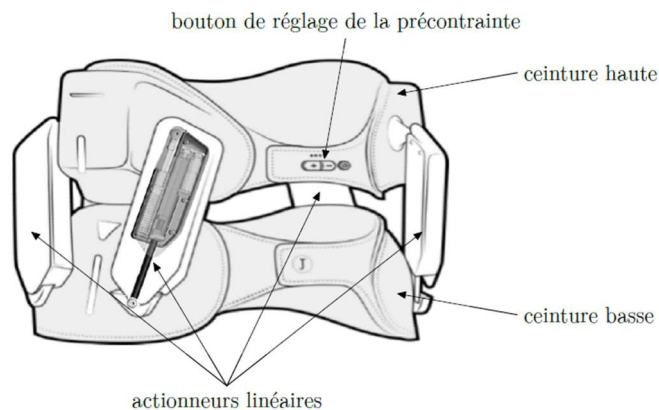


Durée de l'épreuve : 2h00**Aucun document autorisé - Calculatrice interdite***Cet énoncé comporte 7 pages numérotées de 1 à 7.***Les réponses se feront exclusivement sur le document réponses – Aucun autre document ne sera corrigé.***La notation tiendra compte de la justesse des résultats ainsi que de la rédaction et du soin apporté à la composition.***Exosquelette lombaire***d'après Centrale Supélec MP 2023***I. Présentation générale**

Les exosquelettes sont des solutions biomécaniques destinées à apporter une assistance ou un soutien physique à ceux qui les utilisent. La figure 1 représente l'exosquelette lombaire conçu par la société Japet. Il se présente sous la forme de deux ceintures (basse et haute) reliées par quatre actionneurs linéaires qui accompagnent les mouvements du patient tout en permettant un soutien de la colonne vertébrale.

**Figure 1 – Exosquelette lombaire JAPET**

Cet exosquelette lombaire est en priorité destiné au marché du travail et a vocation à soulager les salariés qui l'utilisent dans leurs mouvements quotidiens, en particulier dans les domaines de l'industrie ou de la logistique.

Il est également destiné au soin de patients souffrant de lombalgie, en hôpital ou à domicile. Cet exosquelette n'a pas pour but d'augmenter les capacités physiques de l'être humain mais de les maintenir à un niveau satisfaisant.

Cette assistance permet ainsi de conserver une activité professionnelle normale.

Grâce à l'effort de traction créé par les quatre actionneurs linéaires, le dispositif diminue la pression sur la colonne vertébrale afin de limiter la compression lombaire et soulager l'utilisateur des douleurs. Le système suit les mouvements de l'utilisateur en temps réel afin de conserver une liberté de mouvement totale et de préserver l'activité musculaire.

II. Prédimensionnement des quatre actionneurs

La société Japet a développé un modèle numérique biomécanique (figure 2 à gauche) du corps humain permettant de déterminer la valeur de la force de traction à exercer par les actionneurs pour soulager les disques intervertébraux en diminuant la pression intra-discale.

Le modèle numérique biomécanique a permis d'obtenir les courbes de la figure 3 décrivant les évolutions des pressions intra-discales entre les vertèbres L3-L4 et L4-L5. Celles-ci ont été obtenues dans les conditions de simulation suivantes :

- colonne vertébrale verticale ;
- chaque actionneur linéaire développe une force de traction progressivement de 0 à 100 N ;
- l'évolution des forces de traction est lente afin de négliger les effets dynamiques.

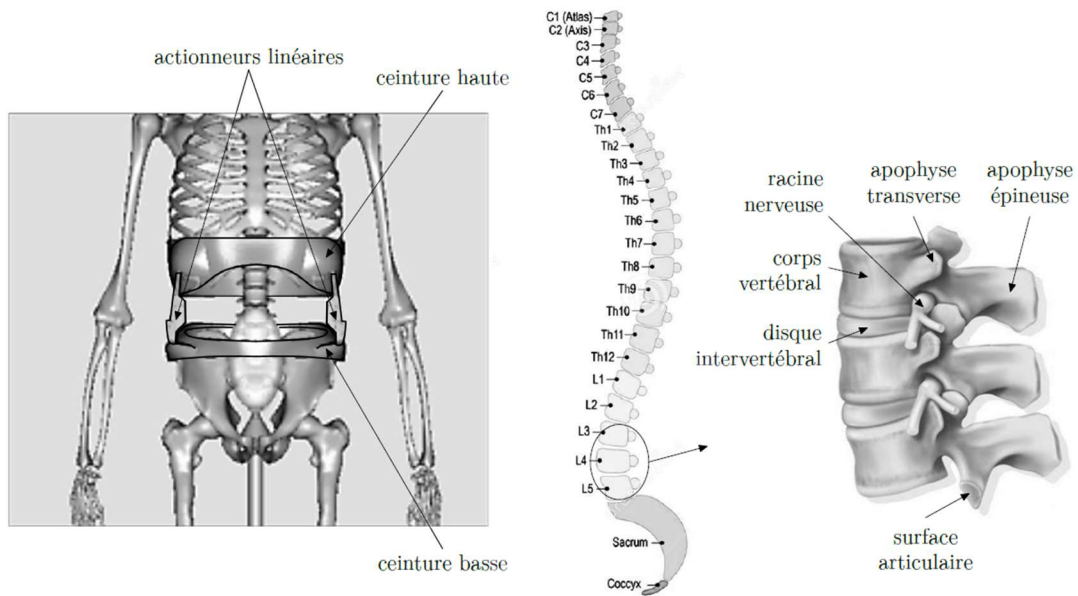


Figure 2 – Modèle numérique biomécanique (à gauche) et détail de la structure vertébrale avec numérotation des vertèbres (à droite)

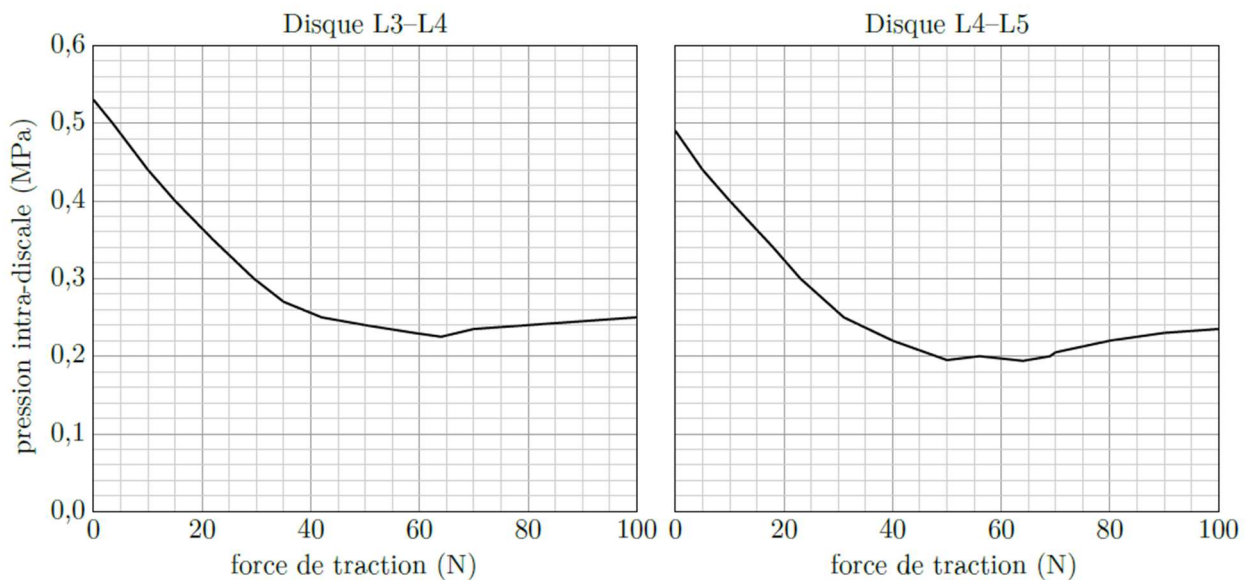


Figure 3 – Évolution de la pression intra-discale simulée en L3-L4 et L4-L5 en fonction de la force de traction développée par un seul actionneur linéaire

Q1. Après analyse des courbes de la figure 3, justifier que la force de traction choisie par le constructeur, afin de limiter la pression intra-discale, est de 40 N par actionneur.

Cette pré-étude théorique permet de montrer l'efficacité du soulagement intra-discal par un système externe actif. Le développement de l'exosquelette est basé sur ces résultats.

L'exosquelette lombaire, répertorié comme un système médical par les autorités de santé, doit garantir un fonctionnement sûr afin de ne causer aucun dommage à la colonne vertébrale tout en assurant une traction au niveau des vertèbres pour soulager les disques intervertébraux. Le mouvement naturel du corps devra être conservé. L'effort d'assistance devra donc correspondre à la valeur définie lors de cette phase de prédimensionnement. La société Japet a donc construit un banc d'essai afin de vérifier l'aptitude d'un actionneur linéaire à respecter cette exigence.

III. Élaboration du modèle de connaissance d'un actionneur linéaire placé sur un banc d'essai

L'actionneur linéaire est placé sur un banc d'essai en position horizontale (figure 4).

Le banc d'essai doit permettre la vérification de la force exercée par un actionneur linéaire pour effectuer la précontrainte.

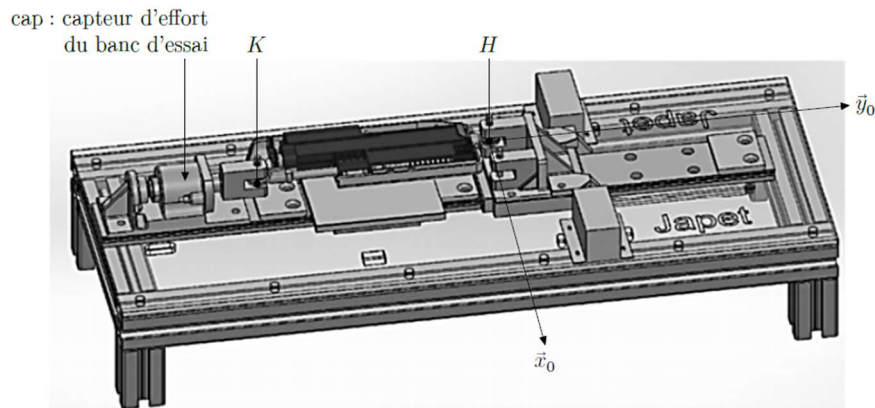
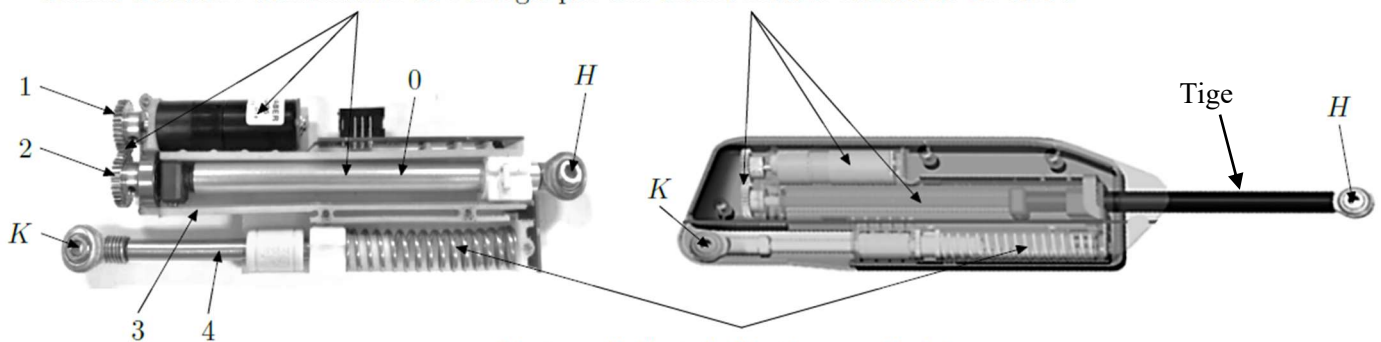


Figure 4 – Banc d'essai

Pour la vérification de la force de précontrainte, l'actionneur linéaire est bloqué en H et un capteur d'effort, noté cap (figure 4) est placé en K. Cette configuration permet de valider la performance relative à la mise en précontrainte.

La raideur du ressort du capteur d'effort de l'actionneur linéaire (figure 5) a été choisie à partir d'une campagne d'essais réalisée par différents utilisateurs qui ont exprimé leur ressenti en donnant une note de confort.

Chaine d'action : transmission de l'énergie par une chaîne moteur-réducteur-vis-écrou



Capteur d'effort de l'actionneur linéaire : mesure de l'effort par déformation du ressort

Figure 5 – Actionneur linéaire

Dans la configuration spécifique retenue, les points K et H sont immobiles par rapport au châssis du banc d'essai.

Sur la figure 6, les solides (0) et (4) sont immobiles par rapport au châssis du banc d'essai. La force exercée par l'actionneur linéaire sur le capteur d'effort du banc d'essai est notée $\vec{F}_{cap \rightarrow 4}$. Le capteur du banc d'essai mesure ainsi cette force. On suppose que c'est une image fidèle de la force de traction exercée par l'actionneur linéaire.

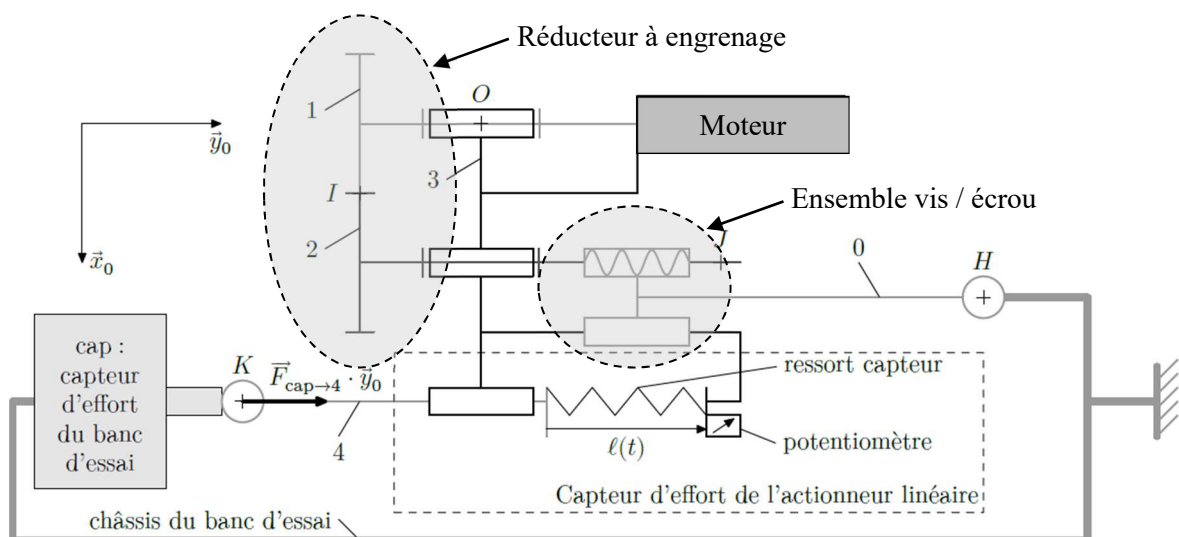


Figure 6 – Synoptique de l'actionneur linéaire sur le banc d'essai

III.1. Mesure de la force de traction exercée par l'actionneur linéaire.

On note $l(t)$ le déplacement de (3) par rapport à (4).

On a $y(t) = l_0 - l(t)$ avec l_0 la longueur à vide du ressort du capteur installé sur le système réel. Le ressort n'est pas préchargé avant le début de l'essai soit $l(t = 0) = l_0$.

On note K_{res} la raideur du ressort.

Q2. En précisant les hypothèses nécessaires, montrer que $F_{cap \rightarrow 4} = K_{res} \cdot y(t)$

Q3. Justifier alors que la mesure de $y(t)$ effectuée par le potentiomètre linéaire permet d'obtenir une image de la force de traction exercée par l'actionneur linéaire.

Q4. Expliquer brièvement le principe de fonctionnement d'un potentiomètre linéaire.

III.2. Étude de l'effort d'assistance nécessaire au soutien lombaire

III.2.a Analyse structurelle du banc d'essai

La figure 7 présente une description structurelle de l'asservissement en force de l'actionneur linéaire placé sur le banc d'essai.

Q5. Que signifie « IBD » ?

Q6. Compléter sur le document réponses, le diagramme chaîne de puissance - chaîne d'information partiel correspondant à la chaîne fonctionnelle de l'asservissement en force de l'actionneur linéaire en indiquant le nom des composants réalisant chacune des fonctions.

Q7. Repasser en bleu sur le document réponses, les flèches correspondant à de la puissance électrique, en vert les flèches correspondant à de la puissance mécanique. Préciser s'il s'agit de puissance mécanique de rotation ou de puissance mécanique de translation. Ajouter en rouge les flèches permettant de connecter la chaîne de puissance à la chaîne d'information du système.

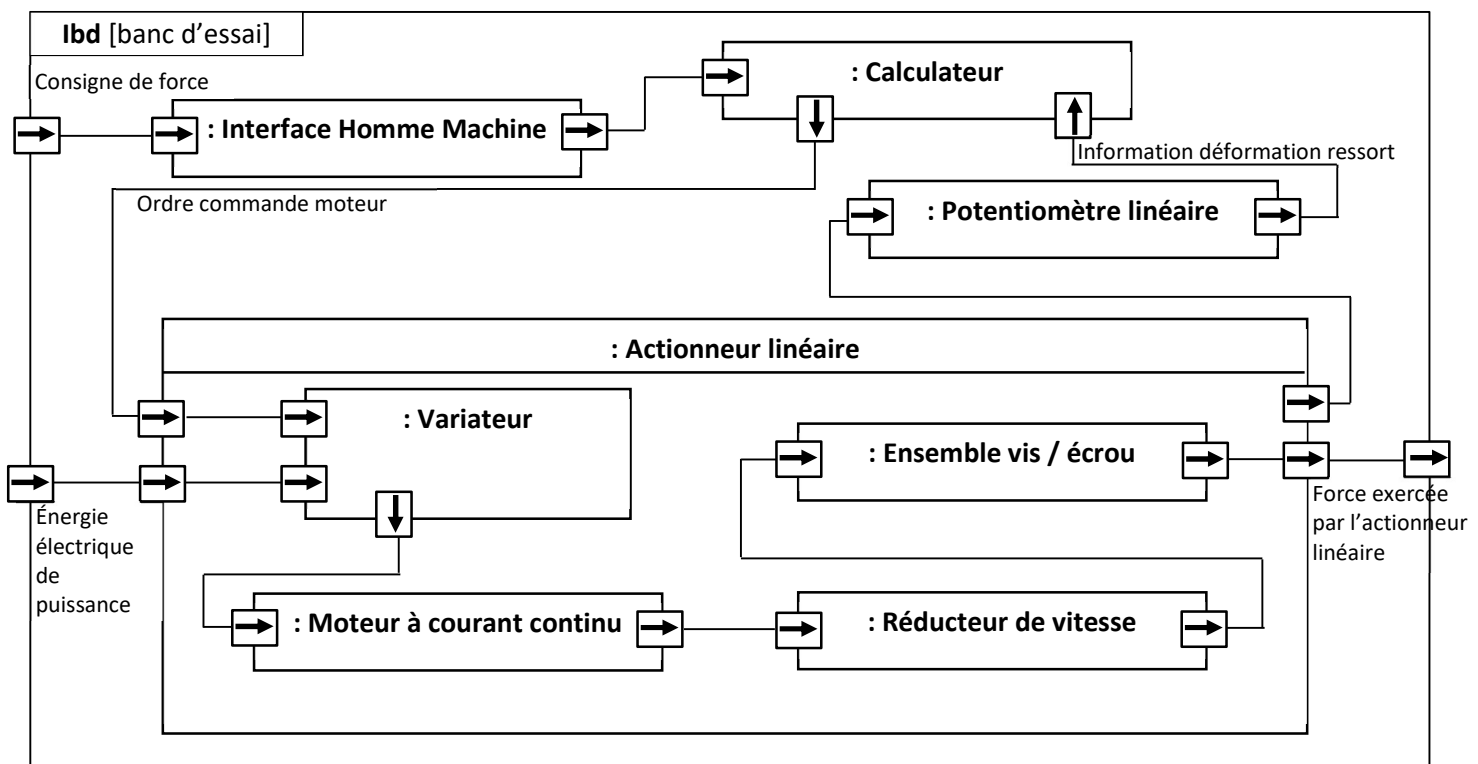


Figure 7 – IBD banc d'essai de l'actionneur linéaire

III.2.b Mise en place du schéma-blocs de l'asservissement en force du banc d'essai

On donne dans le tableau ci-dessous le modèle de connaissance associé à cet asservissement. Pour les équations des différents modèles de connaissance on supposera que toutes les conditions initiales sont nulles et que I_{eq} , R , K_c , K_{capt} , K_{IHM} , K_f , K_v , K_1 , λ , K_{ve} et K_{res} sont des coefficients constants.

	Modèle de connaissance
Le réducteur de vitesse en sortie de moteur est modélisable par un gain λ liant la vitesse angulaire de sortie $\omega_v(t)$ à la vitesse angulaire du moteur $\omega_m(t)$	$\omega_v(t) = \lambda \cdot \omega_m(t)$
L'ensemble vis / écrou en sortie du réducteur est modélisable par un gain K_{ve} liant la vitesse de translation de l'écrou à la vitesse angulaire de la vis $\omega_v(t)$	$\frac{dy(t)}{dt} = K_{ve} \cdot \omega_v(t)$
L' équation de comportement de l'actionneur linéaire lie la force de traction qu'il exerce à la déformation du ressort du potentiomètre linéaire	$f(t) = K_{res} \cdot y(t)$
L'équation mécanique du moteur tournant à la vitesse angulaire $\omega_m(t)$ permet de lier l'inertie I_{eq} de l'arbre en rotation au couple moteur $C_m(t)$ et au couple résistant $C_r(t)$	$I_{eq} \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) - C_r(t)$
L'équation électrique au niveau de l'induit du moteur permet de lier la tension $u_m(t)$, le courant $i_m(t)$ et la résistance de l'induit R (loi d'Ohm)	$u_m(t) = R \cdot i_m(t)$
Le couple moteur $C_m(t)$ est couplé à l'intensité $i_m(t)$ dans la bobine du moteur grâce à la constante de couple K_c	$C_m(t) = K_c \cdot i_m(t)$
Le potentiomètre linéaire , modélisé par un gain K_{capt} , délivre une tension $u_{mes}(t)$ proportionnelle à l'écrasement du ressort noté $y(t)$	$u_{mes}(t) = K_{capt} \cdot y(t)$
L' interface homme-machine permet d'acquérir la consigne de force notée $f_c(t)$ et de délivrer une tension image notée $u_c(t)$	$u_c(t) = K_{IHM} \cdot f_c(t)$
Le calculateur (comparateur+correcteur double) permet : - de comparer (comparateur) la tension de consigne $u_c(t)$ à la tension de mesure $u_{mes}(t)$ et d'en déduire une tension $\varepsilon_f(t)$, image de l'erreur ; - d'amplifier/corriger cette tension $\varepsilon_f(t)$ en une consigne de vitesse de rotation du moteur $\omega_c(t)$; - de comparer (comparateur) la vitesse de consigne $\omega_c(t)$ à la vitesse mesurée $\omega_m(t)$ et d'en déduire l'écart $\varepsilon_v(t)$; - d'amplifier/corriger cet écart $\varepsilon_v(t)$ en une tension de commande $u(t)$ du variateur .	$\varepsilon_f(t) = u_c(t) - u_{mes}(t)$ $\omega_c(t) = K_f \cdot \varepsilon_f(t)$ $\varepsilon_v(t) = \omega_c(t) - \omega_m(t)$ $u(t) = K_v \cdot \varepsilon_v(t)$
Le variateur délivre au moteur une tension $u_m(t)$ proportionnelle à la tension de commande $u(t)$	$u_m(t) = K_1 \cdot u(t)$

Q8. Appliquer la transformée de Laplace sur les différentes équations du modèle de connaissance. Compléter la 2^{ème} colonne du document réponses.

Q9. Déduire de la question précédente les schémas blocs élémentaires correspondant à chacune des équations du modèle de connaissance. Compléter la 3^{ème} colonne du document réponses en dessinant chacun des schémas blocs élémentaires (bloc avec variable d'entrée + variable de sortie + fonction de transfert) correspondant à chaque équation.

Q10. Compléter le schéma bloc complet du système étudié. Indiquer toutes les variables entre blocs et le nom des constituants sous les blocs.

Q11. Déterminer l'expression du gain de l'interface homme-machine K_{IHM} pour que la force de traction exercée par l'actionneur linéaire en sortie soit correctement asservie sur la force de consigne.

On considèrera cette condition remplie pour la suite.

III.2.c Réglage de la boucle d'asservissement de la vitesse angulaire du moteur

On s'intéresse dans cette partie à la boucle interne d'asservissement de la vitesse angulaire du moteur. Cet asservissement doit respecter le cahier des charges ci-dessous :

Exigence	Critère	Niveau
Id 1.1	Erreur statique pour une consigne en échelon	Nulle
Id 1.2	Effet d'une perturbation en échelon en régime permanent	Nulle

Q12. À partir du schéma-blocs de l'asservissement en effort réalisé en Q10., compléter le schéma-blocs de la boucle interne seule.

Q13. Déterminer l'expression de la fonction de transfert boucle fermée **en poursuite** du moteur :

$$H_{m1}(p) = \left. \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)} \right|_{C_r(p)=0} \text{ en fonction de } K_c, K_v, K_1, I_{eq} \text{ et } R.$$

Q.14. Montrer que cette fonction de transfert peut se mettre sous la forme d'un système du premier ordre

$$H_{m1}(p) = \frac{K_2}{1 + \tau_2 \cdot p} \text{ où } K_2 \text{ et } \tau_2 \text{ sont 2 constantes à déterminer. Donner les unités de } K_2 \text{ et } \tau_2.$$

Q.15. Pour un échelon de consigne $\omega_c(t) = \text{constante} = \omega_0$ et en absence de couple résistant, déterminer l'expression de la vitesse de rotation $\omega_s(t)$ en régime permanent.

Conclure sur le respect (ou non) de l'exigence de précision Id 1.1 du cahier des charges.

Q.16. Déterminer l'expression de la fonction de transfert boucle fermée **en régulation** du moteur :

$$H_{m2}(p) = \left. \frac{\Omega_m(p)}{C_r(p)} \right|_{\Omega_c(p)=0} \text{ en fonction de } K_c, K_v, K_1, I_{eq} \text{ et } R.$$

NB : on fera apparaître sur la copie les manipulations/simplifications du schéma-blocs afin d'exprimer cette fonction de transfert.

Q.17. Montrer que cette fonction de transfert peut se mettre sous la forme d'un système du premier ordre

$$H_{m2}(p) = \frac{K_3}{1 + \tau_3 \cdot p} \text{ où } K_3 \text{ et } \tau_3 \text{ sont 2 constantes à déterminer. Donner les unités de } K_3 \text{ et } \tau_3.$$

Q.18. Exprimer alors $\Omega_m(p)$ en fonction de $H_{m1}(p)$, $H_{m2}(p)$, $\Omega_c(p)$ et $C_r(p)$.

Q.19. Déterminer et quantifier l'effet d'un échelon de couple résistant d'amplitude C_{r0} sur la vitesse angulaire du moteur en régime permanent.

Conclure sur le respect (ou non) de l'exigence de précision Id 1.2 du cahier des charges.

Afin d'assurer le respect de l'exigence Id 1.2, on décide d'implanter une correction intégrale dans le calculateur.

La tension de commande $u(t)$ du variateur est alors de la forme : $u(t) = K_v \cdot \int \varepsilon_v(t) \cdot dt$

Les autres équations du modèle de connaissance du moteur sont inchangées.

Q20. Montrer que cette correction permet alors d'assurer le respect de l'exigence Id 1.2 du cahier des charges.

Q21. Montrer que cette correction n'affecte pas le respect de l'exigence Id 1.1 du cahier des charges.

III.2.d Analyse des performances simulées de l'asservissement en force du banc d'essai

Conformément aux remarques formulées en partie II., cet asservissement doit respecter le cahier des charges ci-dessous :

Exigence	Critère	Niveau
Id 2.1	Erreur statique pour une consigne en échelon de 40 N	Nulle
Id 2.2	Effet d'une perturbation en échelon en régime permanent	Nulle
Id 2.3	Temps de réponse à 5% pour une consigne en échelon de 40 N	< 1 s
Id 2.4	Dépassements	Aucun

On donne sur le document réponses la réponse simulée du système complet pour une consigne échelon de force de 40 N avec une perturbation en échelon à $t = 0,8$ s et $t = 2$ s.

Q.22. Conclure sur les différentes exigences du cahier des charges. Laisser apparaître sur le document réponse les constructions graphiques permettant de justifier l'analyse des critères de performance.