

Régulation d'un groupe Turbo Alternateur d'une centrale nucléaire

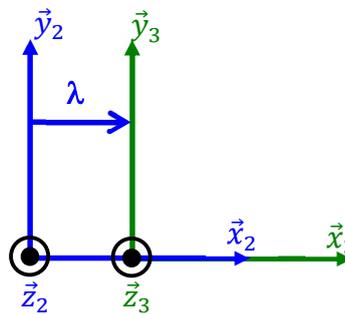
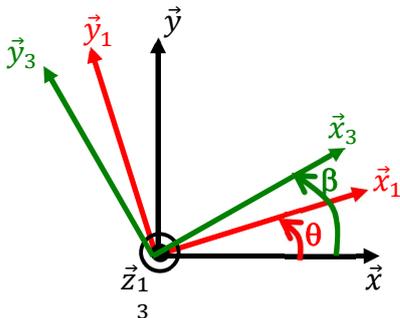
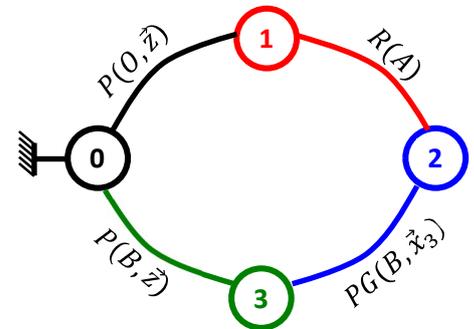
Q1. Rappeler la liaison généralement retenue pour modéliser le contact entre le corps et la tige d'un vérin et préciser les caractéristiques de la liaison entre les solides 2 et 3.

Compte tenu du contact cylindre/cylindre entre le corps et la tige du vérin on retient un modèle de liaison pivot glissant entre ces deux solides.

Ici, liaison pivot glissant d'axe (B, \vec{x}_3) .

Q2. Réaliser le graphe des liaisons du système de pilotage de la vanne.

Q3. Réaliser les figures géométrales représentant les paramétrages angulaire et linéaire des mouvements dans le système de pilotage de la vanne.



Q4. Préciser les paramètres d'entrée et de sortie du système de pilotage de la vanne.

Entrée : $\lambda(t)$ car paramètre de mouvement dans l'actionneur (vérin).

Sortie : $\theta(t)$ car paramètre de mouvement lié à l'effecteur (papillon).

Q5. Déterminer la loi entrée/sortie du système de pilotage en déterminant l'expression du paramètre d'entrée en fonction du paramètre de sortie et des grandeurs géométriques.

Fermeture géométrique : $\vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BO} = \vec{0}$

Soit : $e \cdot \vec{y}_1 + \lambda(t) \cdot \vec{x}_3 - L \cdot \vec{x} - d \cdot \vec{y} = \vec{0}$

En projection dans la base 0 :

$\cdot \vec{x}$: $-e \cdot \sin\theta + \lambda(t) \cdot \cos\beta - L = 0$

$\cdot \vec{y}$: $e \cdot \cos\theta + \lambda(t) \cdot \sin\beta - d = 0$

On souhaite éliminer le paramètre parasite β . En exprimant $(\lambda(t) \cdot \cos\beta)^2 + (\lambda(t) \cdot \sin\beta)^2 = \lambda^2(t)$, il vient :

$\lambda^2(t) = (L + e \cdot \sin\theta)^2 + (d - e \cdot \cos\theta)^2$

$$\text{Soit : } \boxed{\lambda(t) = \sqrt{L^2 + d^2 + e^2 + 2e \cdot (L \cdot \sin\theta - d \cdot \cos\theta)}}$$

Q6. Inverser la relation déterminée précédemment afin d'exprimer le paramètre de sortie en fonction du paramètre d'entrée et des grandeurs géométriques.

D'après ce qui précède : $L \cdot \sin\theta - d \cdot \cos\theta = \frac{\lambda^2 - L^2 - d^2 - e^2}{2e}$

Soit : $\sqrt{L^2 + d^2} \cdot \left(\frac{L}{\sqrt{L^2 + d^2}} \cdot \sin\theta - \frac{d}{\sqrt{L^2 + d^2}} \cdot \cos\theta \right) = \frac{\lambda^2 - L^2 - d^2 - e^2}{2e}$ On pose $\tan\varphi = \frac{L}{d}$

On a alors $-\sqrt{L^2 + d^2} \cdot \cos(\varphi + \theta) = \frac{\lambda^2 - L^2 - d^2 - e^2}{2e}$

Finalement : $\boxed{\theta(t) = \text{Arcos} \left(\frac{\lambda^2 - L^2 - d^2 - e^2}{-2e \cdot \sqrt{L^2 + d^2}} \right) - \varphi}$

Q7. À partir des valeurs extrêmes de l'angle θ , exprimer la course utile $\Delta\lambda_{max}$ du vérin en fonction des grandeurs géométriques. Calculer $\Delta\lambda_{max}$ en mm.

$$\Delta\lambda_{max} = \left| \lambda \left(\theta = \frac{\pi}{4} \right) - \lambda \left(\theta = -\frac{\pi}{4} \right) \right| = \left| \sqrt{L^2 + d^2 + e^2 + \sqrt{2}e \cdot (L - d)} - \sqrt{L^2 + d^2 + e^2 - \sqrt{2}e \cdot (L + d)} \right|$$

AN : $\Delta\lambda_{max} \approx 192,1 \text{ mm}$

Q8. Justifier que la loi entrée/sortie déterminée en Q5 puisse être linéarisée.

Q9. Identifier la valeur numérique du gain K_θ tel que $\theta = K_\theta \cdot \Delta\lambda$ en unité S.I.

Sur la plage de fonctionnement du système de pilotage de la vanne $-\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$, $\lambda(\theta)$ peut être approximé à une droite dont on peut déterminer le coefficient directeur $a = \frac{960-770}{\pi/2} \approx 121 \text{mm} \cdot \text{rad}^{-1} = \frac{1}{K_\theta}$

Finalement : $K_\theta \approx 8,3 \text{ rad} \cdot \text{m}^{-1}$

Q10. Q11. Q12. Voir Document Réponses

Q13. Montrer que la fonction de transfert du vérin peut se mettre sous la forme $H_v(p) = \frac{\Delta\lambda(p)}{Q(p)} = \frac{K_v}{p}$ avec K_v une constante à préciser.

La relation liant le débit d'huile entrant dans le vérin $q(t)$, la vitesse de translation de la tige $v(t)$ et la surface du piston soumise à la pression S est : $q(t) = v(t) \cdot S$

Ici, on peut écrire $v(t) = \frac{d\Delta\lambda(t)}{dt}$.

Donc, $q(t) = \frac{d\Delta\lambda(t)}{dt} \cdot S$, soit dans le domaine symbolique : $Q(p) = p \cdot \Delta\lambda(p) \cdot S$.

On a donc $K_v = \frac{1}{S}$

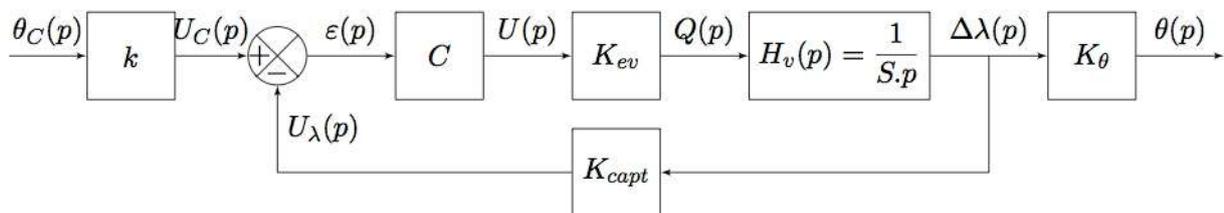
Q14. Déterminer la valeur numérique du gain pur du potentiomètre K_{cap} à exprimer en unité SI.

Course électrique de 200 mm pour $0V \leq u_\lambda(t) \leq 24V$.

On a donc $K_{cap} = \frac{24}{200 \cdot 10^{-3}}$ soit $K_{cap} \approx 120 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$

Q15. Construire le schéma bloc modélisant l'asservissement de position angulaire de la vanne.

Préciser pour chaque bloc sa fonction de transfert sous forme littérale et ses variables d'entrée et de sortie.



Q16. Déterminer l'expression de k en fonction de K_{cap} et K_θ afin que le système soit correctement asservi.

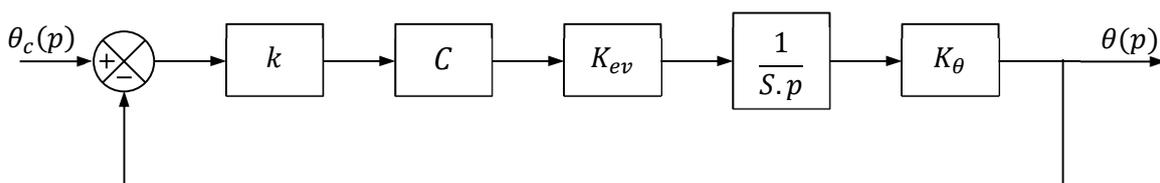
Cette valeur de k sera adoptée pour la suite.

On veut $\epsilon(p) = 0$ quand $\theta(p) = \theta_c(p)$

Or $\epsilon(p) = U_c(p) - U_\lambda(p) = k \cdot \theta_c(p) - \frac{K_{cap}}{K_\theta} \cdot \theta(p)$. Il faut donc $k = \frac{K_{cap}}{K_\theta}$

Q17. Déterminer, sous forme canonique, l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée $H(p) = \frac{\theta(p)}{\theta_c(p)}$ de l'asservissement en position angulaire.

Avec la valeur de k déterminée ci-dessus, en déplaçant le bloc k à droite du comparateur et le bloc K_θ à gauche du point prélèvement, le schéma bloc initial devient :



En appliquant la relation de Black dans cette boucle fermée on a donc :

$$H(p) = \frac{k \cdot C \cdot K_{ev} \cdot \frac{1}{S \cdot p} \cdot K_\theta}{1 + k \cdot C \cdot K_{ev} \cdot \frac{1}{S \cdot p} \cdot K_\theta} = \frac{k \cdot C \cdot K_{ev} \cdot K_\theta}{S \cdot p + k \cdot C \cdot K_{ev} \cdot K_\theta} \text{ soit } H(p) = \frac{1}{1 + \tau \cdot p} \text{ avec } \tau = \frac{S}{C \cdot K_{cap} \cdot K_{ev}} = \frac{1}{C \cdot K_{cap} \cdot K_{ev} \cdot K_\theta}$$

Q18. En déduire son ordre, sa classe ainsi que ses paramètres caractéristiques sous forme littérale.

$H(p)$ est d'ordre 1, de classe 0, de gain statique unité (sans dimension) et de constante de temps τ exprimée ci-avant.

Q19. Conclure quant à la validation du critère de précision de l'exigence Id 1211.

Le gain statique valant 1, l'asservissement est précis pour une consigne en échelon (erreur statique nulle).

L'exigence Id 1211 est donc respectée.

Q20. Pour une consigne en échelon d'amplitude θ_0 , exprimer $\theta(p)$ sous la forme $\theta(p) = \frac{A}{p} + \frac{B}{1+\tau.p}$ à l'aide du résultat de Q17.

On exprimera les constantes A et B en fonction de θ_0 et éventuellement des autres constantes du modèle.

D'après l'expression de $H(p)$, pour une consigne en échelon d'amplitude θ_0 , on peut écrire :

$$\theta(p) = H(p) \cdot \frac{\theta_0}{p} \text{ soit } \theta(p) = \frac{\theta_0}{p(1+\tau.p)}$$

En identifiant avec la forme de $\theta(p)$ proposée dans l'énoncé, on a :

$$\theta(p) = \frac{\theta_0}{p(1+\tau.p)} = \frac{A \cdot (1+\tau.p) + B \cdot p}{p(1+\tau.p)} = \frac{A + (A\tau + B) \cdot p}{p(1+\tau.p)} \text{ donc } \begin{cases} A = \theta_0 \\ A \cdot \tau + B = 0 \end{cases} \text{ soit } \begin{cases} A = \theta_0 \\ B = -\theta_0 \cdot \tau \end{cases}$$

Tout comme la transformée de Laplace, la transformée de Laplace inverse est linéaire.

Q21. Appliquer la transformée de Laplace inverse à l'expression de $\theta(p)$ déterminée question précédente afin d'exprimer $\theta(t)$ en fonction de θ_0 et éventuellement des autres constantes du modèle.

Rappel : $L[e^{-a.t}] = \frac{1}{p+a}$ où L désigne la transformée de Laplace.

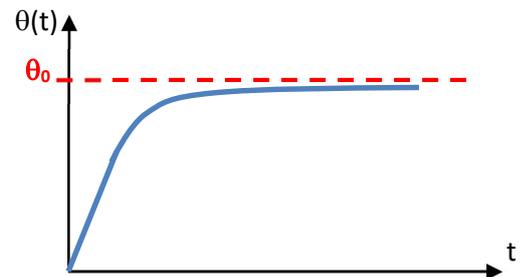
$$\text{D'après ce qui précède : } L^{-1}[\theta(p)] = L^{-1}\left[\frac{\theta_0}{p} - \frac{\theta_0 \cdot \tau}{1+\tau.p}\right] = \theta_0 \cdot L^{-1}\left[\frac{1}{p} - \frac{1}{p+1/\tau}\right] = \theta_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$\text{D'où : } \boxed{\theta(t) = \theta_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$$

Q22. Tracer l'allure de $\theta(t)$ et confirmer le résultat de la question Q19.

La réponse indicielle $\theta(t)$ à un échelon de consigne d'amplitude θ_0 présente-t-elle des dépassements ?

La réponse indicielle $\theta(t)$ ne présente aucun dépassement.



Q23. Compte tenu des observations faites à la question précédente, démontrer que le temps de réponse de cet asservissement de position est $Tr_{5\%} \approx 3 \cdot \tau$.

En déduire la valeur minimale de C (gain du correcteur) permettant de satisfaire l'exigence de rapidité Id 1213.

On donne les valeurs numériques suivantes : $K_v = 100 \text{ m}^{-2}$ et $K_{ev} = 0,01 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$.

La réponse indicielle $\theta(t)$ ne présentant aucun dépassement, $Tr_{5\%}$ sera le temps au bout duquel θ vaudra 95% de sa valeur en régime permanent.

$$\text{On calcule donc } t \text{ tel que } \theta(t = Tr_{5\%}) = 0,95 \cdot \theta_0 \text{ soit } \theta_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{Tr_{5\%}}{\tau}}\right) = 0,95 \cdot \theta_0$$

$$\text{D'où } Tr_{5\%} = -\ln(0,05) \cdot \tau \text{ soit } \boxed{Tr_{5\%} \approx 3 \cdot \tau}$$

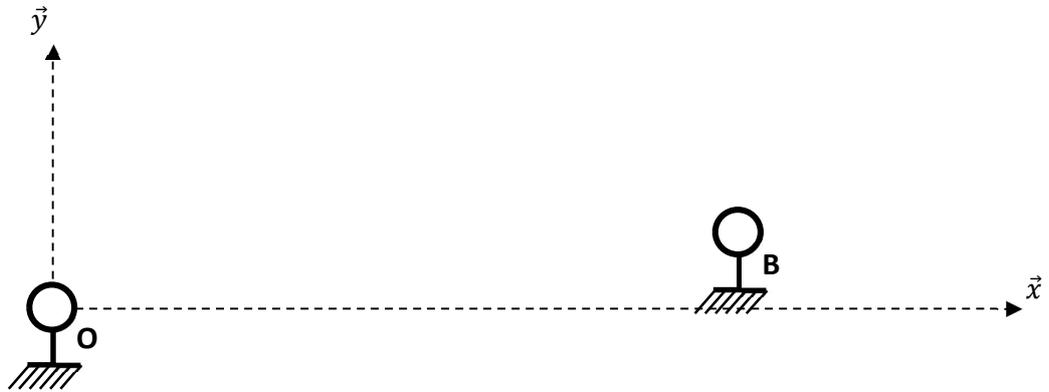
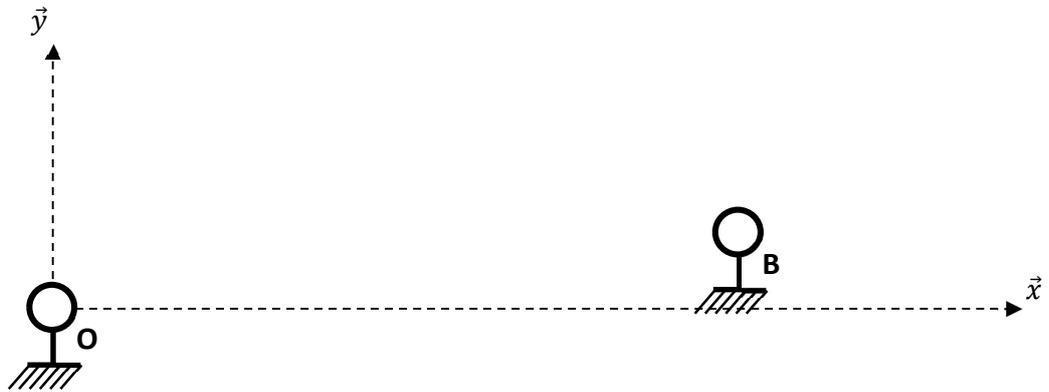
L'exigence de rapidité Id 1213 impose $Tr_{5\%} < 2 \text{ s}$

$$\text{Soit } 3 \cdot \tau < 2 \text{ s} \Leftrightarrow \frac{3}{C \cdot K_{cap} \cdot K_{ev} \cdot K_v} < 2 \Leftrightarrow \boxed{C > \frac{3}{2 \cdot K_{cap} \cdot K_{ev} \cdot K_v}}$$

$$\text{AN : } \boxed{C_{\min} = 0,0125}$$

Nom :

Document Réponses

DR1 Position extrême 1 : $\theta =$ Position extrême 2 : $\theta =$ **DR2** Solution alternative dans la position $\theta = 0^\circ$ 