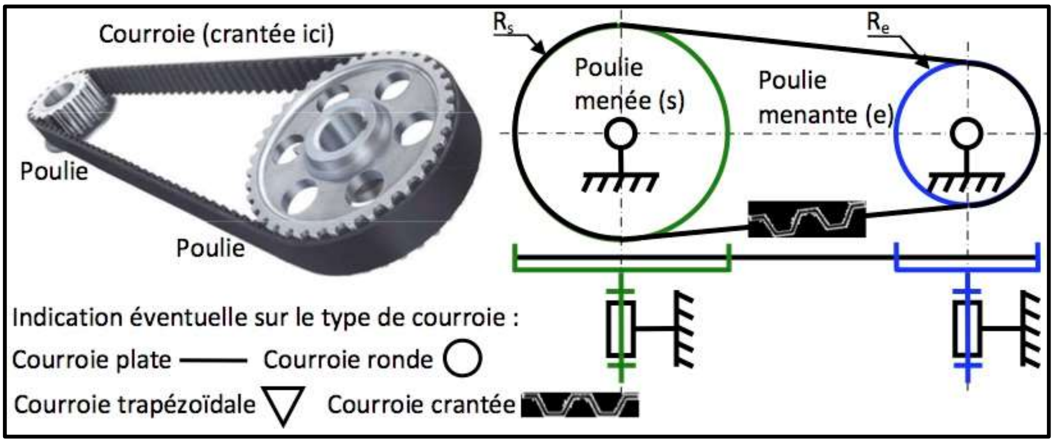
Rq : le signe « - » signifie que les 2 roues tournent dans le sens opposé



Cette solution technique reste cependant limitée car elle nécessite une pression de contact importante pour assurer le non glissement en I. Pour remédier à cette limitation, on utilise plutôt des transmissions par obstacles (voir 3.3.)

3.2. Système poulies-courroie

Un système poulies-courroie est composé de deux poulies, montées sur les arbres d'entrée et de sortie d'axes parallèles, en rotation par rapport au bâti. Ces deux poulies sont reliées par une courroie, qui est un lien souple, considéré comme inextensible.

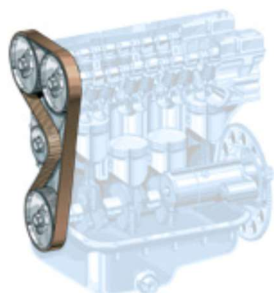


Du fait de l'inextensibilité de la courroie, les vitesses de tous ses points ont la même norme.

En traduisant la condition de non glissement de la courroie sur les poulies en I1 et I2 on déduit que : $\boxed{\frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{R_e}{R_s}}$.

Rq : les 2 poulies tournent ici dans le même sens

Cette relation n'est valable que s'il y a non glissement entre la courroie et les poulies ce qui nécessite un coefficient de frottement non nul et un système permettant de tendre constamment la courroie.



Pour augmenter le couple transmissible par un tel système, on utilise des courroies à section trapézoïdale (amélioration de l'adhérence) ou des courroies crantées qui suppriment le glissement (courroie de distribution dans les moteurs 4 temps...) ou encore des chaînes (moto, auto...)

3.3. Système à engrenages

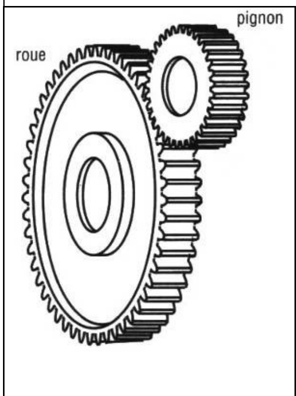
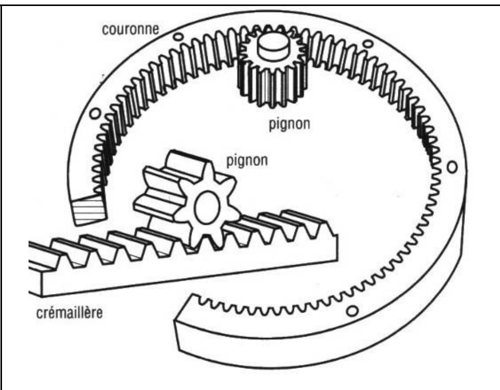
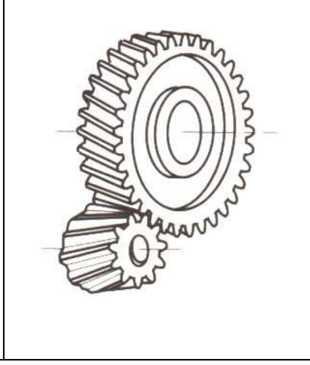
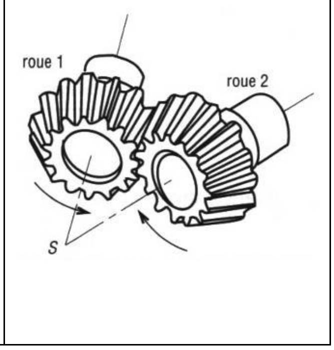
Les engrenages sont constitués de **deux roues dentées engrenant l'une avec l'autre** :

- chaque roue est en rotation autour d'un axe,
- la transmission de mouvement entre les deux roues se fait par contact entre les différentes dents.

Les fonctions réalisées sont :

- transmettre la puissance,
- adapter les vitesses de rotation, les efforts transmissibles.

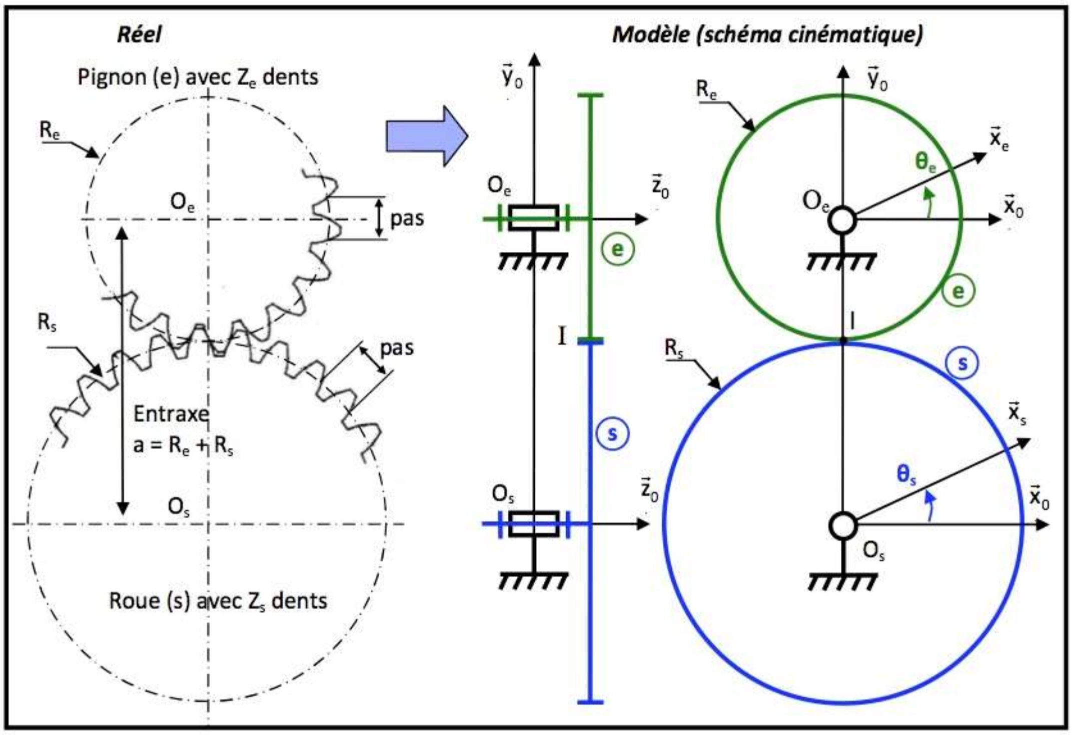
Exemples de quelques engrenages :

Engrenage à axes parallèles			Engrenage à axes concourants
Denture droite		Denture hélicoïdale	
			

Propriétés :

La géométrie des dentures est telle que le comportement cinématique est équivalent à un système :

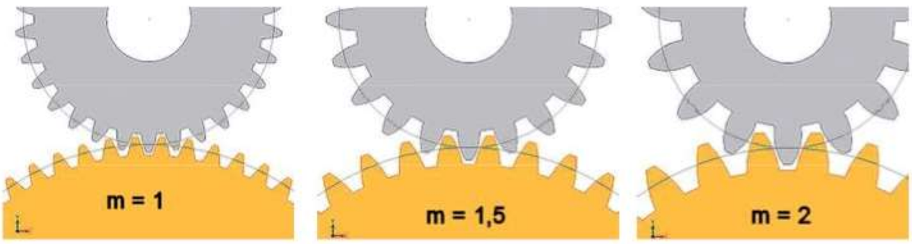
- à roues lisses en friction l'une sur l'autre
- de même entraxe a
- de diamètres primitifs D_1 et D_2, correspondants aux cercles représentés sur le schéma cinématique ci-dessous :



Engrenage à denture extérieure

Le pas entre deux dents consécutives est donné par : $\begin{cases} p_e = \frac{\pi D_e}{Z_e} \\ p_s = \frac{\pi D_s}{Z_s} \end{cases}$ où Z_i est le nombre de dents de la roue i.

Or, pour garantir le parfait engrènement entre le pignon e et la roue s, ceux-ci doivent avoir le même pas.
On en déduit alors : $\frac{D_e}{Z_e} = \frac{D_s}{Z_s}$. Ce rapport est noté ***m* : module de l'engrenage**.
On a donc $\boxed{\mathbf{D = m.Z}}$ et $\boxed{\mathbf{pas = \pi.m}}$



Remarque : les profils des dents sont des profils conjugués en développante de cercle afin d'avoir un angle de pression constant.

Au point de contact I, il y a roulement sans glissement $\overrightarrow{V(I,s/e)} = \vec{0}$

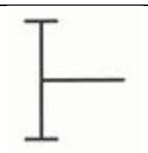
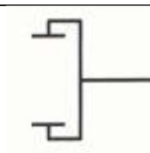
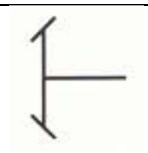
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{V_{I,s/0}} - \overrightarrow{V_{I,e/0}} = \vec{0}$$
$$\Leftrightarrow R_s\dot{\theta}_s.\overrightarrow{x_0} + R_e\dot{\theta}_e.\overrightarrow{x_0} = \vec{0}$$
$$\Leftrightarrow R_s\dot{\theta}_s + R_e\dot{\theta}_e = 0$$
$$\Leftrightarrow R_s\omega_s + R_e\omega_e = 0$$

D’où le rapport de réduction d’un tel transmetteur :

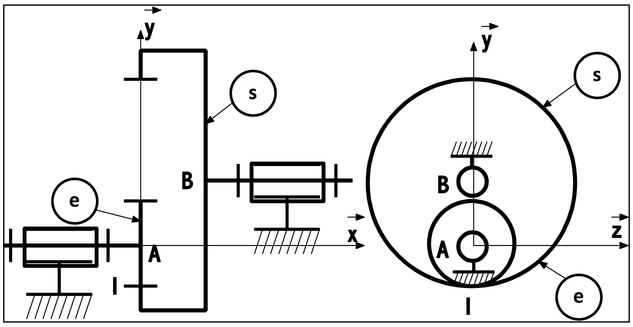
$$\boxed{\frac{\omega_s}{\omega_e} = -\frac{R_e}{R_s} = -\frac{Z_e}{Z_s}}$$

Rq : le signe « - » signifie que les 2 roues tournent dans le sens opposé

La représentation des engrenages est normalisée, notamment dans les schémas cinématiques :

		
Denture extérieure	Denture intérieure	Denture conique

Engrenage à contact intérieur :



Au point de contact I, il y a roulement sans glissement

$\overrightarrow{V(I,s/e)} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{V_{I,s/0}} - \overrightarrow{V_{I,e/0}} = \vec{0}$$
$$\Leftrightarrow R_s\dot{\theta}_s.\overrightarrow{x_0} - R_e\dot{\theta}_e.\overrightarrow{x_0} = \vec{0}$$
$$\Leftrightarrow R_s\dot{\theta}_s - R_e\dot{\theta}_e = 0$$
$$\Leftrightarrow R_s\omega_s - R_e\omega_e = 0$$

D’où le rapport de réduction d’un tel transmetteur :

$$\boxed{\frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{R_e}{R_s} = \frac{Z_e}{Z_s}}$$

Rq : les 2 roues tournent ici dans le même sens.

3.4. Trains d’engrenages simples (axes fixes)

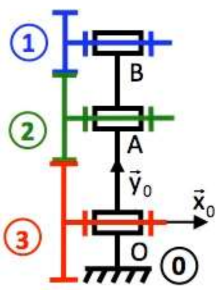
Dans le but d’augmenter le rapport de réduction, on peut associer dans un réducteur plusieurs engrenages en série. On parle alors de **train d’engrenages**.

En traduisant la condition de roulement sans glissement au niveau des différents points de contact entre roues, on peut généraliser les deux relations obtenues précédemment par la **relation de Willis** :

$$\boxed{\frac{\omega_s}{\omega_e} = (-1)^n \frac{\prod Z_{menantes}}{\prod Z_{menées}}}$$

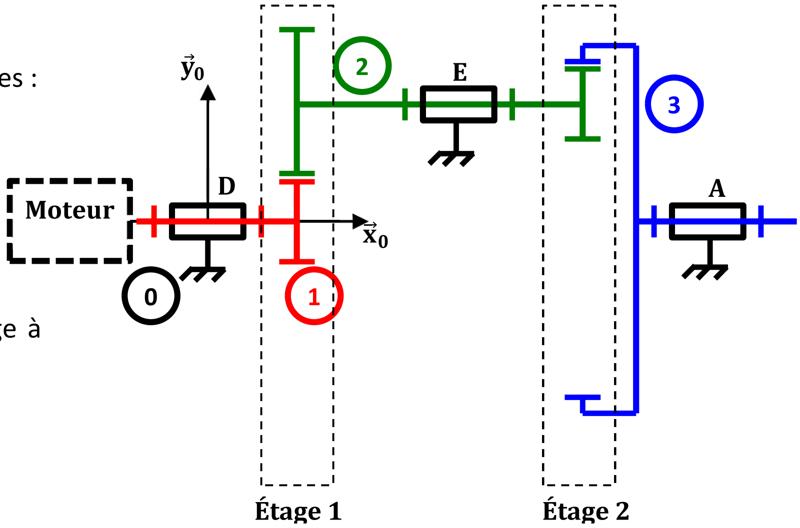
avec : **n** : nombre de contacts extérieurs entre roues.

On qualifie de roue menante toute roue motrice et de roue menée, toute roue réceptrice dans le train d’engrenages. Une roue, à la fois menante et menée est appelée roue « folle » :



Ici : $\frac{\omega_s}{\omega_e} = (-1)^2 \frac{Z_1.Z_2}{Z_2.Z_3} = \frac{Z_1}{Z_3}$

Exemple :
On considère le train d'engrenages suivant :



Modules et nombre de dents des roues dentées :

$Z_1 = 16$ $m_1 = 1{,}5$ mm
$Z_{21} = 39$ $m_{21} = 1{,}5$ mm
$Z_{23} = 12$ $m_{23} = 2{,}5$ mm
$Z_3 = 62$ $m_3 = 2{,}5$ mm

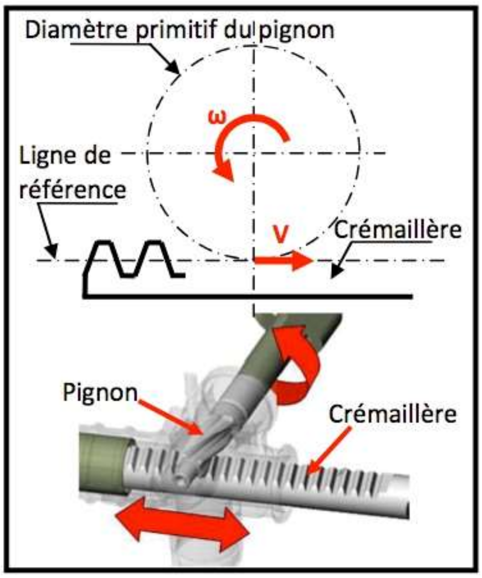
On a une mise en série d'un engrenage à contact extérieur (étage 1) et d'un engrenage à contact intérieur (étage 2) ⟹ **n = 1**

D'où, en appliquant la relation de Willis :

$$r = \frac{\omega_3}{\omega_1} = (-1)^1 . \frac{Z_1 . Z_{23}}{Z_{21} . Z_3} = -\frac{16 \times 12}{39 \times 62} \simeq -0{,}08$$

3.5. Cas particuliers de systèmes à engrenage

3.5.1. Système pignon crémaillère



Ce transmetteur adaptateur permet de transformer un mouvement de rotation en un mouvement de translation (et inversement si le mécanisme est réversible).

La vitesse de translation de la crémaillère V est fonction du rayon primitif R du pignon et de sa vitesse de rotation ω.

En traduisant la condition de roulement sans glissement en I, on démontre :

$$\boxed{\mathbf{V = R . \omega}}$$

3.5.2. Système roue et vis sans fin

Pour un tour de la vis, la roue tournera d'un nombre de dents égal au nombre de filets de la vis.

$$\boxed{\frac{\omega_{roue}}{\omega_{vis}} = \frac{\text{nombre de filets de la vis}}{Z_{roue}}}$$

Les vis comportent généralement de 1 à 5 filets.

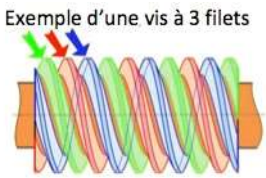
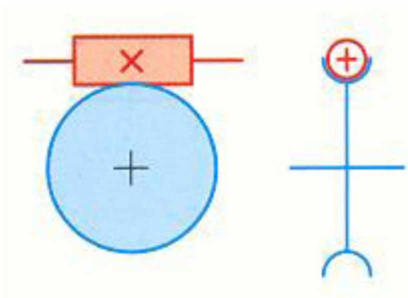
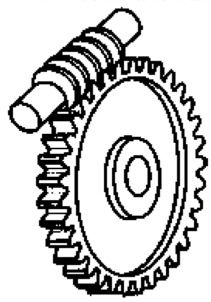


Schéma cinématique





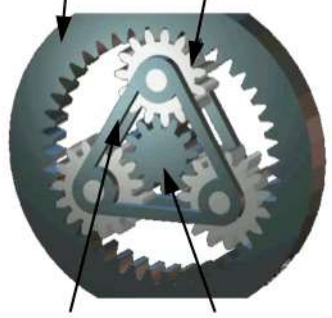
3.6. Trains épicycloïdaux

3.6.1. *Définitions*

Un train épicycloïdal est un train d'engrenages pour lequel tous **les axes des pignons ne sont pas fixes par rapport au bâti**.

Il est composé de 2 planétaires et d'un ou plusieurs satellites qui sont montés sur un porte satellite(s).

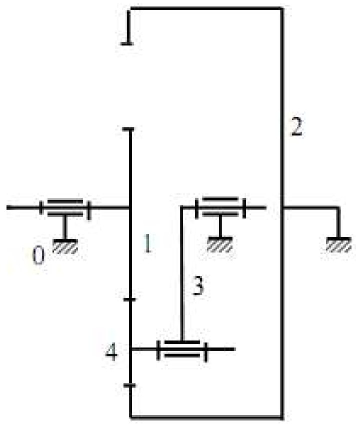
Grâce à un train épicycloïdal, il est possible d'obtenir une **très grande multiplication (ou réduction)** de la vitesse angulaire entre l'arbre d'entrée et l'arbre de sortie du mécanisme. Cette performance cinématique, mise en œuvre par un nombre réduit de roues dentées, est de surcroît atteinte dans un encombrement limité (ce qui n'est pas le cas pour les mécanismes utilisant en cascade des trains ordinaires).



3.6.2. *Détermination de la loi entrée-sortie*

Un train épicycloïdal est un réducteur à engrenages ayant une mobilité égale à 2. On définira généralement pour l'étude du fonctionnement, l'entrée, la sortie et un mouvement imposé sur le 3ème arbre (généralement relié au bâti).

On peut déterminer la loi entrée-sortie en écrivant le roulement sans glissement au niveau des points de contact, mais cette méthode est trop lourde.



MÉTHODE : *plus rapide que traduire le roulement sans glissement au niveau des points de contact* **:**

a) On commence par **identifier** les deux planétaires, le(s) satellite(s) et le porte satellite(s).
Généralement, on repère les satellites en 1er car ils n'ont pas un axe de rotation fixe par rapport au bâti. Puis le porte satellite qui est en liaison pivot avec les satellites. Les deux pignons (ou roues) restants sont les deux planétaires.

b) On se place dans le référentiel du porte satellite :
Dans ce référentiel (le solide de référence des mouvements est le PS), tous les solides tournent autour d'un axe fixe. On peut donc appliquer la relation de Willis afin d'exprimer le rapport des vitesses de rotation des planétaires :

- ***relation de Willis :***

$$\boxed{\frac{\omega_{PLA/PS}}{\omega_{PLB/PS}} = (-1)^n . \frac{\prod Z_{menantes}}{\prod Z_{menées}}} \quad (1)$$

Rq : on considère ici que « l'entrée » est PLB donc que la 1ère roue menante est PLB.

⚠ **On ne tient compte de la présence que d'UN SEUL satellite pour déterminer n.**

En effet, multiplier les satellites n'influe pas sur la cinématique mais sur la répartition des efforts dans le train.

c) On observe, sur le système étudié, quelle est la configuration d'utilisation du train épicycloïdal :

- ***Quel solide est l'entrée/la sortie, quel solide est fixé au bâti (vitesse nulle) ?***

d) Il reste simplement à traduire la composition des vecteurs rotation dans la relation (1) afin d'exprimer le rapport de réduction du train épicycloïdal :

- $\boxed{R = \frac{\omega_{sortie/bâti}}{\omega_{entrée/bâti}}}$

Déterminer le rapport de réduction du train épicycloïdal présenté en introduction avec : ***Z_1 = 30 dents***
Z_2 = 90 dents
Z_4 = 12 dents

Lorsque le solide 1 est relié à l'arbre d'entrée et le solide 3 à l'arbre de sortie.

a) **S :** **PS :** **PLA :** **PLB :**

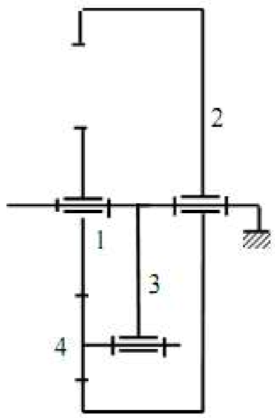
b) Relation de Willis : $\frac{\omega_{PLA/PS}}{\omega_{PLB/PS}} = \frac{\quad}{\quad} = (-1)^n.\frac{\prod Z_{menantes}}{\prod Z_{menées}} =$

c) Configuration d'utilisation du train épicycloïdal :

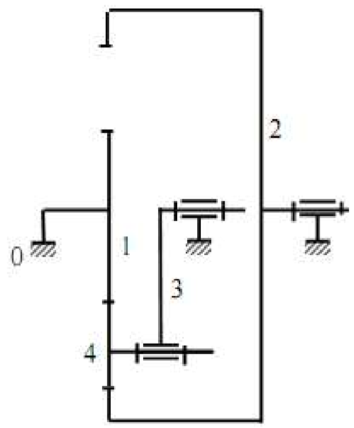
- __ est l'entrée
- __ est la sortie
- __ est fixe (relié au bâti)

d) Expression du rapport de réduction :

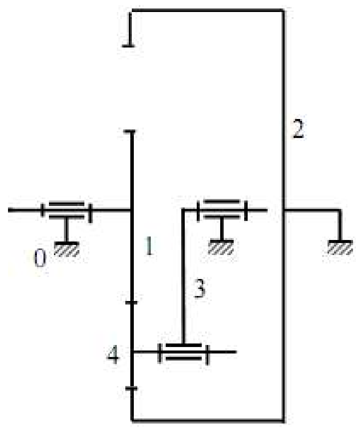
On remarque que ce train épicycloïdal peut être utilisé dans plusieurs configurations, ce qui permet d'obtenir des rapports de réduction (ou multiplication) différents :



Porte-satellite bloqué



Planétaire 1 bloqué



Planétaire 2 bloqué