

Durée de l'épreuve : 3h00

Aucun document autorisé - Calculatrice autorisée

Cet énoncé comporte 12 pages numérotées de 1 à 12.

Les réponses se feront exclusivement sur le document réponses – Aucun autre document ne sera corrigé.

La notation tiendra compte de la justesse des résultats ainsi que de la rédaction et du soin apporté à la composition.

LOKOMAT

Système automatisé d'entraînement à la marche

1. Présentation générale



Figure 1 : Lokomat®

Ces dernières années, l'intérêt pour les dispositifs robotiques automatisés pour l'entraînement à la marche pour les patients atteints de troubles locomoteurs d'origines diverses s'est développé.

Le Lokomat® fait partie des premiers outils associant une rééducation sur tapis roulant avec allègement corporel à une orthèse robotisée pour les membres inférieurs. Cet outil a été principalement développé afin de pallier l'insuffisance motrice des membres inférieurs chez des patients présentant des troubles de la marche. L'orthèse permet de positionner et de soutenir le patient dans sa verticalité, ce qui présente une utilité avérée pour les sujets se déplaçant majoritairement en fauteuil roulant à cause, par exemple, de leur insuffisance musculaire. Le but principal de cet outil est de travailler sur le schéma de marche dans sa totalité afin d'en améliorer la qualité, la performance et l'efficacité et ainsi de permettre une meilleure autonomie du patient lors de ses déplacements quotidiens. Cette méthode de rééducation se fonde principalement sur un processus d'automatisation du mouvement cyclique, permettant ainsi un (ré)apprentissage sensori-moteur actif et progressif pour le patient. Ce processus se caractérise par des programmes adaptés de (ré)apprentissage des différentes phases de marche et des différents paramètres locomoteurs (vitesse de marche, cadence, longueur et symétrie des pas, etc.). Le travail par répétition intensive du cycle locomoteur permet également, outre la récupération d'une marche autonome, un renforcement musculaire, cardiovasculaire et respiratoire important. En effet, la rééducation intensive et répétitive consiste à réaliser une activité ciblée avec un nombre élevé de répétitions modulables dans des conditions qui en augmentent la charge comparativement à l'intensité habituellement proposée.

Le Lokomat® se compose (**figures 1 et 2**) :

- d'un exosquelette motorisé et programmable à 2 articulations (hanches et genoux). L'exosquelette est composé de capteurs intégrés au moteur au niveau des articulations, mesurant ainsi en permanence le degré d'amplitude articulaire, le degré de participation ou de résistance du patient au cours des cycles de marche. Les mouvements locomoteurs sont donc guidés par l'exosquelette. La programmation de l'orthèse se fait selon la vitesse du tapis roulant et selon le temps des phases de marche correspondant progressivement au schéma de marche normalisée ;
- d'un harnais de suspension assurant un allègement réglable du poids du corps du patient. Cet allègement corporel, de 40 % du poids du corps au maximum, permet de pallier le déficit musculaire du patient tout en gardant une stimulation sensitive suffisante. Au fil des séances et selon les capacités fonctionnelles du patient, l'allègement est progressivement diminué ;
- d'un tapis roulant de marche motorisé proposant une vitesse de déplacement de 0,5 à 5 km/h. Le tapis roulant est synchronisé avec les mouvements articulaires de l'exosquelette. Sa vitesse peut être ajustée au cours de la séance et/ou variée de façon aléatoire proposant ainsi, lors des exercices, une fréquence de marche adaptable ;
- de deux écrans :
 - l'un permettant au rééducateur de visualiser et de contrôler chaque articulation (feedback visuel) gauche et droite de l'exosquelette, et d'intervenir sur les différents exercices à proposer au patient en fonction de ses capacités ;
 - l'autre proposant une interface entre le patient et les mouvements de l'exosquelette via des exercices spécifiques sous forme de jeux interactifs.

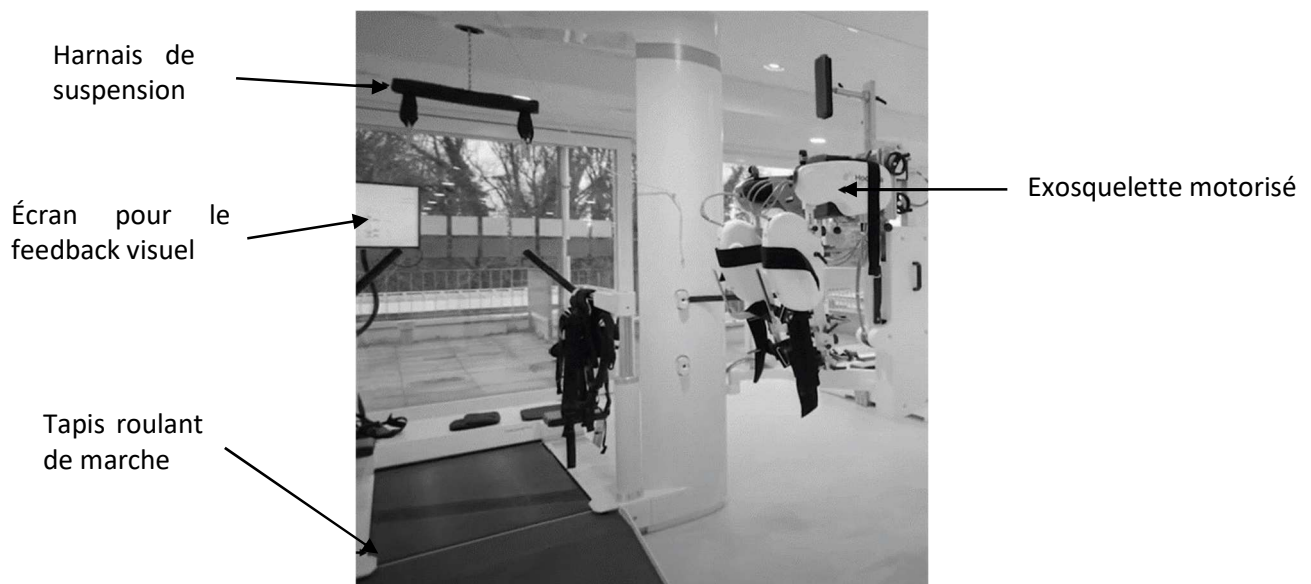


Figure 2 : Sous-ensembles constitutifs du Lokomat®.

L'objectif principal du système est de reproduire un geste le plus naturellement possible, de manière répétitive et identique. Le thérapeute est en mesure de créer une séance sur mesure pour le patient en adaptant l'exosquelette en termes de vitesse de marche, de poids supporté par le patient et ainsi du poids compensé par la machine.

L'objectif final est de permettre au patient de retrouver une capacité de marche autonome. Enfin, la prise en charge complète par la machine permet au thérapeute de se focaliser entièrement sur le patient et sa progression plutôt que sur son maintien en position debout. Une séance de rééducation type dure environ une heure au cours de laquelle le thérapeute reste aux côtés du patient pour l'encourager et le guider. L'exosquelette permet une marche très verticale, robotisée et donc répétitive, c'est cette répétition qui lui donne tout son intérêt par rapport à une technique traditionnelle. Au fur et à mesure des séances, la diminution contrôlée de l'assistance passive encourage le patient à participer davantage. Dans ce sujet, on s'attachera à valider certaines performances qui caractérisent la capacité de l'exosquelette du Lokomat® à permettre au patient d'effectuer certains mouvements de manière répétitive.

2. Exigence fonctionnelle " Limiter l'amplitude articulaire "

Objectif global : vérifier la capacité de l'exosquelette à reproduire un comportement similaire du point de vue de l'amplitude articulaire des hanches lors de la marche normale.

Exigence	Critères d'appréciation	Niveau
Limiter l'amplitude articulaire de la hanche	Plage angulaire flexion	$\theta_{flex} \in [0^\circ, 15^\circ]$
	Plage angulaire extension	$\theta_{ext} \in [-15^\circ, 0^\circ]$

Figure 3 : Extrait du cahier des charges associé à l'exigence " Limiter l'amplitude articulaire de la hanche "

2.1. Étude préliminaire

Objectif : analyser et valider une modélisation de l'exosquelette.

Les figures 4 et 5 ci-dessous présentent l'architecture générale de l'exosquelette.

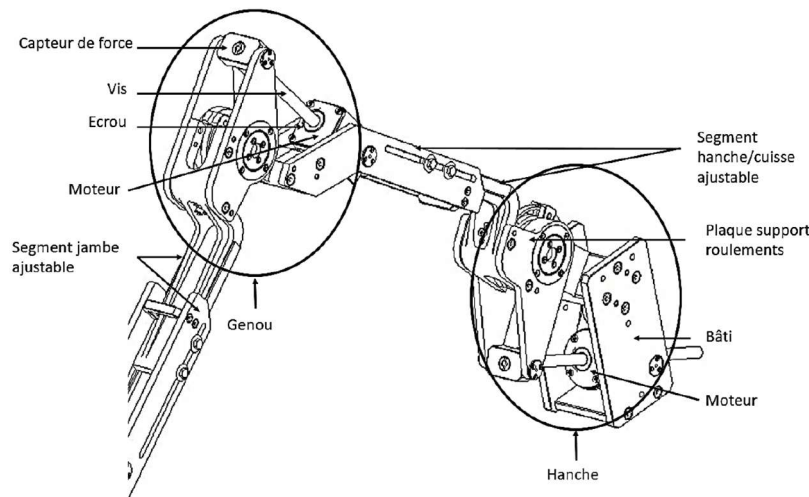


Figure 4 : Architecture de l'exosquelette

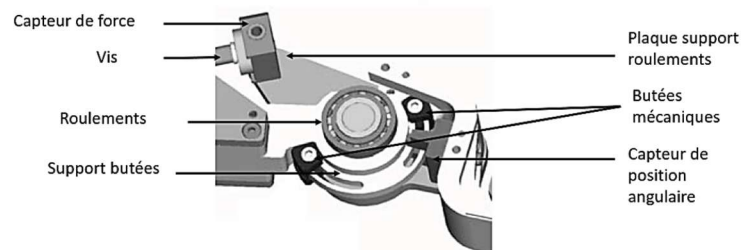


Figure 5 : Composants de l'articulation de la hanche

Les deux articulations sont identiques et constituées des éléments principaux suivants :

- un moteur à courant continu équipé d'un réducteur permet de piloter le reste du mécanisme ;
- à chaque articulation, un capteur de position angulaire est placé dans l'axe articulaire et un capteur de force axiale, traction et compression, se situe à l'extrémité de la vis ;
- des butées mécaniques amovibles limitent la plage articulaire en fonction des recommandations médicales relatives aux restrictions articulaires du patient. Sans restriction, elles limitent la course angulaire physiologique totale admissible ;
- des systèmes coulissants permettent d'ajuster les longueurs des segments de la cuisse, de la jambe et du pied. Ces réglages sont manuels et maintenus par des vis de fixation. Le système de réglage des longueurs de la cuisse et de la jambe est compatible avec l'encombrement linéaire et pendulaire des vis de mouvement. L'exosquelette permet ainsi de s'adapter à des personnes de taille comprise entre 150 et 190 cm.

Q1. Compléter la chaîne fonctionnelle qui détaille l'organisation structurale de la motorisation de la hanche.

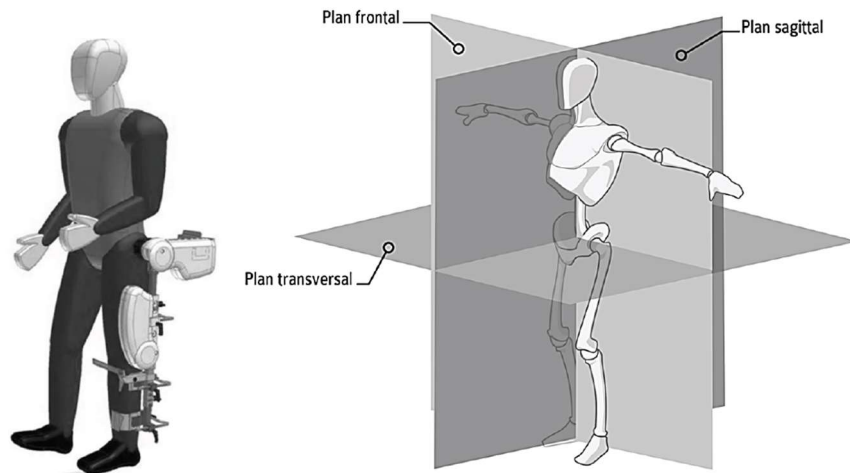


Figure 6 : Modèle numérique et définition des plans anatomiques

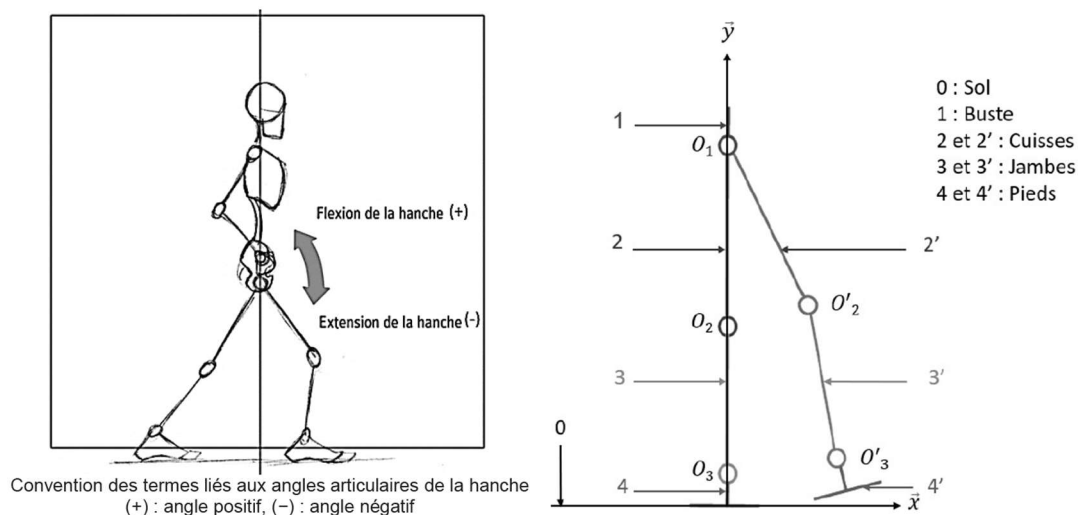


Figure 7 : Définition des mouvements de la hanche et modèle d'étude

Q2. À l'aide des **figures 6 et 7**, désigner et justifier le plan dans lequel est proposé le modèle des membres inférieurs équipés de l'exosquelette.

Q3. Justifier les liaisons normalisées retenues entre les différents membres inférieurs dans le modèle d'étude.

2.2. Caractérisation géométrique de la marche

La locomotion est régie par une alternance d'appuis réalisés par les jambes sur le sol. Cette alternance est appelée cycle de marche. Le cycle de marche illustré en **figure 8** se définit par des phases qui s'enchaînent et se répètent. Un cycle correspond à une succession de doubles appuis également appelés " doubles contacts " et d'appuis unilatéraux ou " unipodes ", il se décompose en deux phases principales, l'une d'appui et l'autre d'oscillation du membre étudié.

Par convention, le cycle de marche débute par l'attaque du talon droit et se termine par l'attaque suivante du même talon. Afin de comparer et d'examiner la marche de plusieurs patients, celui-ci est normalisé en pourcentage de la durée du cycle.

Une illustration de la décomposition du cycle est proposée.

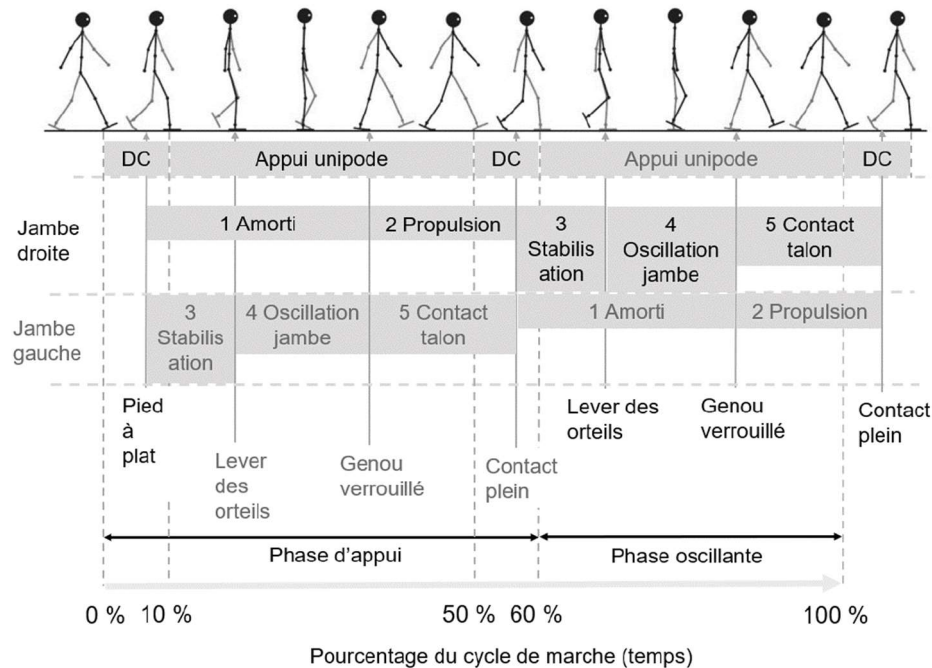


Figure 8 : Cycle de marche

Le cycle de marche peut être décomposé, en première approximation, comme une succession de phases d'appui (60 %) où les deux pieds sont en contact avec le sol, notées **DC pour double contact** sur la figure 8, et de phases oscillantes (40 %) où un des deux pieds n'est plus en contact avec le sol (**appui unipode**). L'évolution de la position angulaire des articulations de la jambe droite, lors du cycle de marche, peut être décrite de façon plus précise à l'aide des quatre phases présentées ci-dessous :

- **phase 1** : dite phase de mise en charge de la jambe droite. Elle débute lorsque le talon du pied droit entre en contact avec le sol alors que les orteils du pied gauche sont toujours en contact avec le sol. Cela correspond au premier double appui (double contact, DC) ou appui bipodal. Cette phase est dédiée au transfert du poids entre les deux jambes, à l'absorption des chocs et à la conservation de la vitesse de marche tout en maintenant l'équilibre ;
- **phase 2** : dite phase d'appui sur la jambe droite. Elle débute lors du décolllement des orteils du pied gauche ;
- **phase 3** : cette phase correspond au deuxième double appui (DC). Son rôle est le transfert du poids vers la nouvelle jambe (ici, jambe gauche) en phase d'appui et la propulsion du corps vers l'avant ;
- **phase 4** : phase pendulaire ou oscillante de la jambe droite. Elle débute lors du décolllement des orteils du pied droit et doit permettre au membre oscillant de passer devant sans toucher le sol.

Durant ce cycle de marche, le genou joue un rôle prépondérant. Son activité met en évidence cinq phases :

- **phase 1 dite d'amorti** : elle commence juste après le contact complet avec le sol de la jambe qui se balance, c'est-à-dire, après le contact du talon et des orteils. Dans cette phase, la jambe antérieure supporte le poids intégral du tronc. Le genou antérieur commence à fléchir jusqu'à environ 20° et se comporte comme un ressort comprimé ;
- **phase 2 dite phase de propulsion**. Lorsque la compression maximale est atteinte, le genou s'étend jusqu'à son extension maximale. Le genou agit à nouveau comme un ressort de torsion avec une rigidité identique à la première phase ;
- **phase 3 dite de stabilisation** : elle est caractérisée par un double appui pendant laquelle la stabilisation de la posture du corps est garantie. En analysant la cinématique du genou, on constate que le genou commence à fléchir à nouveau pour préparer la jambe à l'élan ;
- **phase 4 dite phase oscillante de la jambe droite**. Après le décolllement du pied, la phase d'élan commence en transférant la jambe devant le corps et la flexion de cette dernière se termine lorsque l'angle du genou atteint environ 60°. Elle se prolonge ensuite jusqu'à ce que le genou de la jambe d'élan soit totalement étiré. Cette phase comprend à la fois la flexion et l'extension du genou ;
- **phase 5 dite d'impact du talon**. Dès que le genou de la jambe oscillante est verrouillé et que le talon entre en contact avec le sol, la dernière phase commence. Le genou gère alors l'impact du pied lors de la frappe du talon et permet de contrôler le contact complet du pied. Le genou doit être à nouveau rigide pour gérer l'impact du poids du corps.

L'exosquelette doit permettre de reproduire ce cycle de marche. Il doit permettre de couvrir l'amplitude articulaire nécessaire aux mouvements des différentes articulations. L'étude proposée se consacre uniquement à la modélisation de l'articulation de la hanche et plus précisément, à l'amplitude articulaire de la hanche. Cette dernière est caractérisée par deux mouvements :

- la flexion qui emmène la cuisse de l'arrière vers l'avant ;
- l'extension qui est le mouvement opposé.

Dans cette sous-partie, on adopte un modèle segmentaire des membres inférieurs illustré **figure 9**.

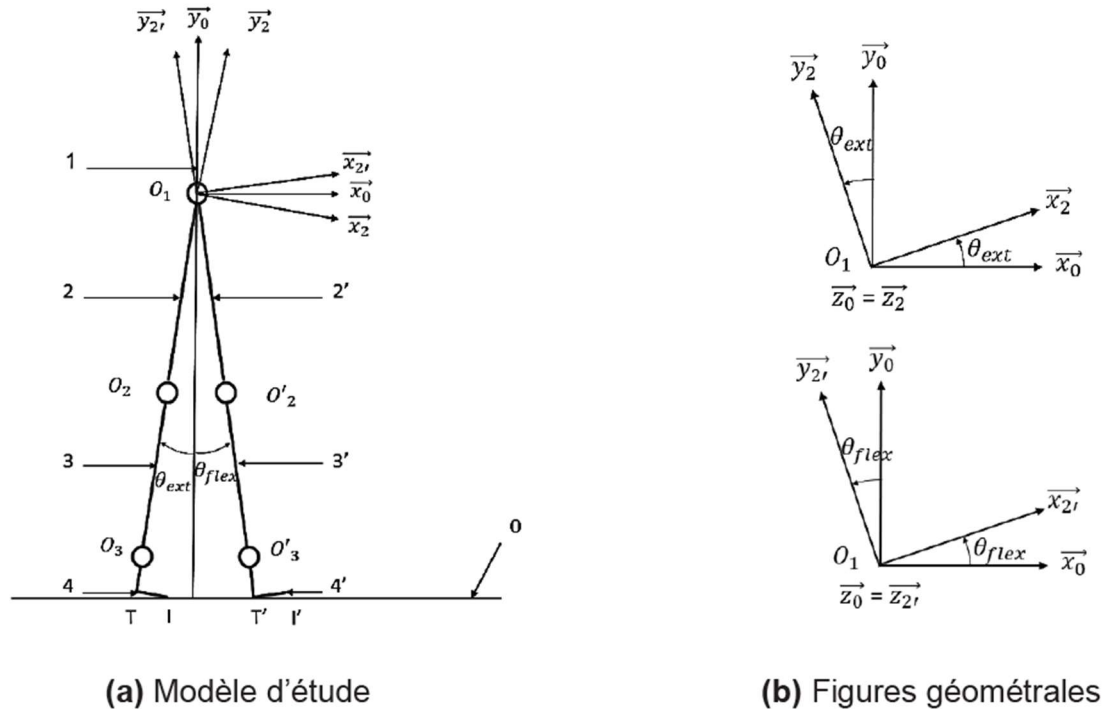


Figure 9 : Modèle segmentaire des membres inférieurs

Les segments 2 et 2' représentent la partie de l'exosquelette reliée à la cuisse, les segments 3 et 3', aux jambes et les segments 4 et 4' correspondent aux pieds (**figure 9a**). On se place dans une phase où les articulations liées aux genoux en O_2 et O'_2 sont inactives et verrouillées en angle. Les jambes seront positionnées dans le prolongement des cuisses. On négligera, en première approche, les angles générés par la dorsiflexion de la cheville et la flexion plantaire : les pieds resteront également orthogonaux aux jambes. Les deux segments 4 et 4' seront considérés constamment orthogonaux aux segments 3 et 3'.

Le point O_1 représente le centre de rotation des deux membres inférieurs par rapport aux hanches considérées comme fixes. Les points I et I' représentent les points de contact entre chacun des deux pieds et le sol. Les points T et T' correspondent aux talons des pieds 4 et 4'. Les positions angulaires des deux membres sont décrites à l'aide des deux paramètres angulaires θ_{ext} et θ_{flex} définis par les figures géométrales (**figure 9b**). Ces angles correspondent à la rotation des deux membres inférieurs dans le cas où le genou et la cheville sont bloqués et n'autorisent aucune flexion.

Données et paramétrage :

- la vitesse du tapis 0 est réglée par le praticien de telle manière à respecter la cinématique souhaitée pour l'exosquelette ;
- $\theta_{ext} = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$;
- $\theta_{flex} = (\vec{x}_0, \vec{x}_{2'}) = (\vec{y}_0, \vec{y}_{2'})$;
- $\vec{O_1T} = -L_1 \cdot \vec{y}_2$;
- $\vec{O_1T'} = -L_2 \cdot \vec{y}_{2'}$;
- $\vec{T'I} = L_4 \cdot \vec{x}_2$;
- $\vec{T'I'} = L_4 \cdot \vec{x}_{2'}$;
- $\vec{IT'} = L \cdot \vec{x}_0$;
- le patient mesure 1,75 m et pèse 70 kg.

Q4. Donner l'expression de la longueur d'un pas L_{pas} pour une cadence $cad = 85 \text{ pas} \cdot \text{min}^{-1}$ et une vitesse naturelle $v = 1,20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Faire l'application numérique.

Q5. Déterminer le temps de cycle de marche T_{cycle} .

Q6. Écrire la relation vectorielle associée à la fermeture géométrique (ITO₁T'I).

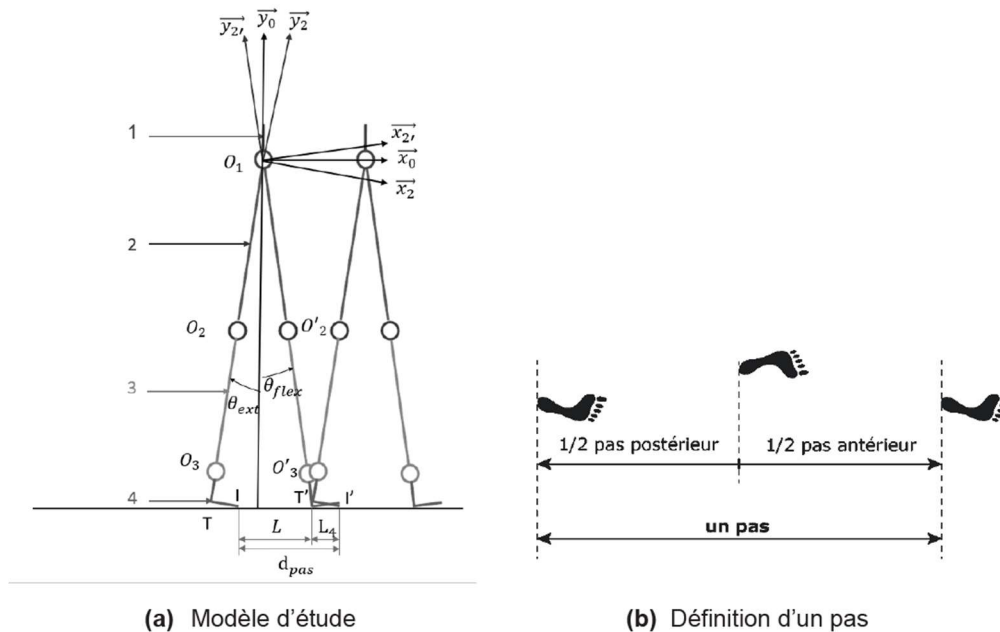


Figure 10 : Schéma d'étude

Q7. À l'aide d'une projection à énoncer, préciser l'expression de L en fonction de L_1 , L_2 , L_4 , θ_{flex} et de θ_{ext} .

En déduire l'expression du demi-pas postérieur d_{pas} puis de la longueur d'un pas L_{pas} en fonction de L_1 , L_2 , L_4 , θ_{flex} et de θ_{ext} .

La **figure 11** présente une série de courbes illustrant le comportement articulaire de la hanche chez un patient sain dans différentes configurations.

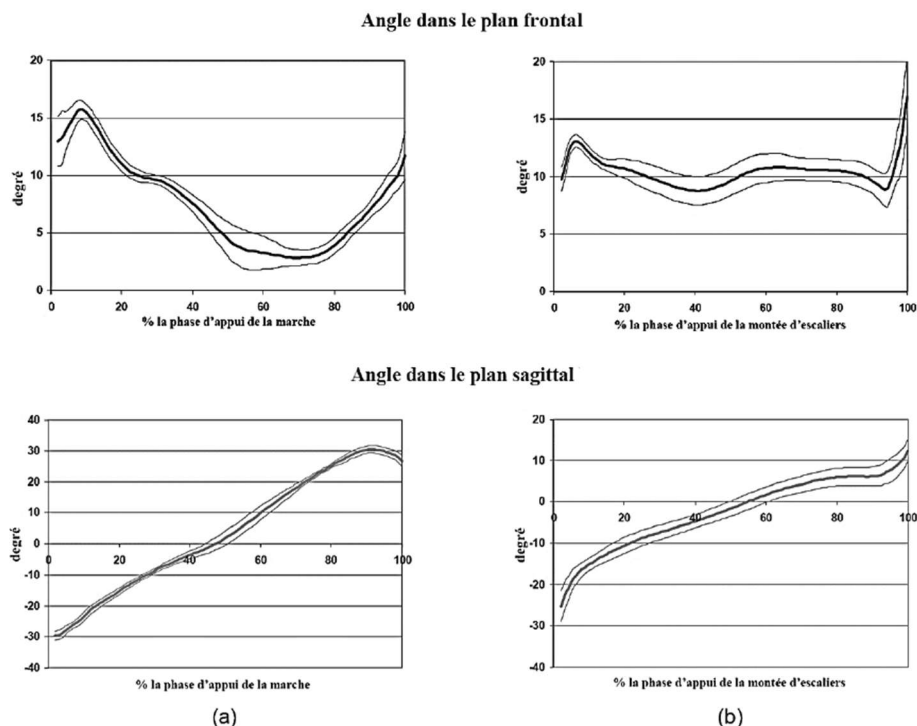


Figure 11 : Valeurs articulaires de la hanche : valeurs moyennes (trait gras) et écarts-types (trait fin). Les angles frontal et sagittal sont présentés pour le patient sain au cours de la phase d'appui de la marche (a) et la montée d'escaliers (b)

Q8. Préciser sur les figures des courbes du document réponses les phases de flexion et d'extension de la hanche.

Q9. À l'aide de la **figure 11**, proposer une relation liant les angles θ_{flex} et θ_{ext} dans le cadre de l'étude proposée.

Les résultats des **Q7** et **Q9** permettent d'exprimer θ_{flex} uniquement en fonction des paramètres géométriques L_1 , L_2 , L_4 et L_{pas} :

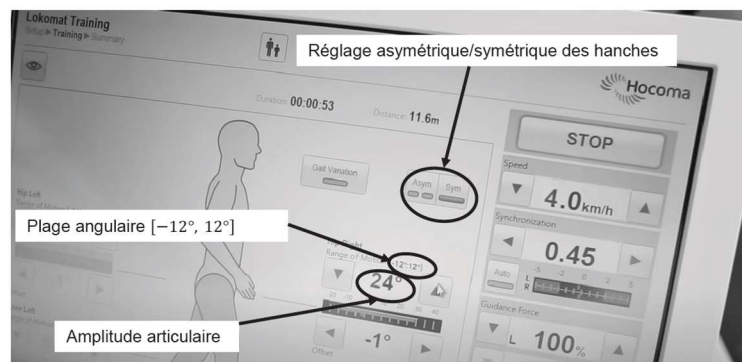
$$\theta_{flex} = \arccos \left(-\frac{L_4 - \frac{1}{2}L_{pas}}{\sqrt{(L_1 + L_2)^2 + L_4^2}} \right) - \arctan \left(\frac{L_1 + L_2}{L_4} \right)$$

On donne : $L_1 = L_2 = 93 \text{ cm}$ $L_4 = 27 \text{ cm}$

Q10. Pour la valeur de L_{pas} déterminée en **Q7**, calculer $\theta_{flexMAX}$, angle maximal atteint lors de la flexion de la hanche.

Le Lokomat® est doté d'un écran de contrôle tactile permettant un retour visuel rapide au rééducateur afin d'intervenir directement sur les différents exercices à proposer et de contrôler chaque articulation, gauche et droite, de l'exosquelette en fonction des capacités du patient.

La **figure 12** présente l'interface logiciel assurant les différents réglages de l'exosquelette.



Le logiciel de configuration permet au praticien de régler une série de paramètres.

Il est entre autres possible de :

- régler simultanément les hanches : comme ici, il suffit d'activer le mode symétrique ;
- fixer :
 - l'amplitude articulaire de la hanche ;
 - les valeurs extrêmes de la plage angulaire ;
 - la durée de la séance ;
 - la distance à parcourir ;
 - la vitesse de déplacement.

Figure 12 : IHM du Lokomat®

Q11. Par le biais de l'interface logiciel, le praticien a la possibilité de limiter l'amplitude articulaire. Indiquer l'intérêt de la présence des butées mécaniques mises en évidence sur la **figure 5**.

La **figure 13** présente la superposition des résultats obtenus par simulation à l'aide du modèle SCILAB de l'exosquelette et ceux obtenus par relevé expérimental de l'évolution de l'angle de la hanche dans le plan sagittal.

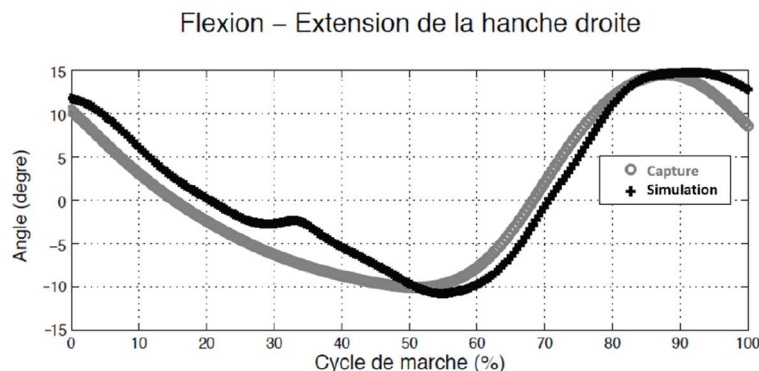


Figure 13 : Évolution de l'angle de la hanche dans le plan sagittal

Q12. Au vu des résultats précédents, critiquer le modèle utilisé pour l'exosquelette. Peut-on affirmer que l'exigence " Limiter l'amplitude articulaire " est respectée ?

3. Exigence fonctionnelle " Assurer le positionnement de la hanche "

Objectif global : Dimensionner le moteur afin de satisfaire à l'exigence « Assurer le bon positionnement de la hanche ».

Exigence	Critères d'appréciation	Niveau
Assurer le bon positionnement de la hanche	Plage angulaire totale	$\theta_{min} = -15^\circ$ $\theta_{max} = +15^\circ$

Figure 14 : Extrait du cahier des charges associé à l'exigence " Assurer le positionnement de la hanche "

Le schéma cinématique de l'articulation de la hanche est représenté **figure 15**.

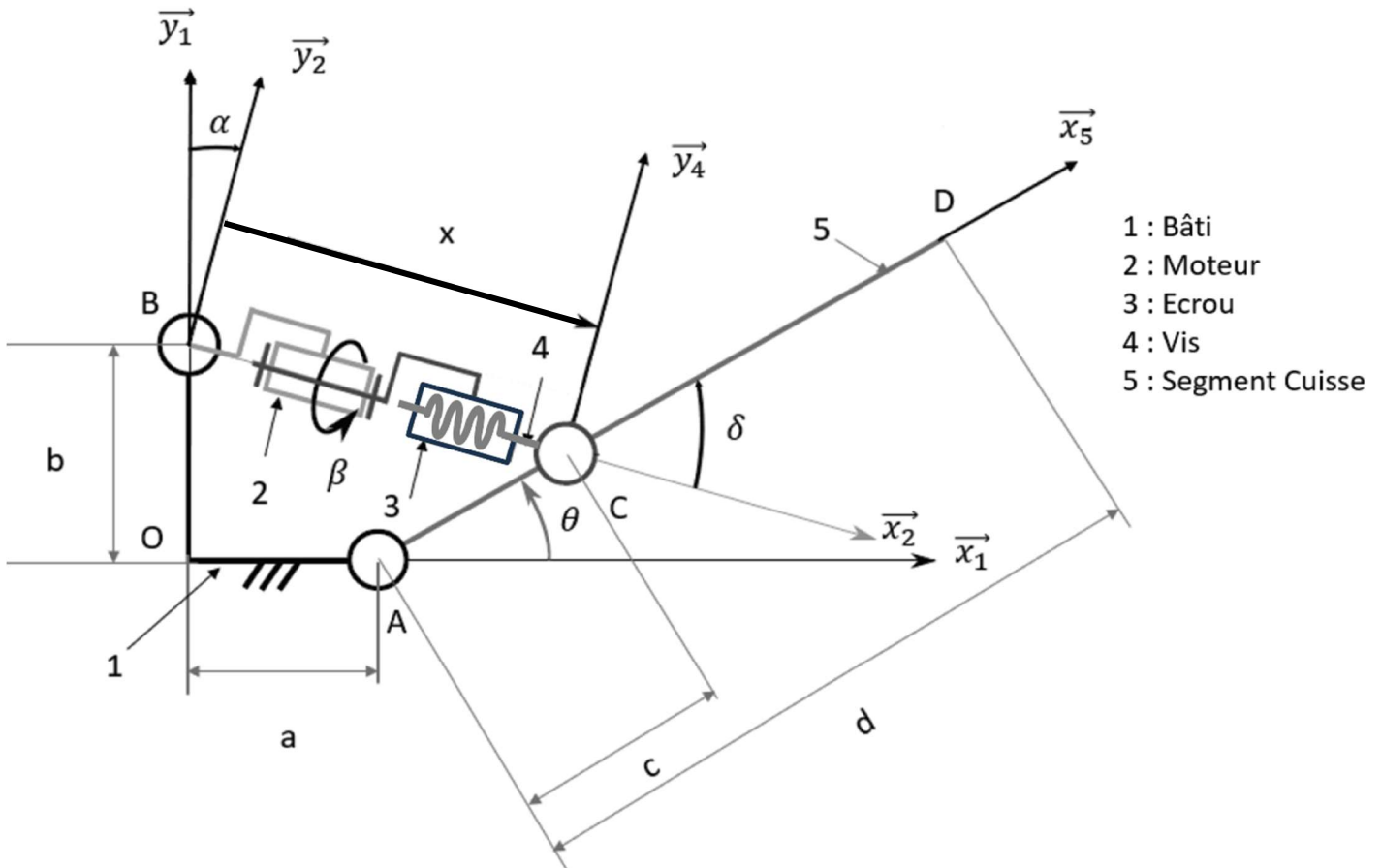


Figure 15 : Schéma cinématique de l'articulation de la hanche

Données et paramétrage :

- $R_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ repère associé au bâti 1 ;
- $R_2 = (B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ repère associé au stator du moteur 2 en liaison pivot d'axe (B, \vec{z}_1) avec le bâti 1 tel que $\alpha = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$ et $\vec{OB} = b \cdot \vec{y}_1$;
- $R_3 = (B, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ repère associé à l'écrou 3 en liaison pivot d'axe (B, \vec{x}_2) avec le stator du moteur 2 tel que $\beta = (\vec{y}_2, \vec{y}_3) = (\vec{z}_2, \vec{z}_3)$;
- $R_4 = (C, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$ repère associé à la vis 4 en liaison hélicoïdale d'axe (B, \vec{x}_2) avec l'écrou 3 tel que $\vec{BC} = x \cdot \vec{x}_3$;
- $R_5 = (A, \vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z}_5)$ repère associé à la cuisse 5 en liaison pivot d'axe (C, \vec{z}_1) avec la vis 4 tel que $\delta = (\vec{x}_4, \vec{x}_5) = (\vec{y}_4, \vec{y}_5)$ et en liaison d'axe (A, \vec{z}_1) avec le bâti 1 tel que $\theta = (\vec{x}_1, \vec{x}_5) = (\vec{y}_1, \vec{y}_5)$, $\vec{OA} = a \cdot \vec{x}_1$ et $\vec{AC} = c \cdot \vec{x}_5$;
- le pas de la liaison hélicoïdale est noté p (pas à droite) ;

Q13. Réaliser le graphe des liaisons de l'articulation de la hanche et réaliser les figures géométrales représentant les paramètres cinématiques α , θ et x .

Q14. À l'aide d'une fermeture géométrique adaptée, déterminer deux équations scalaires liant les paramètres cinématiques α , θ et x .

Q15. À l'aide des deux équations précédentes, exprimer x en fonction de θ .

On donne : $a = 10 \text{ cm}$ $b = 12 \text{ cm}$ $c = 12 \text{ cm}$

Q16. Déterminer alors la course Δx de la vis permettant de respecter la plage angulaire totale de l'extrait de cahier des charges **figure 14**.

Q17. Déterminer la relation entre Δx et $\Delta \beta$ faisant intervenir le pas p de la liaison hélicoïdale entre l'écrou 3 et la vis 4.

On donne : $p = 4 \text{ mm}$

Q18. D'après les résultats des questions **Q16** et **Q17**, déterminer le nombre de tours que doit effectuer le rotor du moteur 2 (lié à l'écrou de la liaison hélicoïdale) afin de satisfaire l'exigence " Limiter l'amplitude articulaire ".

4. Exigence fonctionnelle " Assurer le déchargement corporel "

Objectif global : vérifier que le système de décharge corporelle actif permet de réaliser un contrôle en boucle fermée de la force de décharge, soit pour maintenir un niveau de décharge constant durant le cycle de marche qui tient compte des mouvements dynamiques de la masse supportée, soit pour moduler cette décharge en fonction du cycle de marche.

4.1. Présentation du système de décharge corporelle

Un système de décharge corporelle (BWS : body weight support) actif a été conçu afin de contrôler précisément et de façon dynamique la force de soutien transmise aux bretelles du harnais. Ce BWS est constitué des éléments suivants (**figure 16**) :

- un mécanisme de suspension du harnais possédant 4 degrés de liberté afin de suivre les mouvements du bassin antéro-postérieur, verticaux, l'obliquité et la rotation ;
- un treuil motorisé enroulant un câble dont l'extrémité est attachée au système de suspension ;
- un capteur de force mesurant la tension dans le câble ;
- quatre ressorts de traction placés en parallèle exerçant une traction sur le câble de liaison qui s'enroule sur le treuil. La force des ressorts agit en contre-réaction à la force de décharge corporelle, ce qui diminue permet de diminuer le couple que doit exercer le moteur ;
- un système de variation de la longueur des ressorts pour régler la charge de contre-réaction ;
- un réducteur constitué de deux pignons coniques, l'un positionné sur l'arbre de sortie du moteur électrique et l'autre en bout de vis à billes.

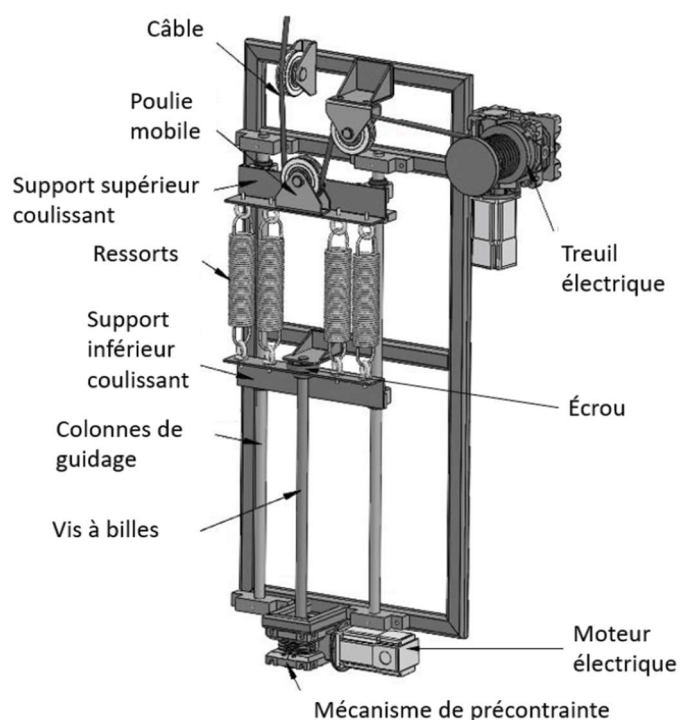


Figure 16 : Constituants du système de décharge corporelle

Les quatre ressorts de traction peuvent être modélisés par un ressort équivalent placé en série avec le mécanisme de suspension du harnais (**figure 16**). Le câble de liaison s'enroule sur le treuil. La force de ce ressort agit en contre-réaction à la force de décharge corporelle, ce qui diminue le moment moteur. Dans ce cas, le moteur doit compenser uniquement les moments qui sont dus à la dynamique du mouvement corporel vertical et aux variations de force du ressort induit par sa constante.

Cela a pour but de réaliser un contrôle en boucle fermée de la force de décharge :

- soit pour maintenir un niveau de décharge constant durant le cycle de marche qui tient compte des mouvements dynamiques de la masse supportée ;
- soit pour moduler cette décharge en fonction du cycle de marche.

4.2. Étude de l'asservissement de l'effort de contre-réaction du ressort F_R

Objectif : vérifier la performance du système en terme de précision.

Exigence	Critères d'appréciation	Niveau
Limiter l'erreur en régime permanent de l'asservissement de l'effort de contre-réaction du ressort F_R	ε_1 : erreur indicielle	$\varepsilon_1 < 2 \% \text{ de } F_{cons}$
	ε_2 : erreur de poursuite	$\varepsilon_2 < 5 \% \text{ de } F_{cons}$

Figure 17 : Extrait du cahier des charges associé à l'exigence " Limiter l'erreur en régime permanent de l'asservissement de l'effort de contre-réaction du ressort "

La chaîne fonctionnelle réalisant l'asservissement de l'effort de contre-réaction du ressort est constituée :

- D'un moteur à courant continu, commandé en tension $u_m(t)$. On donne les quatre équations du modèle de connaissance de ce moteur :
 - $u_m(t) - e(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt}$
 - $e(t) = k_e \cdot \omega_m(t)$
 - $c_m(t) - c_r(t) = J \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt}$
 - $c_m(t) = k_c \cdot i(t)$
 avec : $R = 1,13 \Omega$ $L = 0,33 \text{ mH}$ $k_e = 0,06 \text{ V} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}$ $k_c = 60 \text{ mNm} \cdot \text{A}^{-1}$ $J = 137 \cdot 10^{-7} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
- D'un hacheur de gain K_h permettant d'élaborer la commande en tension $u_m(t)$ du moteur : $K_h = 10$;
- D'un réducteur à engrenages de rapport de réduction $K_r = \frac{\omega_r(t)}{\omega_m(t)} = \frac{1}{66}$;
- D'une liaison hélicoïdale vis à bille / écrou de pas $p = 4 \text{ mm}$, transformant la vitesse de rotation de l'écrou $\omega_r(t)$ en mouvement de translation de la vis de vitesse $v_{vis}(t)$,
- De l'ensemble des 4 ressorts de raideur équivalente K_{eq} tel que $F_R(t) = K_{eq} \cdot d_{vis}(t)$, où $d_{vis}(t)$ est la distance parcourue par la vis correspondant à l'allongement/écrasement du ressort équivalent : $K_{eq} = 8 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$;
- D'un capteur d'effort de gain K_{cap} qui permet de mesurer l'effort de contre-réaction $F_R(t)$ et d'en renvoyer sa tension image $u_{mes}(t)$ à un calculateur : $K_{cap} = 10 \text{ mV} \cdot \text{N}^{-1}$

Le calculateur reçoit la tension de consigne $u_c(t)$, image de l'effort de contre-réaction de consigne $F_{Rc}(t)$, obtenu grâce à une interface d'adaptation de gain K_a , et la tension $u_{mes}(t)$, image de l'effort de contre-réaction réel $F_R(t)$

Ce calculateur élabore :

- l'écart en tension $\varepsilon(t)$: $\varepsilon(t) = u_c(t) - u_{mes}(t)$
- puis la commande $u_h(t)$ du hacheur, à partir de l'écart $\varepsilon(t)$ et d'un bloc correcteur de gain $K_p = 0,1$:

$$u_h(t) = K_p \cdot \varepsilon(t)$$

Q19. Compléter le schéma blocs de l'asservissement de l'effort de contre-réaction. Préciser le constituant correspondant à chaque bloc. Indiquer les grandeurs physiques qui transitent entre chaque bloc et leur unité.

Q20. Déterminer la relation entre K_a et K_{cap} afin que le système soit correctement asservi.

On considèrera cette condition remplie pour la suite.

Q21. Transformer alors le schéma blocs afin de le rendre à retour unitaire.

Pour la suite, on considère $c_r(t) = 0$.

Q22. Exprimer littéralement la fonction de transfert en poursuite $H_1(p) = \frac{F_R(p)}{F_{Rc}(p)}$ sous forme canonique.

Q23. Calculer l'erreur indicielle de cet asservissement pour une consigne en échelon $F_{Rc}(t) = 500 \text{ N}$.

Q24. Calculer l'erreur de poursuite de cet asservissement pour une consigne en rampe de pente 500 N.s^{-1}

Q25. Conclure sur le respect, ou non, de l'exigence " Limiter l'erreur en régime permanent de l'asservissement de l'effort de contre-réaction du ressort ".

Q26. En cas de non-satisfaction de cette exigence, quelles sont les dispositions à envisager ?