

# Durée de l'épreuve : 3h00

## Aucun document autorisé - Calculatrice autorisée

Cet énoncé comporte 15 pages d'énoncé numérotées de 1 à 15 et 3 pages de document réponses numérotées de 17 à 20.

Les réponses se feront sur feuilles de copie. **Rendre les documents réponses avec la copie**

La notation tiendra compte de la justesse des résultats ainsi que de la rédaction et du soin apporté à la composition.

# Système de stationnement automatique

d'après Centrale Supélec MP2021

Les parties II, III et IV sont indépendantes

Durées conseillées : II : 50 minutes III : 1h IV : 1h

## I. Introduction

### I.1. Présentation générale

Les manœuvres de stationnement pouvant être parfois difficiles pour certains conducteurs, les constructeurs automobiles proposent depuis maintenant quelques années une option de stationnement automatique sur leurs véhicules. Cette fonctionnalité est permise par un système embarqué qui permet l'automatisation d'une manœuvre de stationnement (pour des places en créneau, épi ou bataille).



L'intervention du système de stationnement se fait sur la direction du véhicule : le système gère automatiquement l'orientation des roues avant du véhicule (et donc celle du volant). Quant au conducteur, il contrôle le déplacement du véhicule (marche avant ou arrière) et la vitesse du véhicule avec la pédale d'accélération. Cette vitesse est limitée et est supposée constante pendant la manœuvre.

Ce type d'aide au stationnement permet une meilleure précision de la manœuvre et un stationnement dans un espace plus restreint en optimisant l'insertion du véhicule dans une place libre.

Les principaux éléments technologiques entrant en jeu dans cette automatisation des manœuvres de stationnement sont : le calculateur du véhicule, la motorisation de la direction du véhicule et les capteurs à ultrasons (généralement entre 4 et 6 capteurs à l'avant et à l'arrière).



Figure 1 Détection par ultrasons (4 capteurs)

La procédure d'insertion automatisée du véhicule dans une place de stationnement, du point de vue du conducteur, est décrite par la figure 2 dans le cas d'une insertion en créneau parfaitement exécuté. Sur la figure, le véhicule est équipé de 4 capteurs à ultrasons à l'avant et à l'arrière.

Lorsque le conducteur voit une place libre devant lui, il active le stationnement automatique par l'appui d'un bouton dédié sur son tableau de bord. La voiture est parallèle au trottoir et se déplace dans le sens normal de la marche (repère 1 figure 2).

Le déclenchement du stationnement automatique a pour conséquence la détection de l'emplacement libre par les capteurs ultrasons équipant la voiture lorsque celle-ci se déplace (repère 2 figure 2).

Si la place de stationnement est suffisamment longue et profonde alors le conducteur est prévenu que la manœuvre est possible par un voyant lumineux situé sur son tableau de bord. Le conducteur doit alors arrêter son véhicule (repère 3 figure 2) et mettre la boîte de vitesses au point mort (position neutre).

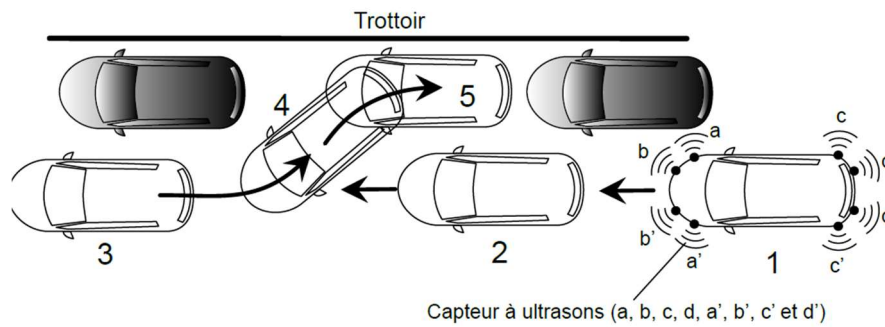


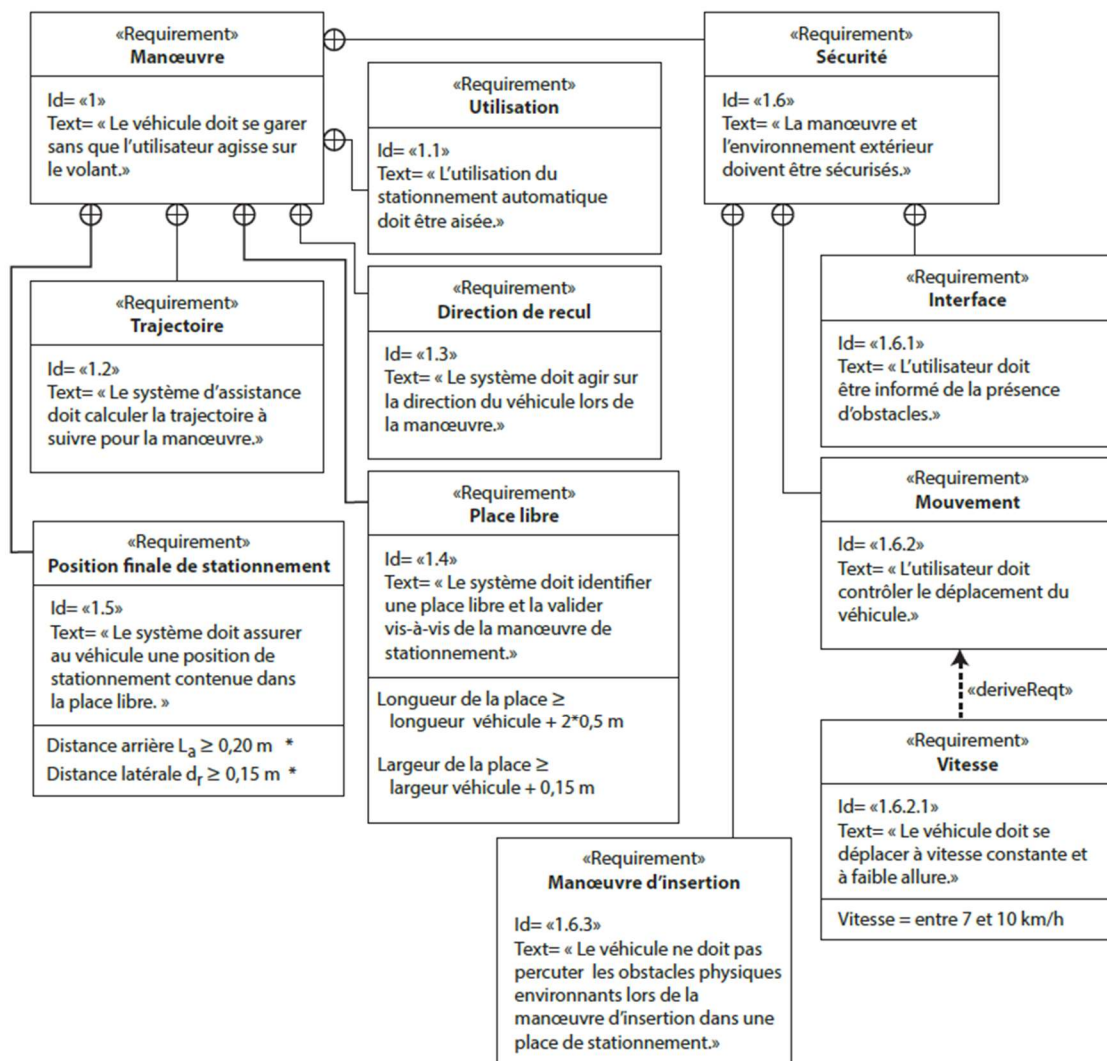
Figure 2 Manœuvre d'insertion en créneau dans une place de stationnement

Un signal sur le tableau de bord invite alors le conducteur à passer la marche arrière et à appuyer sur la pédale d'accélération afin que le véhicule commence la manœuvre (repères 4 et 5 figure 2). Pendant la manœuvre le conducteur ne touche pas le volant.

Le processus d'automatisation de l'insertion du véhicule dans une place de stationnement en créneau suit un algorithme dont l'action dépend du type de manœuvre, de l'espace de stationnement et de la géométrie du véhicule. Cet algorithme gère :

- la détection d'une place libre suffisamment longue et profonde pour la manœuvre ;
- le calcul de la trajectoire à suivre ;
- la commande de la direction du véhicule.

Les exigences que le système de stationnement doit respecter sont décrites dans le diagramme des exigences ci-dessous :



\* L<sub>a</sub> et d<sub>r</sub> sont définis figure 6

## I.2. Problématique et organisation de l'étude

Lors d'un stationnement en créneau, c'est la phase d'insertion du véhicule dans la place envisagée qui va conditionner la réussite du stationnement et le nombre de manœuvres permettant d'atteindre une position correcte de stationnement.

### Objectif

---

L'étude proposée a pour objectif de définir et de valider les conditions et les modèles à implanter dans un algorithme de stationnement automatique afin qu'une manœuvre d'insertion de type créneau dans une place de stationnement soit réussie et qu'elle atteigne les niveaux de performance attendus.

---

*L'étude est limitée à une manœuvre en créneau dont la position finale est définie repère numéro 5 sur la figure 2. La manœuvre d'insertion en stationnement doit être réalisée en une fois. Si l'insertion est réussie alors la position finale de stationnement sera, dans un second temps, facilement atteinte par une légère avance du véhicule pour être centré dans la place de stationnement.*

Dans un premier temps l'étude portera sur le stationnement automatique d'un véhicule réel. Le travail mené en début de sujet pour un véhicule réel pouvant être transposé (à l'échelle près) à tout type de véhicule roulant, le support technique de l'étude sera dans un second temps une voiture radio commandée (elle sera présentée ultérieurement dans l'étude). Ce choix est justifié par le fait qu'il n'est pas possible de réaliser des essais sur un véhicule réel et que les choix technologiques de la commande de direction ne sont pas rendus accessibles par les constructeurs automobiles.

## II. Détection de l'environnement et prédiction de la trajectoire de stationnement

La phase pendant laquelle le véhicule circule parallèlement à une place libre est primordiale car elle correspond à la phase de détection de l'emplacement de stationnement. Cette détection doit permettre de vérifier la compatibilité de l'emplacement détecté avec la manœuvre automatisée et d'identifier dans l'environnement du véhicule des repères géométriques à partir desquels l'algorithme pourra établir la trajectoire à suivre.

Ces deux tâches sont possibles grâce aux capteurs de proximité à ultrasons équipant le véhicule (figure 2) et à l'exploitation de leurs signaux.

### Objectif

---

Les objectifs de cette partie sont de déterminer les conditions à implanter dans l'algorithme de stationnement pour la validation d'une place libre et de caractériser la géométrie de la trajectoire à suivre pour mener avec succès la manœuvre de stationnement. Cette trajectoire servira de consigne à l'algorithme pour son action sur la direction du véhicule.

---

### II.1. Détection et caractérisation d'une place libre (exigence 1.4)

#### Objectif

---

L'objectif est de caractériser les conditions définissant une place compatible avec la manœuvre de stationnement.

---

Lors du fonctionnement du véhicule tous les capteurs sont actifs, mais tous ne sont pas forcément exploités pour la manœuvre automatique. Ainsi on distingue les capteurs dont les signaux peuvent être exploités par l'algorithme de stationnement et ceux dont le signal sera exploité pour la sécurité (des passagers, des autres usagers de la route et des piétons lors de la manœuvre du véhicule).

**Q1.** À partir du diagramme des exigences et de la figure 2, identifier le ou les capteurs à ultrasons pouvant participer au respect de l'exigence 1.4. Faire de même pour l'exigence 1.6.1.

Dans la réalité, le signal du capteur latéral côté passager (capteur a figure 3) est suffisant pour détecter une place de stationnement suffisamment spacieuse. Le signal fourni par le capteur a va permettre de savoir si la place de stationnement envisagée par le conducteur est compatible avec la manœuvre, mais va aussi permettre de définir certains repères géométriques de l'environnement. Ces repères géométriques vont servir de référence pour l'élaboration de la trajectoire à suivre pour réaliser le stationnement en créneau.

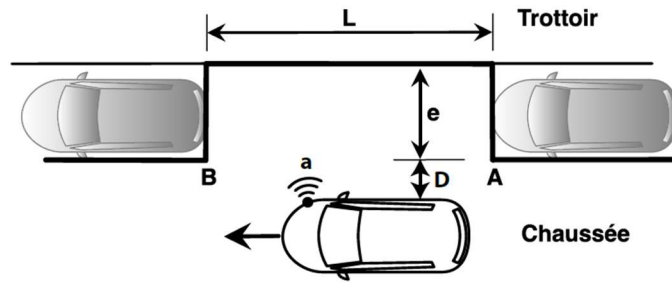


Figure 3 Phase de détection d'une place libre

Le type de capteur utilisé est un capteur de proximité à ultrasons (figure 4). Ce type de capteur possède une membrane qui émet une onde ultrasonore par vibrations. La distance  $d$  entre un capteur et un obstacle est déduite du temps  $T_e$  d'aller et retour de l'onde qui est réfléchi par l'obstacle puisque la vitesse du son dans l'air est connue :  $V_s = 340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

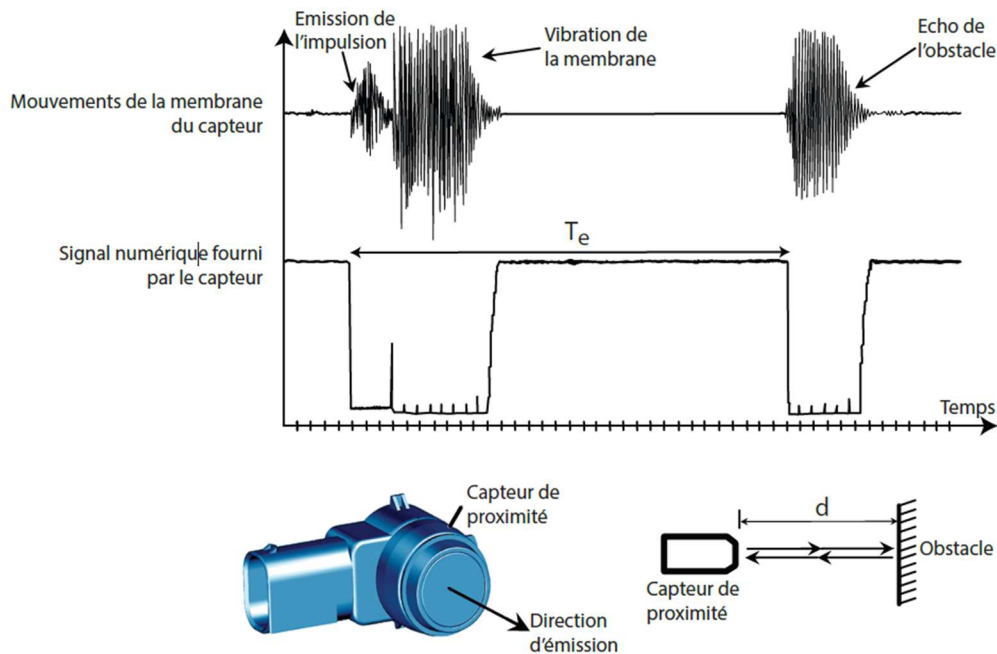


Figure 4 Principe du capteur de proximité

Ainsi au niveau du capteur de proximité, l'information exploitable est le temps  $T_e$  entre l'émission et la réception du signal (écho) émis par le capteur. C'est l'acquisition de  $T_e$  qui servira dans l'algorithme pour l'identification d'une place libre et pour la caractérisation de la trajectoire à suivre.

La figure 5 représente le profil de vitesse du véhicule lorsque ce dernier longe une place libre. Le temps  $T_a$  représente l'instant où le temps  $T_e$  augmente brusquement (ce qui correspondrait au point A figure 3). Le temps  $T_b$  correspond au moment où  $T_e$  diminue brusquement (ce qui correspondrait au point B figure 3).

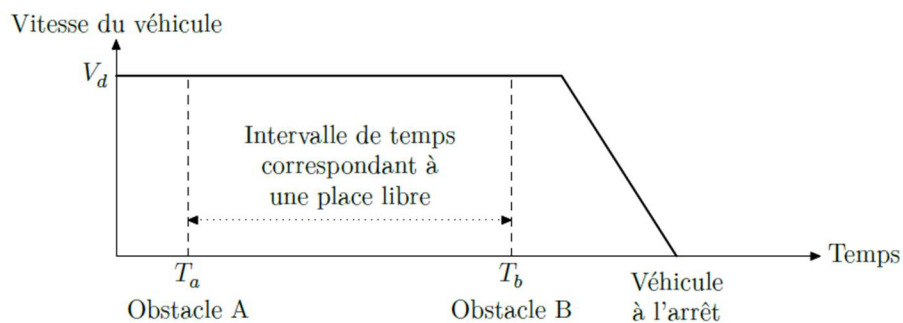


Figure 5 Profil de vitesse du véhicule lors des phases 1, 2 et 3 de la figure 2

Lors de la phase de détection le véhicule avance à une vitesse  $V_d$  constante et connue (information déduite de capteurs situé au niveau des roues). La longueur du véhicule notée  $L_v$  est également connue comme tous les paramètres géométriques du véhicule.

Le fait de relever  $\Delta T_p = T_b - T_a$  au niveau du capteur **a** permet de déterminer la longueur de la place et de vérifier qu'elle est compatible avec la manœuvre.

**Q2.** Déterminer la condition que la grandeur  $\Delta T_p$  doit vérifier pour que la longueur  $L$  d'une place de stationnement respecte l'exigence 1.4. Cette condition est fonction de  $V_d$  et  $L_v$ .

Lorsque la voiture longe la place libre (entre les repères A et B figure 3), c'est la valeur maximale de  $T_e$  relevée lors du déplacement qui permet de savoir si la largeur de la place est suffisante pour la manœuvre. Cette largeur est notée  $e$  (figure 3) et la largeur du véhicule est notée  $e_v$ . La grandeur  $D$  désigne la distance latérale par rapport aux véhicules déjà stationnés (figure 3).

**Q3.** Déterminer la condition sur le temps  $T_e$  pour que la largeur d'une place de stationnement respecte l'exigence 1.4.

Les conditions de longueur et de largeur d'une place de stationnement étant vérifiées, les distances  $L$  et  $e$  étant déduites des mesures, ces deux dernières grandeurs sont désormais des données implantables dans l'algorithme de stationnement. Le fait de connaître en temps réel la vitesse du véhicule donne aussi la possibilité de connaître la position du véhicule à partir d'un instant de référence tel que  $T_a$ . Il est donc maintenant considéré que la position du point A par rapport au véhicule est une donnée.

Une place de stationnement libre étant acceptée pour la manœuvre et sa géométrie (longueur, largeur, position des obstacles) étant connue, il reste à caractériser la trajectoire à suivre pour la manœuvre.

## II.2. Trajectoire à suivre pour le stationnement (exigence 1.2)

### Objectif

L'objectif est de déterminer les paramètres géométriques à implanter dans l'algorithme de stationnement afin d'y définir la trajectoire à suivre pour le stationnement.

Une fois que le véhicule a longé une place et qu'il est à l'arrêt (position 3 figure 2) la manœuvre de type créneau débute par une phase de recul rectiligne jusqu'à ce que le train arrière soit au niveau de l'extrémité arrière du véhicule déjà stationné (point B figure 6). Toujours en recul, il s'en suit le braquage des roues (dans un sens puis l'autre) pour l'insertion dans la place libre.

La trajectoire du véhicule est définie par celle du point F, centre du train arrière (figure 6). La trajectoire « idéale » de F est donc une portion linéaire jusqu'au point O suivie de deux arcs de cercles identiques (sur les cercles  $C_1$  et  $C_2$ ) tangents en un point P. Ce dernier est le point où le véhicule fait un angle de  $45^\circ$  par rapport au trottoir.

Le point O est défini à partir de la longueur  $L$  de la place de stationnement, des dimensions du véhicule et de la distance  $D$  de ce dernier avec le véhicule déjà stationné en amont de la place libre.

Le tableau 1 précise les paramètres géométriques qui caractérisent la trajectoire du véhicule pendant la manœuvre de stationnement.

**Q4.** Parmi tous les paramètres géométriques définis dans le tableau 1 ainsi que sur la figure 6, identifier ceux qui sont propres au véhicule et ceux qui se déduisent directement des informations des capteurs à ultrasons.

Que reste-t-il donc à déterminer afin que la géométrie de la trajectoire du point F soit définie ?

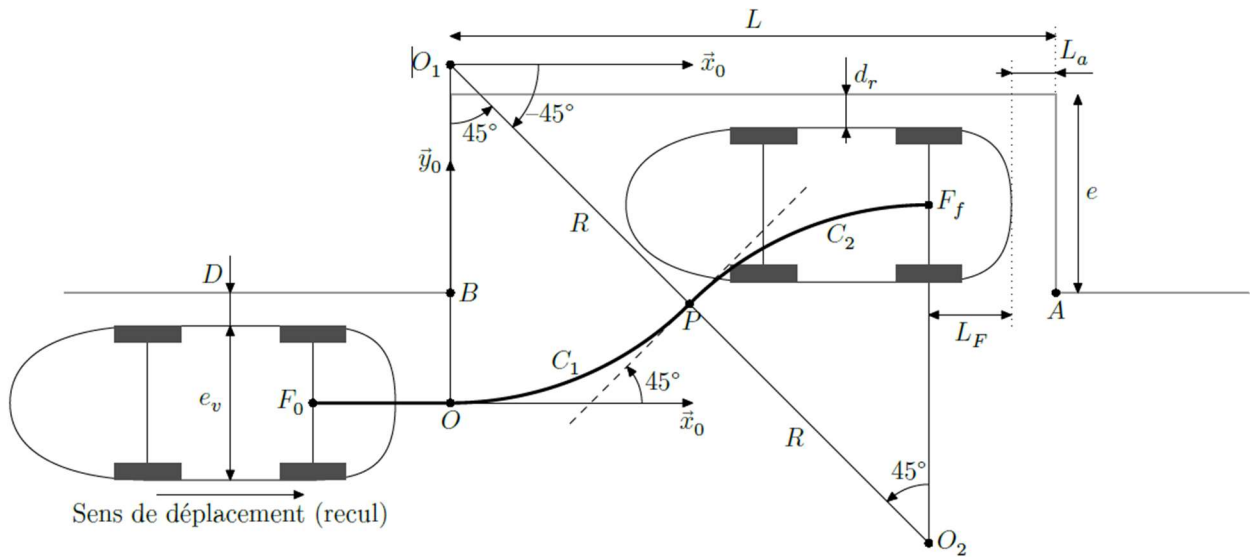


Figure 6 Trajectoire à suivre pour la manœuvre

— Paramètres de la place de stationnement
• $L$ longueur de la place libre ;
• $e$ largeur de la place libre.
— Autres paramètres géométriques
• $D$ distance latérale par rapport au véhicule déjà stationné ;
• $L_F$ distance train arrière/extrémité arrière du véhicule ;
• $R$ rayon des cercles $C_1$ et $C_2$ composant la trajectoire ;
• $L_a$ distance entre l'arrière du véhicule en manœuvre et du véhicule placé derrière ;
• $e_v$ largeur du véhicule en manœuvre ;
• $d_r$ distance latérale entre le véhicule stationné et tout obstacle limitant la largeur de la place de stationnement.

Tableau 1 Définition des paramètres géométriques qui caractérisent la trajectoire

- $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  est un repère galiléen défini au point  $O$ .
- Les points  $O_1$  et  $O_2$  sont respectivement les centres des cercles  $C_1$  et  $C_2$ .
- Le point  $P$  est milieu de  $[O_1O_2]$ .
- Les cercles  $C_1$  et  $C_2$  sont de même rayon  $R$ .
- La position du point  $F$  est repérée par un angle  $\theta_1(t)$  (figure 7) dans le repère  $(O_1, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  et par un angle  $\theta_2(t)$  (figure 7) dans le repère  $(O_2, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ .
- Le point  $F_0$  correspond à la position initiale du point  $F$  et  $F_f$  à celle de la position finale lors de la phase d'insertion.

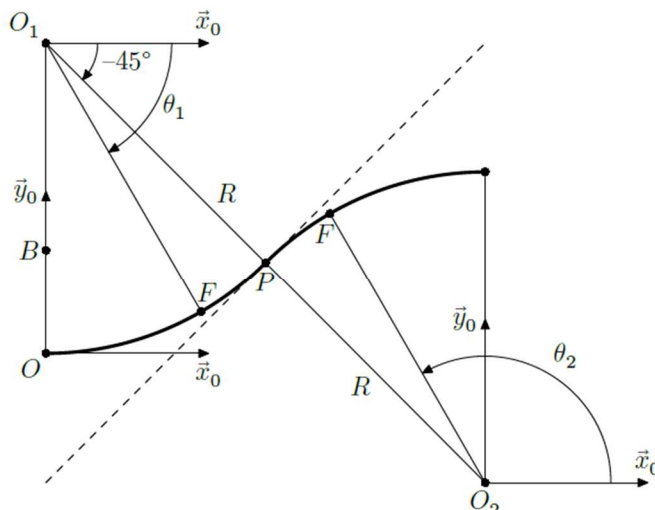


Figure 7 Trajectoire du point  $F$  lors de l'insertion dans la place vacante



**Q5.** Les coordonnées du point P dans le repère  $R_0$  sont notées  $x_p$  et  $y_p$  :  $\overrightarrow{OP} = x_p \cdot \overrightarrow{x_0} + y_p \cdot \overrightarrow{y_0}$ . Déterminer l'expression de  $x_p$  et  $y_p$  en fonction des paramètres géométriques  $L$ ,  $e$ ,  $L_F$ ,  $d_r$ ,  $L_a$  et  $D$ . Le rayon  $R$  n'étant pas encore déterminé, il ne doit pas apparaître dans les expressions de  $x_p$  et  $y_p$ .

**Q6.** Déterminer l'expression de  $R$  en fonction de  $L$ ,  $L_F$  et  $L_a$  qui permettra de définir les cercles  $C_1$  et  $C_2$ .

**Q7.** Exprimer dans  $R_0$  les coordonnées  $x$  et  $y$  du point F parcourant la portion de cercle  $C_2$  en fonction de  $R$  et  $\theta_2$  :  
 $\overrightarrow{OF} = x \cdot \overrightarrow{x_0} + y \cdot \overrightarrow{y_0}$ .

Préciser l'intervalle dans lequel  $\theta_2$  doit varier.

Le cercle  $C_2$  (et donc le cercle  $C_1$  par symétrie) est maintenant défini, donc la trajectoire que le point F devra suivre l'est également.

### II.3. Direction du véhicule

Pour l'étude il est choisi de prendre un véhicule type traction (roues avant motrices) comme 90 % des véhicules vendus en France.

L'insertion du véhicule dans la place de stationnement peut se décomposer en trois phases à partir de l'instant où le véhicule est à l'arrêt après avoir longé la place de stationnement envisagée :

- Phase 0 : recul rectiligne permettant au point F d'atteindre le point O.
- Phase 1 : recul avec braquage des roues directrices, l'objectif étant que le point F parcoure la portion de cercle  $C_1$  jusqu'au point P.
- Phase 2 : recul avec contre-braquage des roues directrices, l'objectif étant que le point F parcoure la portion de cercle  $C_2$  jusqu'au moment où le véhicule est dans l'alignement de la place de stationnement.

La figure 9 représente le véhicule lors de la phase 1 de la manœuvre de stationnement. Comme l'orientation des roues directrices (roues avant) sont liées entre elles, il n'est pas nécessaire de prendre en compte les deux roues.

$\alpha$  désigne l'angle que fait la roue intérieure au virage (côté trottoir) par rapport au véhicule (figure 9).

Connaissant la trajectoire que doit effectuer le véhicule afin d'effectuer la manœuvre en créneau en une fois, il est possible de déterminer la consigne angulaire d'orientation des roues durant les trois phases d'insertion :

- Phase 0 :  $\alpha_c(t) = 0$  ;
- Phase 1 :  $\alpha_c(t) = -\alpha_0$  constant ;
- Phase 2 :  $\alpha_c(t) = +\alpha_0$ .

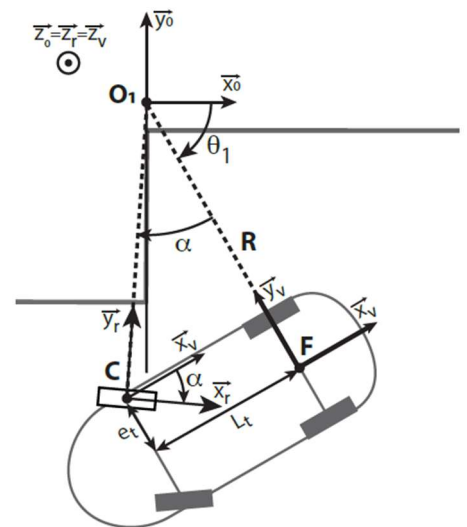


Figure 9 Paramétrage lors de la manœuvre

Cela étant, le suivi de la trajectoire dépend des performances du système d'orientation des roues directrices. Ce système appelé « direction » en automobile a son comportement défini par l'algorithme de stationnement lors de manœuvres automatiques. Il est donc nécessaire de vérifier que la commande en direction permet effectivement de suivre la trajectoire.

Pour la suite du sujet le support technique utilisé est une voiture radio commandée comme expliqué en début de sujet.

### III. Modélisation de la commande de direction et validation des performances

Le choix d'une voiture radio commandée (voiture RC) est motivé par la nécessité d'identifier les composants (et leurs caractéristiques) intervenant dans la commande de direction, mais également par la nécessité de pouvoir analyser des résultats d'essais réalisés sur un support réel. Tout ceci n'est pas possible sur un véhicule réel du fait de la confidentialité des données des constructeurs automobiles, mais concernant un modèle réduit il n'y a plus ces difficultés.

La figure 10 représente le modèle de voiture RC choisi pour la suite de l'étude.



Figure 10 Tamiya M-05 Mazda

Le choix de la voiture radio commandée est pertinent pour les raisons suivantes :

- les résultats obtenus en première partie de sujet sont transposables à plus petite échelle ;
- la voiture RC possède des proportions identiques à un véhicule réel (échelle un dixième) et est de type traction comme dans la première partie ;
- compte tenu de la faible vitesse de déplacement du véhicule, les effets dynamiques dûs au déplacement du véhicule ne seront pris en compte dans les études suivantes ;
- à part l'actionneur, la structure de la direction est assimilable à celle des véhicules réels.

#### Objectif

La trajectoire d'insertion dans une place de stationnement est certes déterminée, mais il reste à évaluer la capacité du véhicule à suivre cette trajectoire. L'objectif de cette partie est donc de synthétiser la commande du système de direction du véhicule choisi permettant à ce dernier d'exécuter la manœuvre d'insertion en créneau telle que définie en première partie de sujet.

L'objectif est d'établir le modèle de la commande de direction du véhicule RC à implanter dans l'algorithme de stationnement afin de pouvoir déterminer les performances de cette commande et d'évaluer la nécessité ou non d'optimiser cette dernière. L'algorithme d'assistance au stationnement pilotant la direction du véhicule, cette dernière doit avoir des performances garantissant le suivi de la trajectoire calculée pour la manœuvre de stationnement.

Les performances attendues pour cette commande sont recensées dans le tableau 2 :

Performance	Critère	Niveau
Précision angulaire	Erreur	Nulle en régime permanent pour une entrée en échelon
Rapidité	Temps de réponse à 5 %	$tr_{5\%} \leq 0,4 \text{ s}$
Stabilité	Dépassement	Aucun

Tableau 2 Performances attendues de l'asservissement en position des roues directrices du véhicule RC



III.1. Étude structurelle de la direction du véhicule radio commandé

Q8. À partir des documents relatifs à la direction du véhicule RC fournis figures 27 à 29 ci-dessous, identifier à quoi correspondent les numéros figurant sur la description chaîne d'énergie / chaîne d'information du **document réponses**.

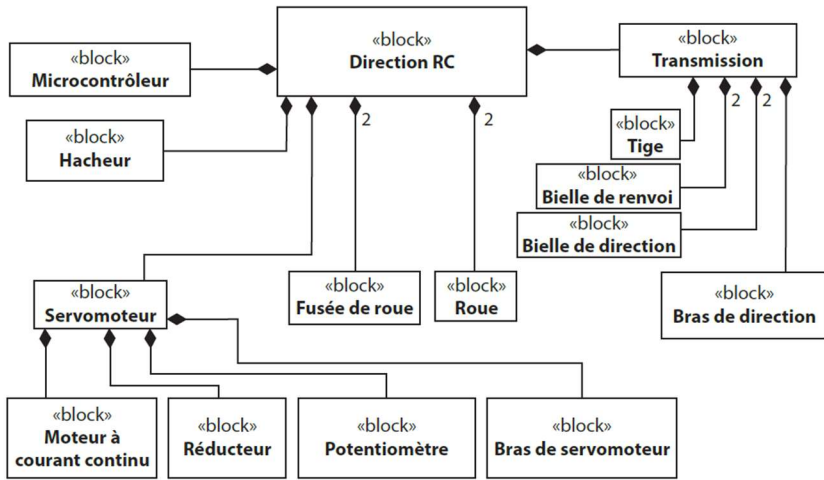


Figure 27 Diagramme BDD de la direction du véhicule radio commandé

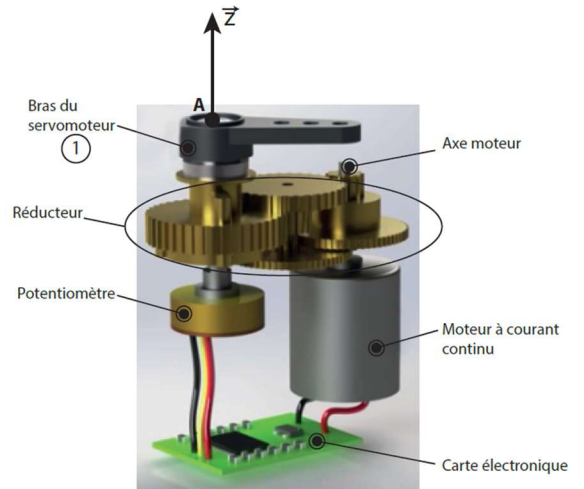
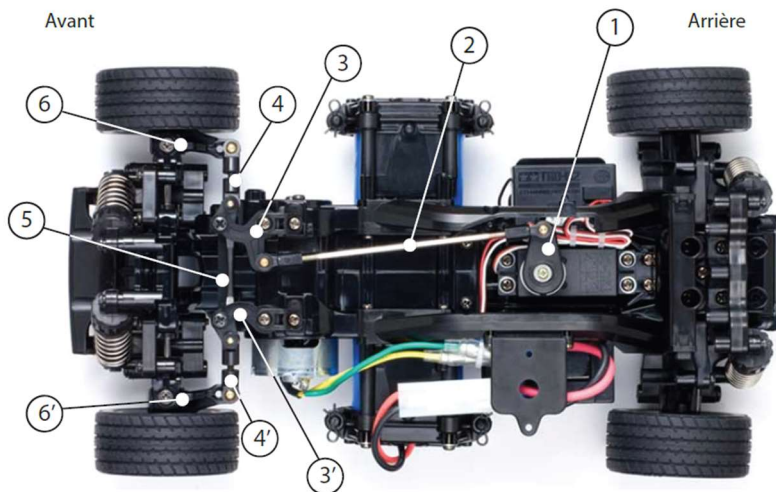
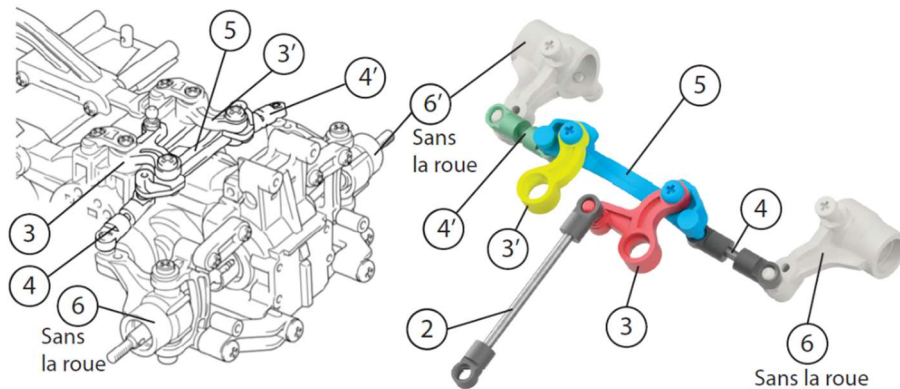


Figure 29 Composition du servomoteur



- 1 bras du servomoteur (lié à l'axe de sortie du servomoteur)
- 2 tige
- 3 et 3' bielle de renvoi
- 4 et 4' bielle de direction
- 5 bras de direction
- 6 et 6' ensemble roue + fusée de roue

Vue de dessus du véhicule radio commandé sans carrosserie



Vue 3D des éléments de la direction

Figure 28 Description de la direction du véhicule radio commandé

### III.2. Commande angulaire des roues directrices

La commande angulaire des roues directrices est fournie figure 12. Cette commande permet d'imposer l'angle des roues directrices  $\alpha(t)$  (figure 9) en fonction d'un angle de consigne  $\alpha_c(t)$  (dont l'évolution est caractérisée partie II.3.).

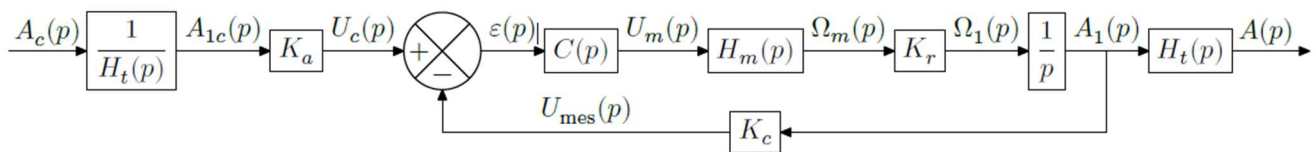


Figure 12 Schéma blocs de la commande en position des roues directrices du véhicule RC

#### Données et notations

- $A_c(p)$ ,  $A(p)$ ,  $A_{1c}(p)$ ,  $A_1(p)$ ,  $U_m(p)$ ,  $U_{mes}(p)$ ,  $U_c(p)$ ,  $\Omega_m(p)$  et  $\Omega_1(p)$  sont respectivement les transformées de Laplace des grandeurs  $\alpha_c(t)$ ,  $\alpha(t)$ ,  $\alpha_{1c}(t)$ ,  $\alpha_1(t)$ ,  $u_m(t)$ ,  $u_{mes}(t)$ ,  $u_c(t)$ ,  $\omega_m(p)$  et  $\omega_1(t)$ .
- Les conditions initiales sont supposées nulles.
- $K_c = 1,05 \text{ V}\cdot\text{rad}^{-1}$  et  $K_r = 1/120$ .
- À ce stade de l'étude la commande est étudiée sans correction  $C(p) = 1$ .

Pour cette première étude de la commande de direction, le véhicule est *maintenu horizontal mais n'est pas en contact avec le sol*.

La boucle d'asservissement est réalisée sur le servomoteur. L'angle de consigne  $\alpha_c(t)$  est converti en angle de consigne  $\alpha_{1c}(t)$  pour le servomoteur. Le bloc  $H_t(t)$  modélise dans le domaine de Laplace la relation entre  $\alpha(t)$  et  $\alpha_1(t)$  l'angle de rotation en sortie du servomoteur. Ainsi le bloc  $H_t(p)$  correspond à la modélisation de la transmission de mouvement dans la direction (ensemble des bielles et des bras composant la direction du véhicule).

Le gain  $K_a$  est un gain d'adaptation permettant de convertir l'angle de consigne  $\alpha_{1c}(t)$  (en radians) en une tension de consigne  $u_c(t)$  (en volts). La tension  $u_{mes}(t)$  est l'image en volts de l'angle  $\alpha_1(t)$  (en radians) du bras 1 du servomoteur.

Le gain  $K_c$  (en  $\text{V}\cdot\text{rad}^{-1}$ ) modélise le potentiomètre équipant le servomoteur.

La tension de commande  $u_m(t)$  du servomoteur est directement générée à partir de l'écart  $\varepsilon(t) = u_c(t) - u_{mes}(t)$  par un correcteur de fonction de transfert  $C(p)$ . Le moteur du servomoteur est modélisé par le bloc  $H_m(p)$ . Le taux de rotation du moteur est noté  $\omega_m(t)$ .

Le gain  $K_r$  correspond au rapport de réduction du réducteur du servomoteur.

Le bras 1 du servomoteur est monté sur l'axe de sortie du réducteur du servomoteur.  $\omega_1(t)$  est le taux de rotation (en  $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ ) du bras du servomoteur.

Afin d'établir le modèle de la commande angulaire de la direction non corrigée et d'en déterminer les performances, il est nécessaire d'identifier les modèles et les caractéristiques des différents composants.

#### III.2.a) Modélisation de la transmission de la direction et détermination de $H_t(p)$

La figure 13 représente le schéma cinématique de la direction.

Une étude géométrique (dans le sujet initial) permet de conclure qu'il est possible de considérer  $\alpha(t) = \lambda \cdot \alpha_1(t)$  avec  $\lambda$  une constante supposée connue.

Ainsi pour la suite de l'étude :

$$\boxed{H_t(p) = \lambda}$$

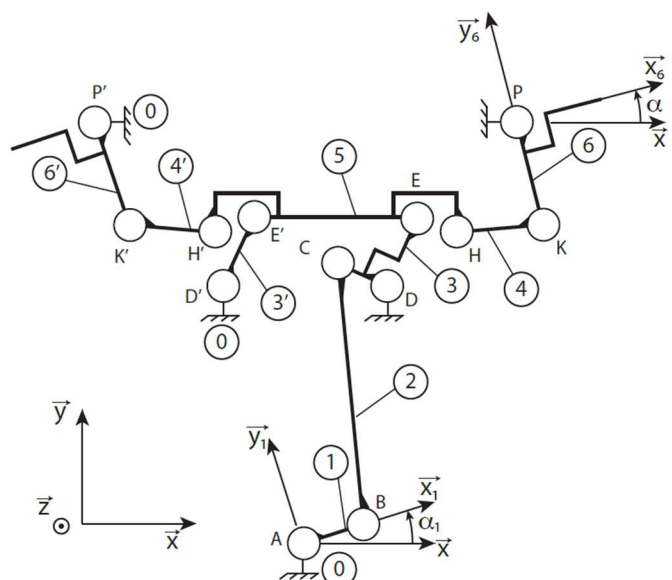


Figure 13 Schéma cinématique plan de la direction du véhicule radio commandé

### III.2.b) Identification du servomoteur

#### Objectif

L'objectif est d'identifier le bloc  $H_m(p)$ .

Pour déterminer les caractéristiques du servomoteur, on procède à des mesures sur celui-ci, lorsqu'il n'est pas en liaison avec le reste de la direction. La figure 16 représente une modélisation sous forme de schéma-blocs du servomoteur.

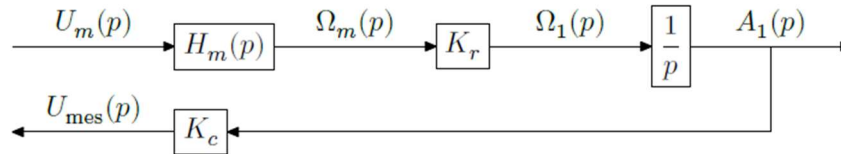


Figure 16 Schéma blocs du servomoteur seul

Les équations disponibles pour la modélisation du fonctionnement du servomoteur sont :

- en notant  $R$  la résistance aux bornes de l'induit,  $L$  l'inductance aux bornes de l'induit,  $i(t)$  l'intensité moteur et  $e(t)$  la force contre-électromotrice :

$$L \cdot \frac{di(t)}{dt} + R \cdot i(t) = u_m(t) - e(t)$$

- avec  $k_e$  la constante de vitesse du moteur en  $V \cdot s \cdot \text{rad}^{-1}$  et  $\omega_m(t)$  le taux de rotation du moteur du servomoteur par rapport au châssis de la voiture :

$$e(t) = k_e \cdot \omega_m(t)$$

- avec  $C_m(t)$  le couple moteur,  $k_t$  la constante de couple en  $N \cdot m \cdot A^{-1}$  et  $k_t = k_e$  :

$$C_m(t) = k_t \cdot i(t)$$

- en négligeant les autres actions mécaniques mises en jeu dans la direction par rapport au couple moteur  $C_m(t)$  :

$$J_m \cdot \frac{d\omega_1(t)}{dt} = C_m(t)$$

Aucune donnée n'est accessible pour le moteur à courant continu utilisé dans le servomoteur. Une série d'essais *en boucle ouverte* est réalisée afin de déterminer les caractéristiques  $R$ ,  $L$  et  $J_m$  du servomoteur.

La figure 17 représente l'évolution de la tension  $u_{mes}(t)$  fournie par le potentiomètre du servomoteur pour un échelon de tension  $u_m(t) = u_0 = 3V$  en boucle ouverte.

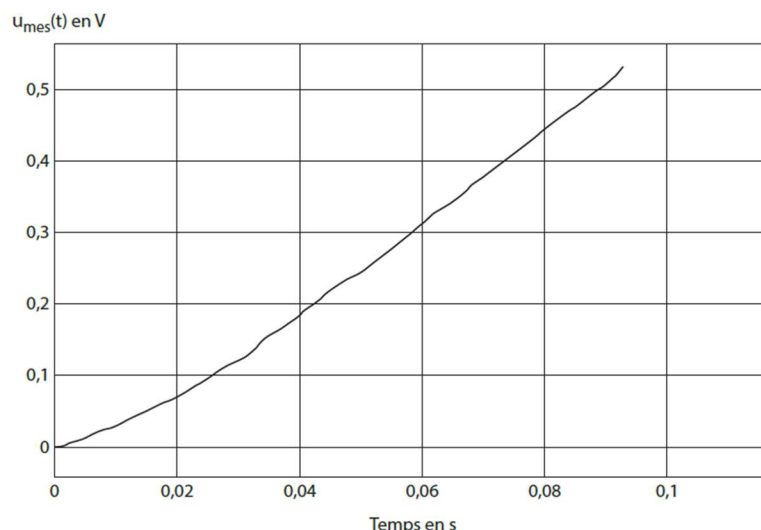


Figure 17 Tension fournie par le potentiomètre du servomoteur pour un échelon de tension  $u_m(t) = 3V$

L'expression temporelle de  $u_{mes}(t)$  correspondant au comportement observé figure 17 est :

$$u_{mes}(t) = K_m K_c K_r u_0 (t - \tau_m) + K_m K_c K_r \tau_m u_0 \cdot e^{-t/\tau_m}$$

Il est possible de mettre  $H_m(p)$  sous la forme  $H_m(p) = \frac{K_m}{1 + \tau_m p}$  avec  $K_m = \frac{1}{k_e}$  et  $\tau_m = \frac{R J_m}{k_e^2}$

**Q9.** À partir de l'expression temporelle de  $u_{mes}(t)$  donnée précédemment, déduire de l'essai figure 17 les valeurs numériques des constantes  $K_m$  et  $\tau_m$ . Il est rappelé que  $K_c = 1,05 \text{ V}\cdot\text{rad}^{-1}$ . **Tout tracé jugé utile sera reporté sur le document réponses.**

**Q10.** Déduire les valeurs numériques de  $k_e$  et du produit  $R \cdot J_m$ .

La figure 18 représente l'évolution de l'intensité moteur pour un échelon de tension  $u_m(t) = 3 \text{ V}$  avec le rotor du moteur bloqué.

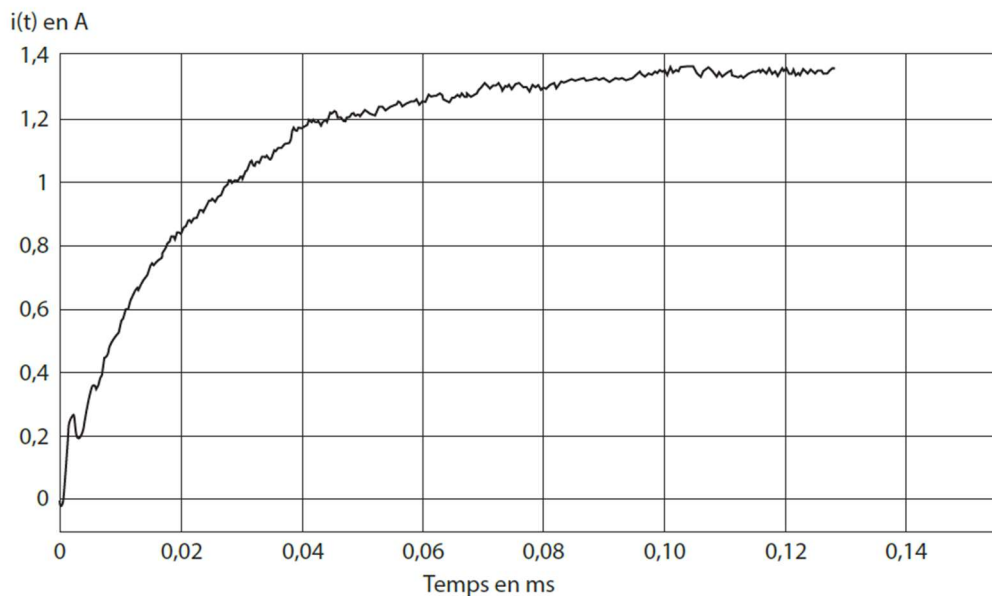


Figure 18 Intensité moteur

**Q11.** À partir des deux premières équations du modèle de connaissance du servomoteur, exprimer la fonction de transfert  $\frac{I(p)}{U_m(p)}$  sous forme canonique lorsque le rotor du moteur est bloqué.

**Q12.** Déduire de la figure 18 la valeur numérique de  $R$  et celle de  $L$ . À partir des résultats obtenus par l'exploitation de la figure 17, déduire également la valeur numérique de  $J_m$ . **Tout tracé jugé utile sera reporté sur le document réponses.**

À ce stade de l'étude, il reste à déterminer la fonction de transfert de la commande asservie d'orientation des roues. Cette dernière ne faisant pas encore intervenir de correction, il va être nécessaire de caractériser les performances de la commande afin d'identifier le besoin ou non d'une correction.

### III.3. Modèle global et performances de la commande sans correction

#### Objectif

L'objectif de cette section est d'analyser les performances, caractérisées dans le tableau 2, de la commande de direction sans correction :  $C(p) = 1$ .

Pour la suite  $K_m = 256 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{V}^{-1}$  et  $\tau_m = 0,03 \text{ s}$  et il est rappelé que  $K_c = 1,05 \text{ V}\cdot\text{rad}^{-1}$  et  $K_r = 1/120$ .

**Q13.** Afin que l'asservissement soit de qualité il est nécessaire que l'écart  $\varepsilon(t)$  soit nul quand  $\alpha(t) = \alpha_c(t)$  en régime permanent et pour une entrée type échelon. Déterminer la relation entre  $K_a$  et  $K_c$  permettant de garantir un asservissement de qualité.

Les différentes fonctions de transfert du modèle figure 12 étant identifiées, il est maintenant possible d'établir la fonction de transfert  $H(p) = \frac{A(p)}{A_c(p)}$ .

**Q14.** Déterminer l'expression de  $H(p)$ , fonction de transfert de la commande des roues. Mettre  $H(p)$  sous forme canonique, préciser l'ordre de  $H(p)$  et l'expression de ses paramètres caractéristiques. Faire les applications numériques.

**Q15.** À partir des résultats de la question précédente et en se référant au tableau 2, conclure sur les performances de précision angulaire et de stabilité du modèle théorique de la commande des roues.

La figure 19 montre, pour une entrée en échelon  $\alpha_c(t)$  d'amplitude  $\pi/4$  rad :

- l'évolution de l'angle  $\alpha(t)$  obtenue avec le modèle théorique établi précédemment ;
- la courbe expérimentale de  $\alpha(t)$  obtenue pour un essai réalisé avec la voiture RC à l'horizontale et sans contact avec le sol.

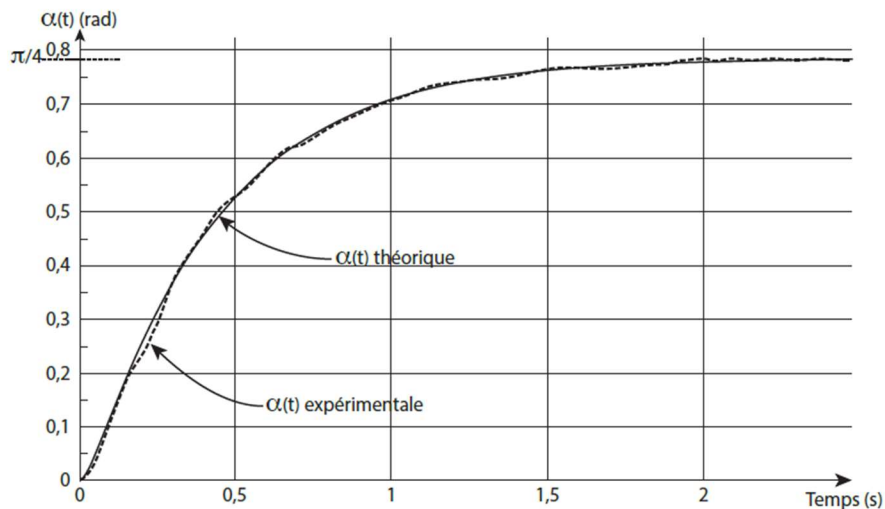


Figure 19 Acquisition de l'orientation des roues directrices

**Q16.** Conclure sur la validité du modèle théorique de la commande des roues vis-à-vis du comportement réel observable figure 19. Qu'il s'agisse du modèle théorique ou du comportement réel de la commande des roues, conclure sur la performance en rapidité.

Un modèle théorique de la commande des roues ayant été établi, il va permettre de synthétiser une correction pour l'asservissement en position des roues afin d'en améliorer les performances qui ne sont pas encore respectées.

## IV. Amélioration des performances : choix d'une correction de la commande

### Objectif

L'objectif de cette partie est de choisir un correcteur à implanter dans la commande afin que cette dernière vérifie tous les critères de performance assurant le suivi de la trajectoire désirée (tableau 2).

Pour cette partie le schéma blocs de la commande des roues (véhicule hors sol) est donné figure 20 et  $G(p) = \frac{K}{p(1+\tau p)}$  avec  $K = 2,2 \text{ rad}\cdot\text{V}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$  et  $\tau = 0,015 \text{ s}$ .  $K$  et  $\tau$  sont fonction des paramètres de la commande définis dans la partie précédente.

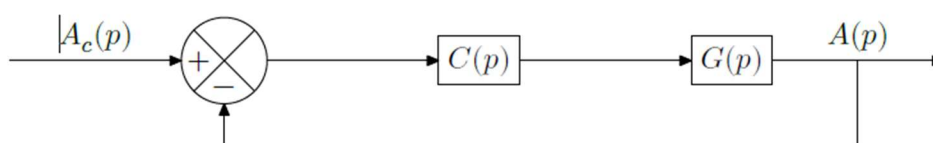


Figure 20 Schéma blocs de la commande en position des roues



#### IV.1. Amélioration et correction du modèle de l'asservissement en position des roues

Il est décidé, dans un premier temps, d'utiliser une action proportionnelle  $C(p) = K_p$  avec  $K_p$  une constante homogène à des  $V \cdot \text{rad}^{-1}$ .

L'objectif est donc de déterminer le paramètre  $K_p$  afin d'améliorer la performance de rapidité du modèle théorique de la commande des roues.

**Q17.** Après avoir donné l'expression de  $H(p) = \frac{A(p)}{A_c(p)}$ , déterminer l'expression de  $K_p$  pour que la commande soit la plus rapide possible sans dépassements pour une consigne de type échelon. Faire l'application numérique.

La figure 21 représente la réponse temporelle théorique  $\alpha(t)$  de la commande des roues pour une consigne  $\alpha_c(t)$  en échelon d'amplitude  $\pi/4$  rad et pour la valeur de  $K_p$  déterminée précédemment :

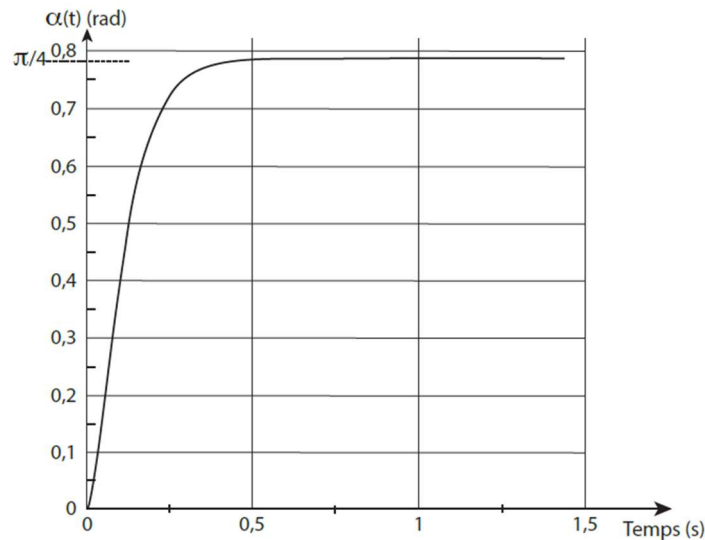


Figure 21 Évolution temporelle de  $\alpha(t)$  pour une correction proportionnelle

**Q18.** À partir de la figure 21, conclure sur l'effet de la correction choisie vis-à-vis des performances attendues pour la commande des roues du véhicule RC.

#### IV.2. Performances dans le domaine réel et amélioration de la correction

##### Objectif

L'objectif est de choisir et valider une forme définitive de correction à appliquer à la commande des roues.

La figure 22 représente deux essais avec la direction du véhicule RC en utilisant la correction proportionnelle.

Un essai a été réalisé avec le véhicule ne touchant pas le sol et un second avec le véhicule posé sur le sol, dans les deux cas le véhicule est à l'arrêt et la consigne  $\alpha_c(t)$  en échelon d'amplitude  $\pi/4$  rad :

**Q19.** Conclure sur la performance en précision de la commande des roues en expliquant la cause possible de la perturbation engendrant l'écart observé entre les deux courbes expérimentales de la figure 22.

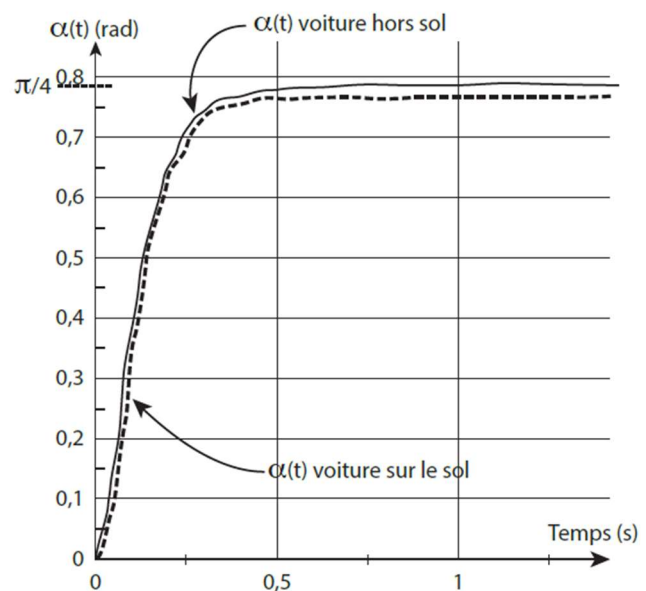
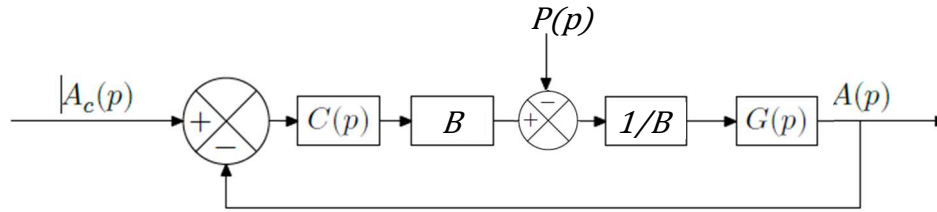


Figure 22 Essais expérimentaux réalisés sur le véhicule RC



Afin de tenir compte de cette perturbation, le schéma blocs de la commande des roues (véhicule sur le sol) est donné figure 23 où B est un gain pur permettant d'assurer l'homogénéité du modèle. G(p) reste inchangée.



**Figure 23** Schéma blocs de la commande en position des roues : véhicule sur le sol

Afin de rendre la direction insensible aux perturbations, une action de type intégrale est envisagée  $C(p) = \frac{K_i}{p}$  avec  $K_i$  une constante homogène à des  $V \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ .

**Q20.** Après avoir donné l'expression de  $H_r(p) = \frac{A(p)}{P(p)} \Big|_{A_c(p)=0}$ , montrer que l'action intégrale permet d'annuler l'effet de d'une perturbation en échelon d'amplitude  $P_0$  quel que soit  $K_i$ .

Une action intégrale seule du correcteur permet certes d'annuler l'effet d'une perturbation en échelon, mais risque de déstabiliser la commande des roues.

Il est donc décidé de cumuler les deux actions :  $C(p) = K_p + \frac{K_i}{p} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p}\right)$  avec  $K_p = 7,6 \text{ V} \cdot \text{rad}^{-1}$   
 $T_i = \frac{K_p}{K_i} = 0,8 \text{ s}$ .

**Q21.** En absence de perturbation, donner l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte  $FTBO(p)$ .

**Q22.** Sur le document réponses, représenter les diagrammes de Bode asymptotiques du gain (dB) et de la phase (°) de la fonction de transfert en boucle ouverte.

**Q23.** Calculer la pulsation de coupure  $\omega_{co}$  de la FTBO.

La commande en position des roues, véhicule hors sol et sur le sol, sera stable si la phase de la FTBO à sa pulsation de coupure est supérieure à  $-180^\circ$ .

**Q24.** Après avoir calculé  $\varphi_{FTBO}(\omega_{co})$  conclure sur la stabilité de la commande en position des roues.

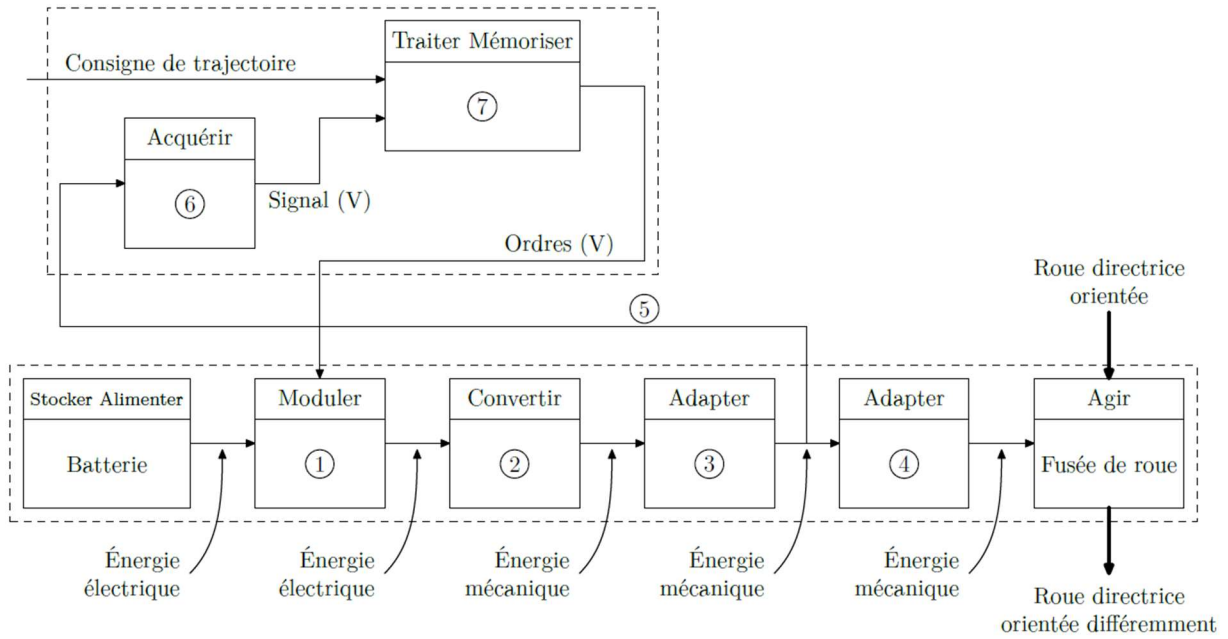
**Q25.** Par le raisonnement de votre choix, justifier qu'un correcteur à action intégrale seule risque de déstabiliser la commande en position des roues. **Tout tracé jugé utile sera reporté sur le document réponses...**



**DOCUMENT RÉPONSES**

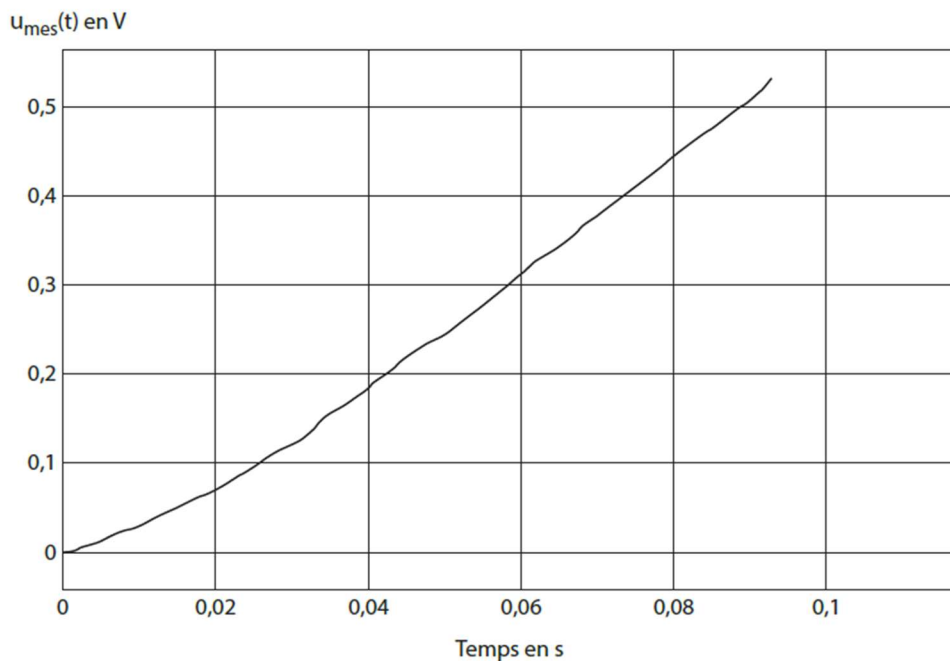
NOM : \_\_\_\_\_

**Q8.**



<b>1</b>	
<b>2</b>	
<b>3</b>	
<b>4</b>	
<b>5</b>	
<b>6</b>	

**Q9.**



**Figure 17** Tension fournie par le potentiomètre du servomoteur pour un échelon de tension  $u_m(t) = 3\text{ V}$

Q12.

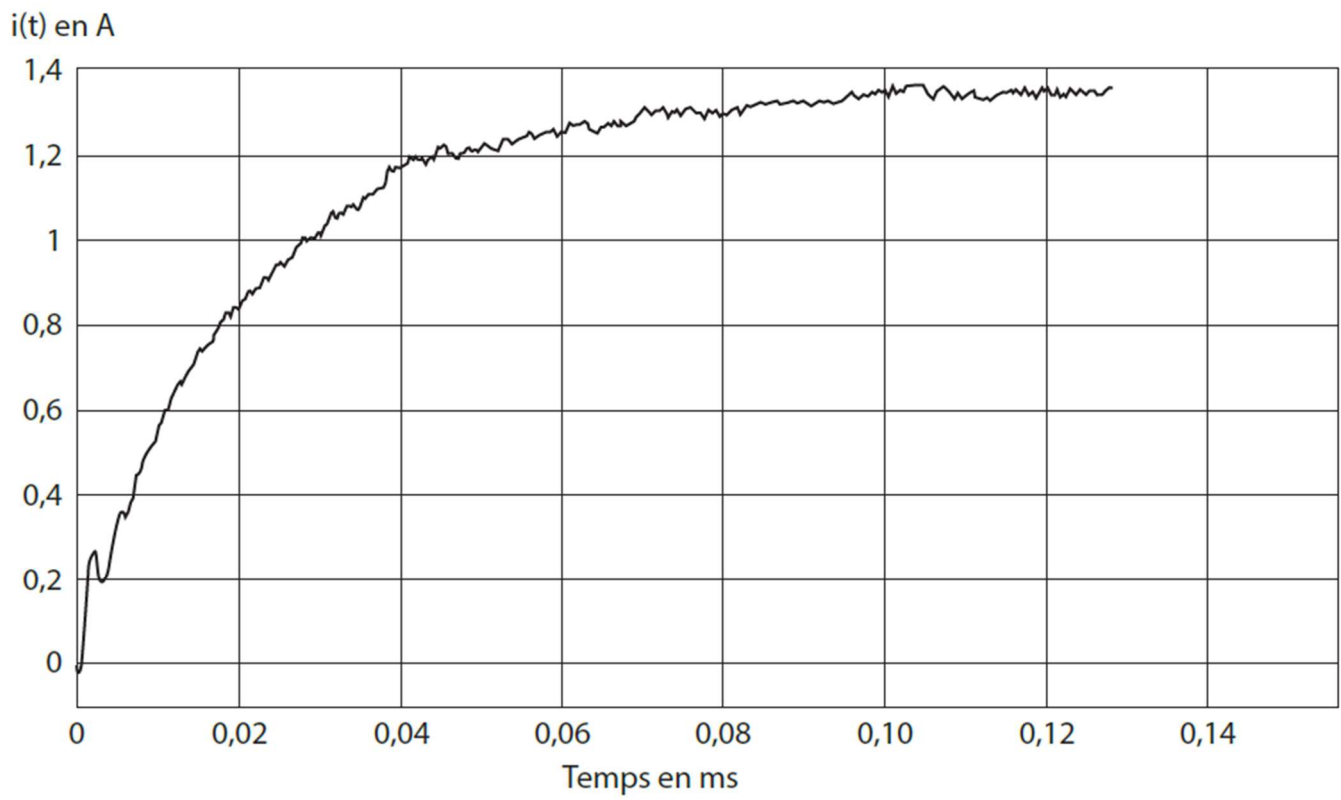


Figure 18 Intensité moteur

**Q22. à Q25.**

