Durée de l'épreuve : 2h
Aucun document autorisé - Calculatrice autorisée

*Cet énoncé comporte **5** pages numérotées de **1 à 5**.*

Les réponses se feront exclusivement sur le document réponses – Aucun autre document ne sera corrigé.

La notation tiendra compte de la justesse des résultats ainsi que de la rédaction et du soin apporté à la composition.

Nacelle articulée grande portée

d'après X-ENS PSI 2019

La nacelle articulée étudiée permet de sécuriser des opérations de travail en hauteur.

Cette nacelle s'utilise en extérieur et est adaptée à tous les terrains grâce à ses 4 roues motrices et son essieu oscillant. Elle est principalement utilisée pour :

- la construction de gros et second œuvre,
- l'aménagement d'espaces verts,
- la logistique,
- la distribution et l'industrie,
- la maintenance et la restauration.

Son excellente maniabilité lui permet de se rendre dans des zones encombrées et de contourner facilement les obstacles grâce à son bras articulé.

Les mouvements télescopiques du bras et de la flèche (voir figure 1) permettent d'atteindre des hauteurs de travail très importantes (40 mètres environ).

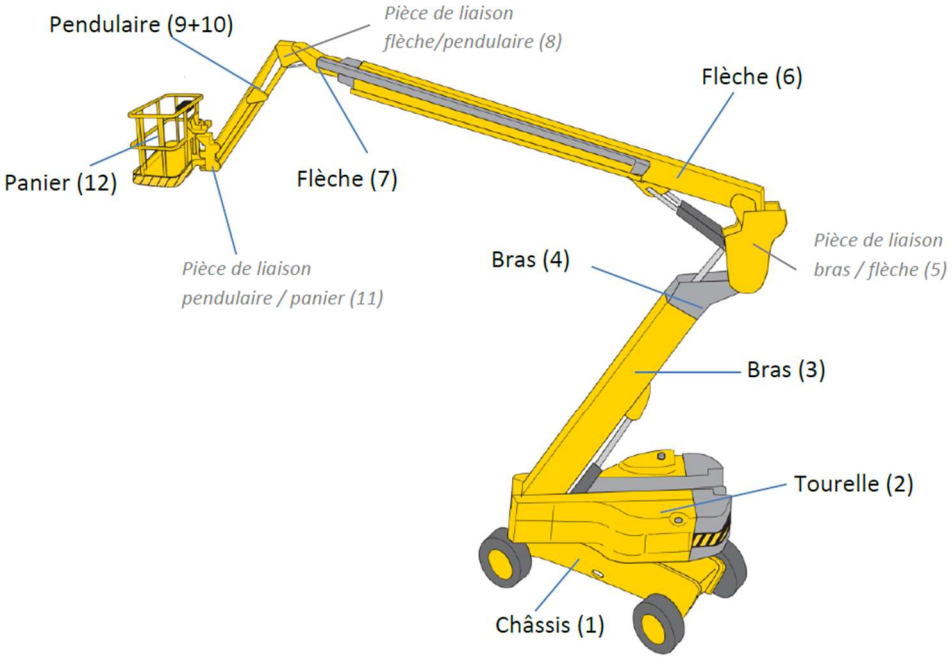


***Figure 1** :*

Architecture globale de la nacelle

Les organes d'élévation sont principalement hydrauliques : un ensemble constitué d'une pompe, de distributeurs et de vérins permet le déplacement du bras, de la flèche et du pendulaire. Le châssis, mobile, est actionné par des moteurs hydrauliques.

Les organes de commande servent à contrôler le déplacement au sol et les mouvements dans l'espace. Le poste de commande principal est implanté dans le panier. Il est utilisé par le conducteur pour la réalisation des mouvements souhaités.

Pour stocker la nacelle, celle-ci peut être placée en **configuration repliée** comme ci-dessous :

***Figure 2** : Nacelle repliée°*

1. Accessibilité aux zones de travail

La fonction première de la nacelle est de permettre à l'utilisateur d'accéder à différentes zones de travail. L'objectif de cette première partie est de déterminer les zones d'accessibilité de la nacelle.

1.1. Modélisation cinématique

Le schéma cinématique de la nacelle étudiée est donné figure 3 ci-dessous où :

- le **châssis (1)**, de repère associé $R_1 = (A, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$, est supposé fixe par rapport au sol ;
- la **tourelle (2)**, de repère associé $R_2 = (B, \overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2})$, est en liaison pivot d'axe$(A, \overrightarrow{z_1})$ avec le châssis (1) ;
- le **bras (3)**, de repère associé $R_3 = (B, \overrightarrow{x_3}, \overrightarrow{y_3}, \overrightarrow{z_3})$, est en liaison pivot d'axe$(B, \overrightarrow{y_2})$ avec la tourelle (2) ;
- le **bras (4)**, de repère associé $R_4 = (C, \overrightarrow{x_4}, \overrightarrow{y_4}, \overrightarrow{z_4})$, est en liaison glissière de direction $\overrightarrow{x_3}$ avec le bras (3) ;
- la **flèche (6)**, de repère associé $R_6 = (C, \overrightarrow{x_6}, \overrightarrow{y_6}, \overrightarrow{z_6})$, est en liaison pivot d'axe$(C, \overrightarrow{y_4})$ avec le bras (4) ;
- la **flèche (7)**, de repère associé $R_7 = (D, \overrightarrow{x_7}, \overrightarrow{y_7}, \overrightarrow{z_7})$, est en liaison glissière de direction $\overrightarrow{x_6}$ avec la flèche (6) ;
- le **pendulaire (9)**, de repère associé $R_9 = (E, \overrightarrow{x_9}, \overrightarrow{y_9}, \overrightarrow{z_9})$, est en liaison pivot d'axe$(D, \overrightarrow{y_7})$ avec la flèche (7) ;
- le **panier (12)**, de repère associé $R_{12} = (E, \overrightarrow{x_{12}}, \overrightarrow{y_{12}}, \overrightarrow{z_{12}})$, est en liaison pivot d'axe$(E, \overrightarrow{y_9})$ avec le pendulaire (9).

Le panier (12) est constitué de l'ensemble {11+12+conducteur}. **La liaison pivot entre 11 et 12 qui apparaît sur le schéma ci-contre est donc considérée comme bloquée dans toute cette étude**.

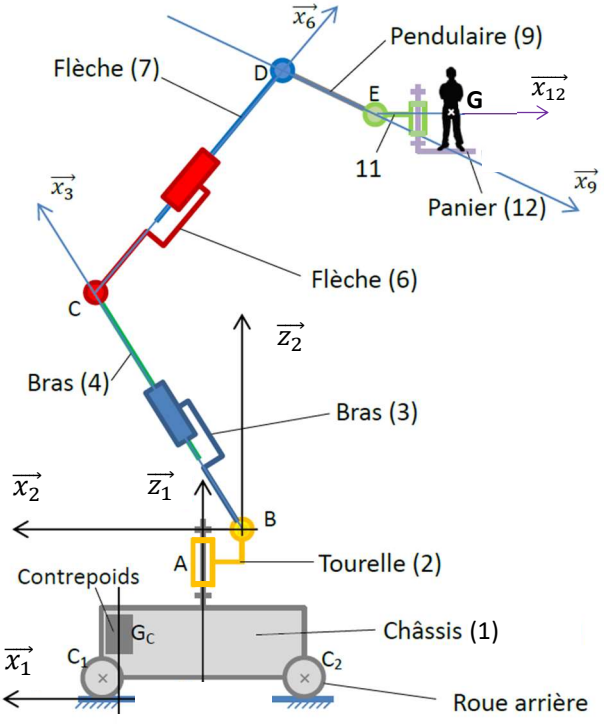


***Figure 3** : Modèle cinématique de la nacelle pour $\theta_2 = 0°$*

Un <u>système de compensation</u> (étudié en partie 3.) permet de conserver l'horizontalité de la plateforme de travail (plancher du panier (12)) à tout instant. La direction de $\overrightarrow{EG}$ reste donc **toujours horizontale** où G est le centre de gravité du conducteur.

Paramétrage :

$\overrightarrow{AB} = -L_2 \cdot \overrightarrow{x_2}$ $\theta_2 = (\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_2}) = (\overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{y_2})$

$\overrightarrow{BC} = \lambda \cdot \overrightarrow{x_3}$ $\theta_3 = (\overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{x_3}) = (\overrightarrow{z_2}, \overrightarrow{z_3})$

$\overrightarrow{CD} = \mu \cdot \overrightarrow{x_6}$ $\theta_6 = (\overrightarrow{x_4}, \overrightarrow{x_6}) = (\overrightarrow{z_4}, \overrightarrow{z_6})$

$\overrightarrow{DE} = L_9 \cdot \overrightarrow{x_9}$ $\theta_9 = (\overrightarrow{x_7}, \overrightarrow{x_9}) = (\overrightarrow{z_7}, \overrightarrow{z_9})$

$\overrightarrow{EG} = X \cdot \overrightarrow{x_{12}} = -X \cdot \overrightarrow{x_2}$ $\theta_{12} = (\overrightarrow{x_9}, \overrightarrow{x_{12}}) = (\overrightarrow{z_9}, \overrightarrow{z_{12}}) = (\overrightarrow{x_9}, -\overrightarrow{x_2})$

Le conducteur peut piloter les cinq liaisons pivots définies ci-dessus, ainsi que les deux liaisons glissière de bras et de flèche.
La liaison pivot entre (1) et (2) est motorisée par un moteur hydraulique. Toutes les autres liaisons sont pilotées par des vérins hydrauliques.

Question 1. Proposer un graphe des liaisons de la nacelle.

Question 2. Représenter les figures géométrales associées aux paramètres cinématiques de translation λ et μ ainsi qu'aux paramètres angulaires θ_2, θ_3, θ_6 et θ_9.

Question 3. Le système de compensation permettant de conserver l'horizontalité de la plateforme de travail, exprimer θ_{12} en fonction de θ_3, θ_6 et θ_9.

1.2. Zone d'accessibilité géométrique

Dans cette partie la liaison en A est bloquée.

Les mouvements suivants sont pris en compte :

- La rotation associée à la liaison en B entre la tourelle (2) et le bras (3) ;
- La rotation associée à la liaison en C entre le bras (4) et la flèche (6) ;
- La rotation associée à la liaison en D entre la flèche (7) et le pendulaire (9) ;
- Les translations associées aux deux liaisons glissières.

Les rotations associées aux liaisons en B et C sont limitées en amplitude. Les deux positions extrêmes sont :

- Position « nacelle repliée » : le bras est horizontal, la flèche est horizontale (cf. figure 2) ;
- Position « déployée » : la position du bras est celle du **document réponses**, la flèche est verticale.

Dans la configuration du document réponses, les longueurs du bras et de la flèche sont maximales. On ne s'intéresse qu'à la limite extérieure des zones d'accessibilité.

Question 4. Tracer la zone d'accessibilité théorique du point E en prenant en compte seulement les limitations dues à la géométrie.

2. Performances des déplacements

La partie précédente a montré la zone théorique atteinte par le conducteur grâce à la nacelle. Les actionneurs doivent néanmoins être correctement dimensionnés pour atteindre cette zone avec des vitesses de déplacement acceptables.

Question 5. Déterminer l'expression du torseur cinématique du mouvement de (2) par rapport à (1), noté $\{V_{2/1}\}$.
On écrira ce torseur en un point judicieusement choisi où son expression et la plus simple.

Question 6. Déterminer l'expression du torseur cinématique du mouvement de (4) par rapport à (3), noté $\{V_{4/3}\}$.
On écrira ce torseur en un point judicieusement choisi où son expression et la plus simple.

Question 7. Déterminer, par le calcul direct, l'expression du vecteur vitesse du point G dans le mouvement de (12) par rapport à (1), noté $\overrightarrow{V_{G,12/1}}$, en fonction de L_2, L_9, X et λ, μ, θ_2, θ_3, θ_6 et θ_9 et leur dérivée.

Question 8. Retrouver, par la composition des mouvements et champ des vecteurs vitesse, l'expression de $\overrightarrow{V_{G,12/1}}$ déterminée à la question précédente.

Question 9. Lorsque la tourelle (2) est fixe par rapport au châssis (1) dans la position $\theta_2 = 0°$, déterminer l'expression du vecteur accélération du point G dans le mouvement de (12) par rapport à (1), noté $\overrightarrow{\Gamma_{G,12/1}}$.

On prendra soin d'exprimer les vecteurs vitesse et accélération demandés sous forme factorisée en classant les vecteurs unitaires par indice de base croissant. Exemple : $\vec{V}_{K,6/3} = (a+b)\dot{\theta}.\vec{x}_1 + d\dot{\alpha}.\vec{z}_1 - f\dot{\theta}.\vec{x}_2 + (e+L)\dot{\theta}.\vec{y}_3$

2.1. Détermination du mouvement du conducteur en fonction du mouvement des actionneurs

On suppose que seul le pendulaire (9) est en mouvement. Sa plage de déplacement angulaire est de +/- 60° autour de l'horizontale, c'est-à-dire $\theta_{12} \in [-60°; +60°]$.

On donne un extrait du cahier des charges :

Exigence	Critère	Valeur
Le conducteur doit pouvoir se déplacer verticalement à des vitesses acceptables	Composante verticale de la vitesse du conducteur par rapport au sol	1 m.s^{-1}
	Temps mis pour atteindre la phase à vitesse constante	0,5 s

Question 10. Simplifier l'expression de $\overrightarrow{V_{G,12/1}}$ obtenue précédemment.

Question 11. Déterminer l'expression de la composante verticale de $\overrightarrow{V_{G,12/1}}$ en fonction de L_9, θ_{12} et $\dot{\theta}_9$.

On donne L_9 = 3 m

Question 12. Calculer la valeur maximale de la vitesse angulaire du pendulaire (9) par rapport à la flèche (7) permettant de valider l'exigence de déplacement vertical dans toute la plage de positionnement du pendulaire. Calculer l'accélération angulaire nécessaire correspondante. Préciser les hypothèses formulées si nécessaire.

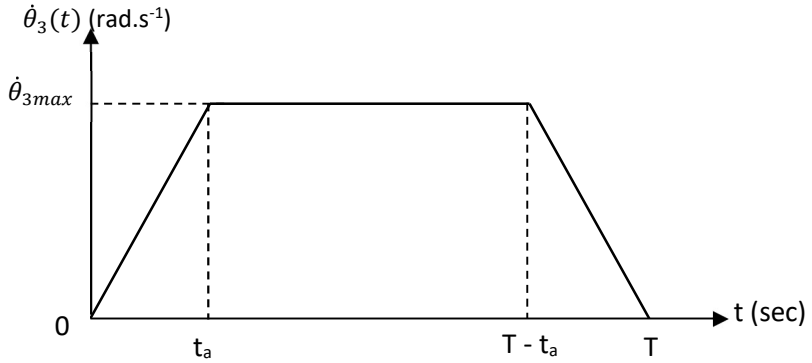
2.2. Étude du mouvement du bras (3)

La plage de déplacement angulaire du bras (3) est telle que $\theta_3 \in [0°; +80°]$.

On donne un extrait du cahier des charges :

Exigence	Critère	Valeur
Le bras (3) doit pouvoir être déployé en un temps acceptable	Temps mis pour passer de la position horizontale à la position déployée	15 s

La loi de mouvement de rotation du bras (3) par rapport à (1) suit le profil en trapèze suivant :



où : t_a est la durée des phases de mouvement uniformément accéléré et uniformément décéléré ;
T est la durée de déplacement totale du bras (3) pour passer de la position horizontale à la position déployée ;
$\dot{\theta}_{3max}$ est la vitesse angulaire du bras (3) par rapport à la tourelle (2) durant la phase de mouvement uniforme.

Question 13. En explicitant la démarche, exprimer la relation entre $\dot{\theta}_{3max}$, T et t_a afin que le bras (3) passe de la position horizontale à la position déployée.

On donne t_a = 2 s.

Question 14. Calculer la valeur de $\dot{\theta}_{3max}$ permettant de valider l'exigence de temps de déploiement du bras (3).
En déduire la valeur de l'accélération angulaire correspondante.

3. Maintien de l'horizontalité du panier

Le modèle cinématique de la figure 3 est affiné au niveau de la liaison entre la flèche (7) et le panier (12) :

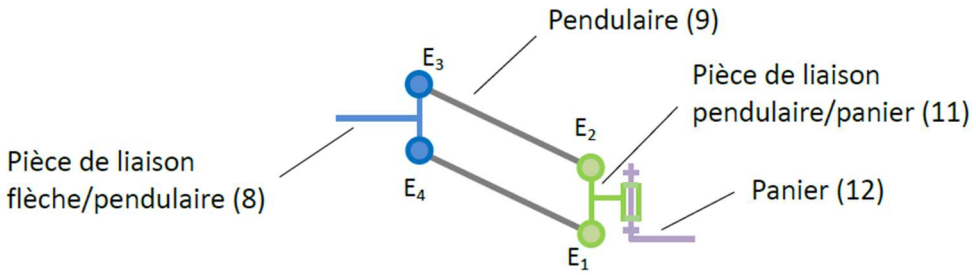


***Figure 4** : Schéma cinématique du système pendulaire/panier*

Question 15. Donner et justifier la nature du mouvement du panier (12) par rapport à la pièce de liaison flèche/pendulaire (8).
Discuter et conclure quant à l'aptitude du système de compensation à conserver l'horizontalité de la plateforme de travail à tout instant.