

Durée de l'épreuve : 2h00

Aucun document autorisé - L'usage de la calculatrice est autorisé

Les résultats doivent être encadrés. L'écriture doit être de préférence à l'encre bleue et non pas au crayon à papier. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre. Il est conseillé de lire la totalité de l'énoncé avant de commencer l'épreuve.

Les 3 parties sont indépendantes

I – PRÉSENTATION.

On s'intéresse à un robot soudeur « 4 axes » dont le modèle cinématique est proposé sur la figure 1.

Le robot est supposé constitué de quatre solides articulés entre eux, le premier solide étant articulé sur un solide fixe S_0 .

Chaque « axe » possède son propre actionneur, le mouvement qui lui est associé peut donc être réalisé indépendamment des autres.

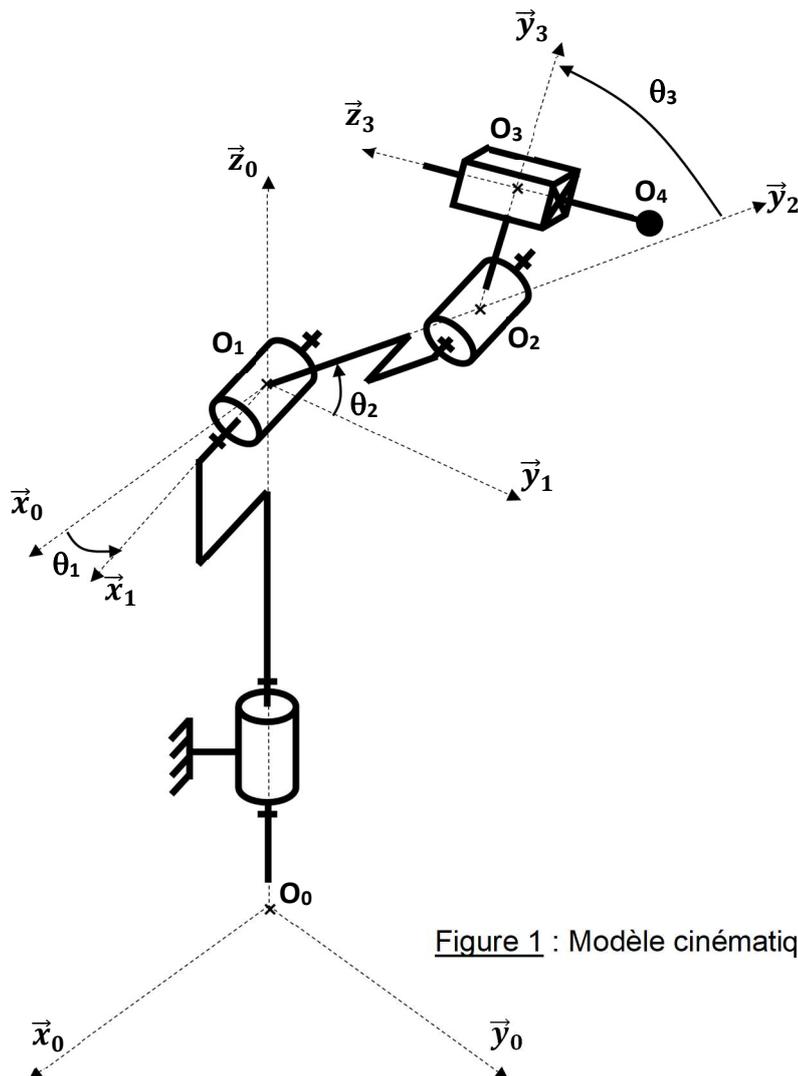


Figure 1 : Modèle cinématique retenu

Les repères liés à chaque solide ainsi que le paramétrage associé sont définis ainsi :

- Le solide **S0**, appelé **base**, est fixé au sol de l'atelier. On note $R_0(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ le repère lié à la base.
- Le solide **S1**, appelé **fût**, est en liaison pivot d'axe (O_0, \vec{z}_0) avec la base S0. Le mouvement de rotation est assuré par un moteur M1 non représenté.
On note $R_1(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ le repère lié au fût tel que $\overrightarrow{O_0O_1} = L_0 \cdot \vec{z}_0$.
On pose $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$.
- Le solide **S2**, appelé **bras**, est en liaison pivot d'axe (O_1, \vec{x}_1) avec le fût S1. Le mouvement de rotation est assuré par un moteur M2 non représenté.
On note $R_2(O_2, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ le repère lié au bras tel que $\overrightarrow{O_1O_2} = L_1 \cdot \vec{y}_2$.
On pose $\theta_2 = (\vec{y}_1, \vec{y}_2) = (\vec{z}_1, \vec{z}_2)$.
- Le solide **S3**, appelé **avant-bras**, est en liaison pivot d'axe (O_2, \vec{x}_2) avec le bras S2. Le mouvement de rotation est assuré par un moteur M3 non représenté.
On note $R_3(O_3, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ le repère lié à l'avant-bras tel que $\overrightarrow{O_2O_3} = L_2 \cdot \vec{y}_3$.
On pose $\theta_3 = (\vec{y}_2, \vec{y}_3) = (\vec{z}_2, \vec{z}_3)$.
- Le solide **S4**, appelé **organe terminal**, est en liaison glissière de direction \vec{z}_3 avec l'avant-bras S3. Le mouvement de translation est assuré par un vérin V4 non représenté.
On note $R_4(O_4, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$ le repère lié à l'organe terminal tel que $\overrightarrow{O_3O_4} = \lambda \cdot \vec{z}_3$.

Le repère R_0 , fixe, est supposé galiléen.

L'axe (O_0, \vec{z}_0) est vertical ascendant.

L'accélération de la pesanteur est notée g avec $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$.

$L_0 = L_1 = 1,5\text{m}$

$L_2 = 0,5\text{m}$

Caractéristiques des actionneurs :

Actionneur	Vitesse max	Accélération max
M1	50 tours.min ⁻¹	2 rad.s ⁻²
M2		
M3		
V	1 m.s ⁻¹	1 m.s ⁻²

Objectifs :

- déterminer la commande des « axes » lors de la réalisation d'un cordon de soudure linéaire de direction \vec{y}_0 ,
- vérifier que l'accélération maximale de l'organe terminal lors de la phase de dégagement du robot est inférieure à $1,5g$.

II – TRAVAIL DEMANDÉ

II.1. Étude cinématique générale

Question 1 : Réaliser le graphe de liaisons du robot soudeur.
Justifier l'appellation « Robot soudeur 4 axes ».

Question 2 : Dessiner les figures géométrales correspondant aux différents mouvements entre les solides. Que peut-on dire des bases B_3 et B_4 ?

Question 3 : Indiquer, sous chacune de ces figures, l'expression du vecteur rotation correspondant.

Question 4 : En déduire l'expression de $\vec{\Omega}_{4/0}$.

Question 5 : Exprimer la vitesse $\vec{V}_{O_1,1/0}$.
Exprimer alors de torseur cinématique $\{V_{1/0}\}$ au point O_1 .

Question 6 : Exprimer, par le calcul direct, la vitesse $\vec{V}_{O_2,2/0}$.
En déduire l'expression de l'accélération $\vec{\Gamma}_{O_2,2/0}$.
Exprimer alors de torseur cinématique $\{V_{2/0}\}$ au point O_2 .

Question 7 : En utilisant la relation de composition des vitesses et la relation du champ des vecteurs vitesse d'un solide (formule de changement point des vecteurs vitesse), démontrer que :

$$\vec{V}_{O_4,4/0} = [\lambda \sin(\theta_2 + \theta_3) - L_2 \cos(\theta_2 + \theta_3) - L_1 \cos \theta_2] \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \vec{x}_2 + L_1 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \vec{z}_2 - \lambda(\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot \vec{y}_3 + [L_2(\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) + \lambda] \cdot \vec{z}_3$$

II.2. Cas d'utilisation 1 : Réalisation du cordon de soudure :

On souhaite réaliser un cordon de soudure linéaire de direction \vec{y}_0 et à vitesse constante tel que $\vec{V}_{O_4,4/0} = V \cdot \vec{y}_0$ avec $V = \text{constante}$.

Il est nécessaire, pour que le cordon de soudure soit correctement réalisé, que :

- $\theta_1 = 0$ (**Moteur M1 bloqué**),
- $\alpha = (\vec{z}_0, \vec{z}_3) = \theta_2 + \theta_3 = \text{constante}$,

Question 8 : À l'aide de ces 2 conditions, simplifier l'expression de $\vec{V}_{O_4,4/0}$ obtenue à la question 7.

Question 9 : Exprimer cette relation simplifiée de $\vec{V}_{O_4,4/0}$ dans la base $B_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

Question 10 : On souhaite $\vec{V}_{O_4,4/0} = V \cdot \vec{y}_0$ avec $V = \text{constante}$ lors de la réalisation du cordon de soudure.

À l'aide la question 9, déduire 2 relations entre les paramètres cinématiques.

Question 11 : Expliquer la méthode permettant d'établir la commande des axes à partir des résultats de la question précédente (on détaillera les calculs à la fin de l'épreuve s'il reste du temps).

II.3. Cas d'utilisation 2 : Dégagement rapide après réalisation du cordon de soudure :

Après la fin de l'opération de soudage, le robot effectue un dégagement rapide du solide 4 afin de permettre l'enlèvement de la pièce soudée et l'arrivée d'une nouvelle pièce à souder (**moteurs M1 et vérin V4 à vitesse et accélération maximales**).

Lors de cette phase, les moteurs M2 et M3 sont bloqués afin de maintenir le solide 2 en position verticale et le solide 3 en position horizontale : $\theta_2 = \frac{\pi}{2}$ et $\theta_3 = -\frac{\pi}{2}$ (1).

Question 12 : Représenter le schéma cinématique du robot dans le plan $(O_0, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ dans la configuration de dégagement rapide (on fera apparaître les angles θ_2 et θ_3).

Question 13 : À l'aide de la condition (1), simplifier l'expression de $\overrightarrow{V_{O_4,4/0}}$ obtenue à la question 7 et exprimer l'accélération $\overrightarrow{\Gamma_{O_4,4/0}}$.

Question 14 : Exprimer alors la norme de l'accélération $\|\overrightarrow{\Gamma_{O_4,4/0}}\|$.

Effectuer l'application numérique et conclure quant au respect du cahier des charges lors de la phase de dégagement rapide.