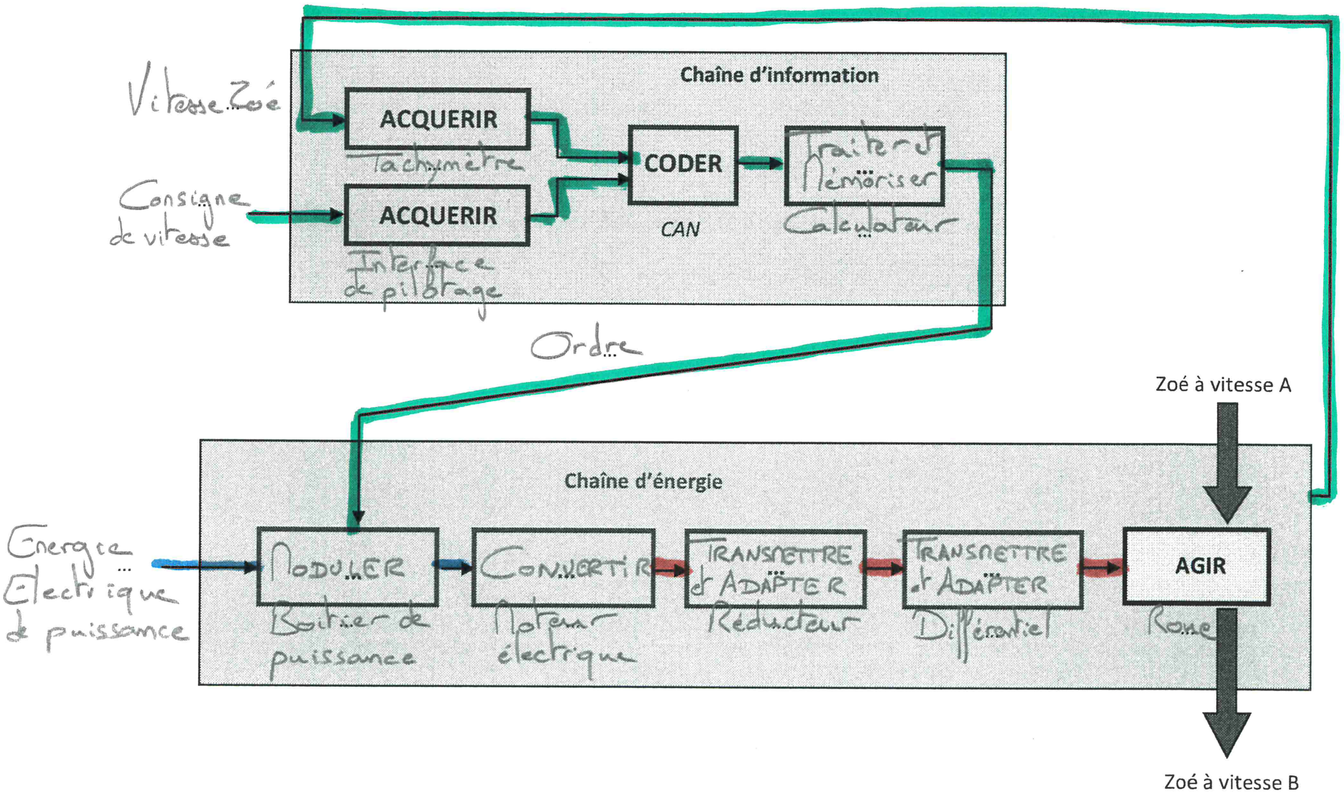
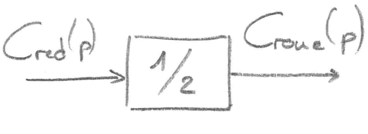
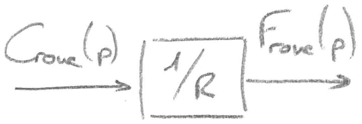
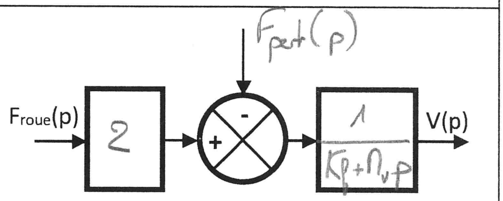
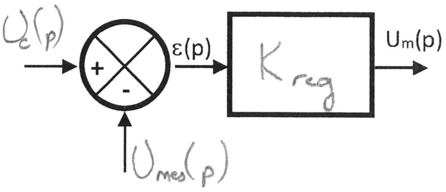
DOCUMENT RÉPONSES

Nom :	Note :
Prénom :	
Observations : CORRIGÉ	

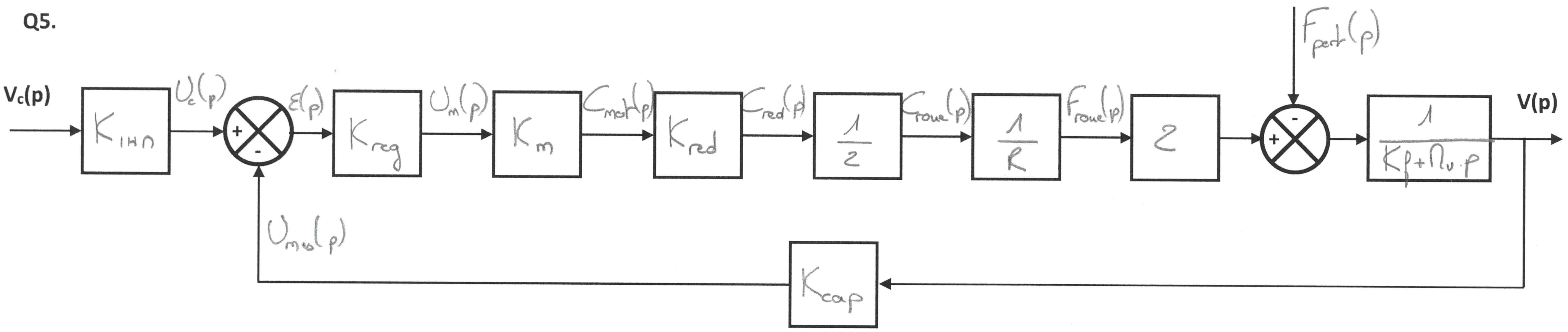
Q1 et Q2.



Q3 et Q4.

Relation temporelle	Relation(s) dans le domaine de Laplace	Schéma-bloc correspondant
Groupe Moto-Propulseur (**GMP**) : $c_{mot}(t) = K_m . u_m(t)$	$C_{mot}(p) = K_m . U_m(p)$	
Réducteur : $c_{red}(t) = K_{red} . c_{mot}(t)$	$C_{red}(p) = K_{red}\ C_{mot}(p)$	
Différentiel : $c_{roue}(t) = \frac{1}{2} . c_{red}(t)$	$C_{roue}(p) = \frac{1}{2} C_{red}(p)$	
Roue : $f_{roue}(t) = \frac{1}{R_{roue}} . c_{roue}(t)$	$F_{roue}(p) = \frac{1}{R} C_{roue}(p)$	
Dynamique du véhicule : $M_v \frac{dv(t)}{dt} = 2\, f_{roue}(t) - f_f(t) - f_{pert}(t)$ $f_f(t) = K_f . v(t)$	$M_v . p\, V(p) = 2 F_{roue}(p) - F_f(p) - F_{pert}(p)$ $F_f(p) = K_f . V(p)$	
Interface de pilotage : Gain pur K_{IHM}		
Prise tachymétrique : Gain pur K_{cap}		
Calculateur : $\varepsilon(t) = u_c(t) - u_{mes}(t)$ $u_m(t) = K_{reg} . \varepsilon(t)$	$\mathcal{E}(p) = U_c(p) - U_{mes}(p)$ $U_m(p) = K_{reg} . \mathcal{E}(p)$	

Q5.



Q6. Calcul de K_m :

$C_{mot}(p) = K_m \; u_m(r)$

Pour $u_m = 5V$, $C_{mot} = 140$ Nm $\Rightarrow K_m = \frac{140}{5}$

$\Rightarrow \underline{\underline{K_m = 28 \text{ Nm.V}^{-1}}}$

Q7. Réglage de K_{IHM} :

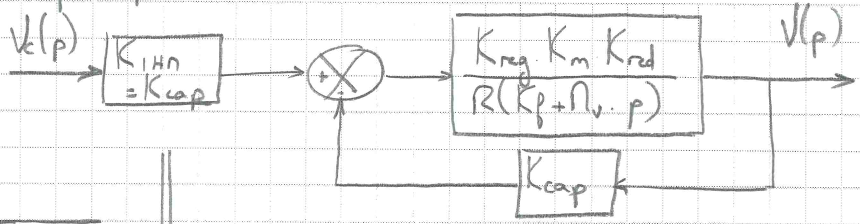
Quand $V(p) = V_c(p)$, on veut $\mathcal{E}(p) = 0$

Or $\mathcal{E}(p) = U_c(p) - U_{mes}(p) = K_{IHM} V_c(p) - K_{cap} \cdot V(p)$

Il faut donc $\underline{\underline{K_{IHM} = K_{cap}}}$

Q8. Expression de $\mathrm{H}_1(p)$: On pose $F_{pert}(p) = 0$

le schéma bloc devient:



On a donc

$$H_1(p) = K_{cap} \cdot \frac{\frac{K_{reg} K_m K_{red}}{R(K_f + \Omega_v p)}}{1 + \frac{K_{reg} K_m K_{red}}{R(K_f + \Omega_v p)} K_{cap}}$$

Posons $K^* = K_{cap} K_{reg} K_m K_{red}$

$$H_1(p) = \frac{K^*}{R(K_f + \Omega_v p) + K^*}$$

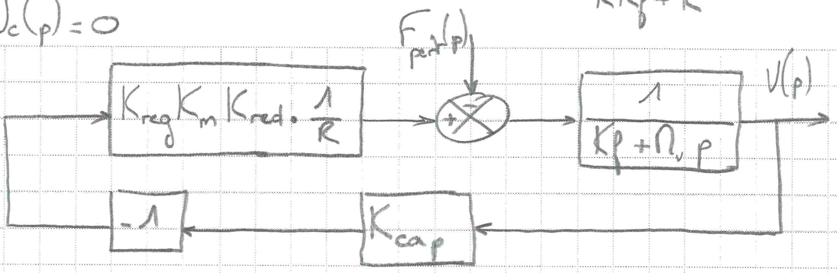
Soit $H_1(p) = \frac{K^*}{R.K_f + K^*} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R \Omega_v}{RK_f + K^*} p}$

Finalement:

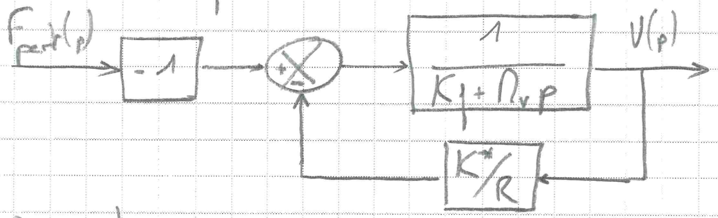
$$H_1(p) = \frac{K_1}{1 + \tau p} \text{ avec } \begin{cases} K_1 = \frac{K^*}{RK_f + K^*} & \text{(sans unité)} \\ \tau = \frac{R \Omega_v}{RK_f + K^*} & \text{(secondes)} \end{cases}$$

Q9. Expression de $\mathrm{H}_2(p)$: On pose $V_c(p) = 0$

Le schéma bloc devient:



Soit, en adaptant les signes du comparateur:



On a donc :

$$H_2(p) = -1 \times \frac{\frac{1}{K_f + \Omega_v p}}{1 + \frac{K^*}{R(K_f + \Omega_v p)}} = -\frac{R}{R(K_f + \Omega_v p) + K^*}$$

$$= -\frac{R}{RK_f + K^*} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R \Omega_v}{R.K_f + K^*} . p}$$

Finalement:

$$H_2(p) = -\frac{K_2}{1 + \tau p} \text{ avec } \begin{cases} K_2 = \frac{R}{RK_f + K^*} & (m\ s^{-1}\ N^{-1}) \\ \tau = \frac{R \Omega_v}{RK_f + K^*} & \text{(secondes)} \end{cases}$$

Q10. Expression de $v(+\infty)$ en absence de perturbations :

En absence de perturbations, $V(p) = H_1(p) . V_c(p)$ avec $V_c(p) = \frac{V_0}{p}$

D'après le TVF :

$$v(+\infty) = \lim_{p \to 0} p . V(p) = \lim_{p \to 0} p . H_1(p) . \frac{V_0}{p} = \lim_{p \to 0} p . \frac{K_1}{1+Tp} . \frac{V_0}{p}$$

Donc

$$\underline{v(+\infty) = K_1 . V_0}$$

NB : $\varepsilon_s = v_c(+\infty) - v(+\infty) = V_0 - K_1 V_0$

Soit $\varepsilon_s = V_0(1 - K_1)$

Q11. Expression de la chute de vitesse $\Delta v(+\infty)$ à l'apparition d'une perturbation :

A l'apparition d'une perturbation, $\Delta V(p) = H_2(p) . F_{pert}(p)$ avec $F_{pert}(p) = \frac{F_0}{p}$

D'après le TVF :

$$\Delta v(+\infty) = \lim_{p \to 0} p . \Delta V(p) = \lim_{p \to 0} p . H_2(p) . \frac{F_0}{p} = \lim_{p \to 0} p . \frac{-K_2}{1+Tp} . \frac{F_0}{p}$$

Donc

$$\underline{\Delta v(+\infty) = -K_2 . F_0}$$

Q12. Conclusion sur l'exigence de précision :

Le CDC impose : ⊛ $\varepsilon_s = 0$ pour une consigne de vitesse en échelon ⇒ CDC KO

En effet, ici $\varepsilon_s = V_0(1 - K_1)$ (Q10)

⊛ une régulation insensible aux perturbations ⇒ CDC KO

En effet, ici, à l'apparition d'une perturbation, la chute de vitesse est non nulle (Q11)

Q13. Justification de l'appellation « correcteur intégral » :

$$U_m(p) = \frac{1}{p}\left(K_{reg}\,\varepsilon(p)\right) \xrightarrow[\text{(Heaviside)}]{\mathcal{L}^{-1}} u_m(t) = K_{reg} \int_0^t \varepsilon(t)\,dt$$

D'où l'appellation correcteur intégral

NB : Intégrer dans le domaine temporel "revient" à diviser par p dans le domaine symbolique.

Q14. Expression de $H_C(p) = \frac{V(p)}{V_C(p)}$:

Expression de K_3, ξ et ω_0 :

A l'aide de l'expression de $H(p)$ donnée et en modifiant $K_{reg} \leftrightarrow \frac{K_{reg}}{p}$ on a :

$$H_c(p) = \frac{3\frac{K_{reg}}{p}}{10 + 3\frac{K_{reg}}{p} + 25p} = \frac{3K_{reg}}{10p + 3K_{reg} + 25p^2}$$

D'où :

$$H_c(p) = \frac{1}{1 + \frac{10}{3K_{reg}}p + \frac{25}{3K_{reg}}p^2}$$

On a donc, par identification

$$\begin{cases} \underline{K_3 = 1} \quad \text{(gain statique sans unité)} \\ \frac{2\xi}{\omega_0} = \frac{10}{3K_{reg}} \quad (1) \\ \frac{1}{\omega_0^2} = \frac{25}{3K_{reg}} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{3K_{reg}}{25}} = \underline{\frac{\sqrt{3K_{reg}}}{5}} = \omega_0 \end{cases}$$

(pulsation propre en rad s⁻¹)

En remplaçant ω_0 par son expression dans (1) on obtient :

$$\xi = \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{3K_{reg}} \cdot \frac{\sqrt{3K_{reg}}}{5}$$

Soit :

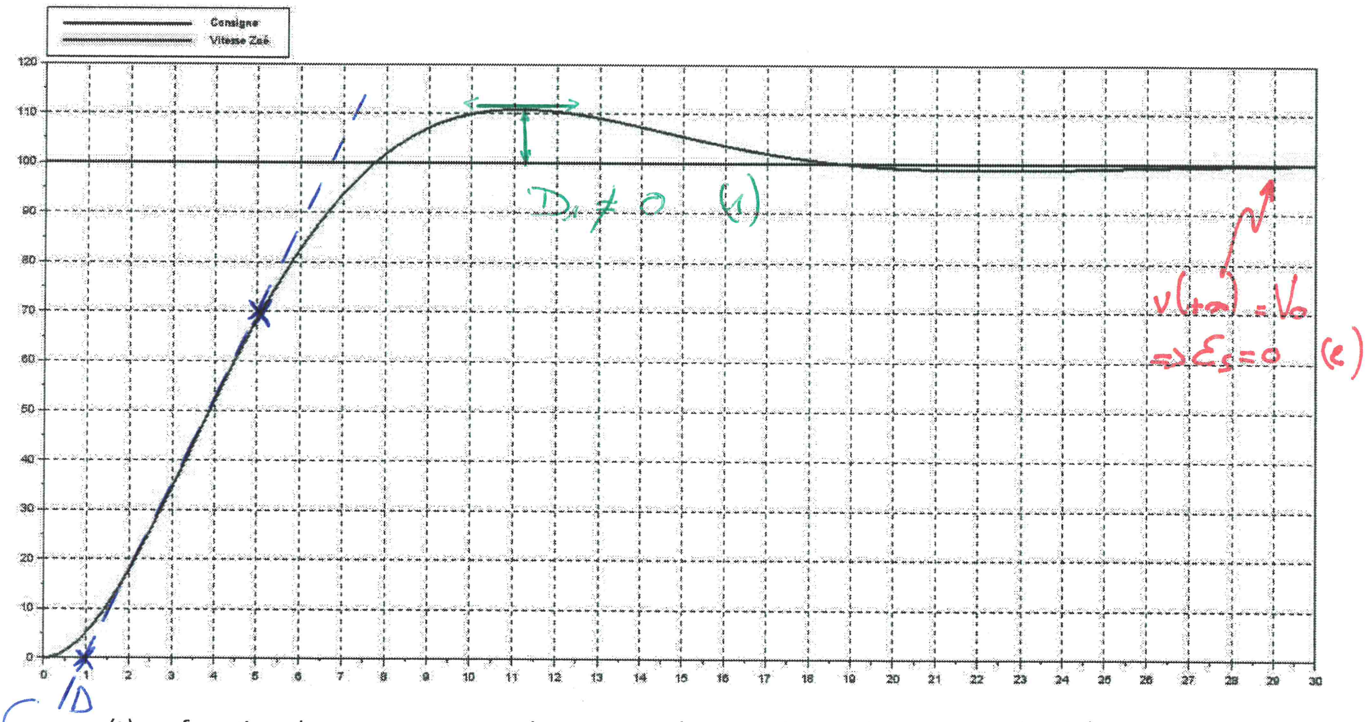
$$\underline{\xi = \frac{1}{\sqrt{3K_{reg}}}}$$ (amortissement sans unité)

Q15. Satisfaction de l'exigence de précision :

$K_3 = 1 \Rightarrow v(+\infty) = V_0$

$\Rightarrow$ <u>CDC OK</u> pour une consigne de vitesse en échelon

Q16.



v(t) en fonction du temps en secondes pour un échelon de consigne de 100 km.h^{-1} avec ***K$_{reg}$ = 1***

On peut calculer l'accélération γ ressentie par le conducteur en déterminant la pente de la droite Δ :

$\gamma \simeq \frac{70-0}{5-1} \Rightarrow \gamma \simeq 14\ m.s^{-2} \simeq 1,5g > 0,5g \Rightarrow$ CDC KO (rapidité)

(1) ⇒ CDC KO (dépassements)

(2) ⇒ CDC OK (précision)

Q17. Calcul de K_{reg} mini:

$$\xi \geq 1 \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{3K_{reg}}} \geq 1$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3K_{reg}} \leq 1 \Leftrightarrow K_{reg} \leq \frac{1}{3}$$

D'où $K_{reg\,MAX} = \frac{1}{3}$