Exercice 1 : **Moteur d'un système d'hémodialyse**

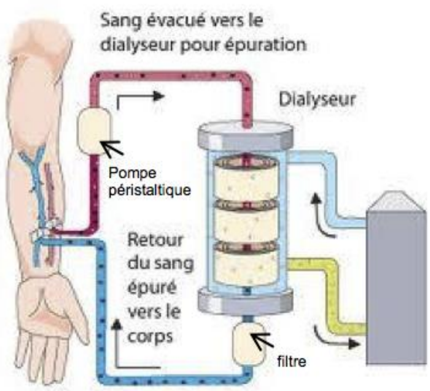
Le rôle d'un rein est de séparer les toxines du sang, afin de les éliminer.

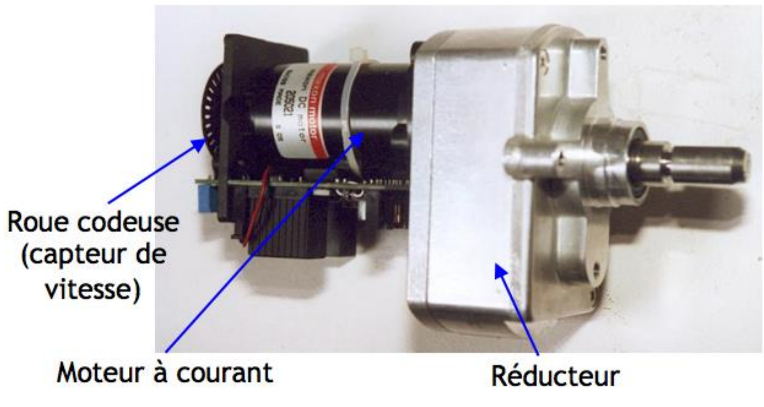
En cas d'insuffisance rénale, il faut donc purifier le sang par d'autres moyens, tels que l'hémodialyse ou la transplantation rénale.
Dans le cas de l'hémodialyse, un traitement **extracorporel** du sang est réalisé à l'aide d'un rein artificiel appelé dialyseur.

Dans le dialyseur circule deux circuits séparés par une membrane poreuse (voir schéma ci-dessous).
L'un d'entre eux est parcouru par le sang, et l'autre est parcouru à contre courant par le dialysat (liquide de dialyse).

Dans le circuit « sang » extracorporel, le sang est acheminé vers le dyaliseur grâce à une pompe péristaltique (objet de notre étude).

Le dialysat ne contenant pas de toxines, un gradient de concentration se crée alors au niveau de la membrane. Ce processus entraîne le transfert par diffusion (osmose inverse) des toxines présentes dans le sang, au travers la membrane pour passer dans le dialysat.
Le sang ainsi purifié est ensuite réinjecté dans le corps du patient et le mélange dialysat chargé en toxines est évacué.





On s'intéresse au moteur entraînant la pompe péristaltique qui permet d'aspirer et de refouler dans le dialyseur, le sang du patient.
Sa fonction de transfert est :

$$\left.\frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}\right|_{Cr(p)=0} = \frac{1200}{100+p}$$

$u_m(t)$ est la tension de commande en V du moteur et $\omega_m(t)$ la vitesse angulaire de l'axe du moteur en rad/s.

Question 1 : *Déterminer les paramètres caractéristiques de la fonction de transfert de ce moteur.*

Question 2 : *En déduire le temps de réponse à 5 % de ce moteur pour une entrée en échelon.*

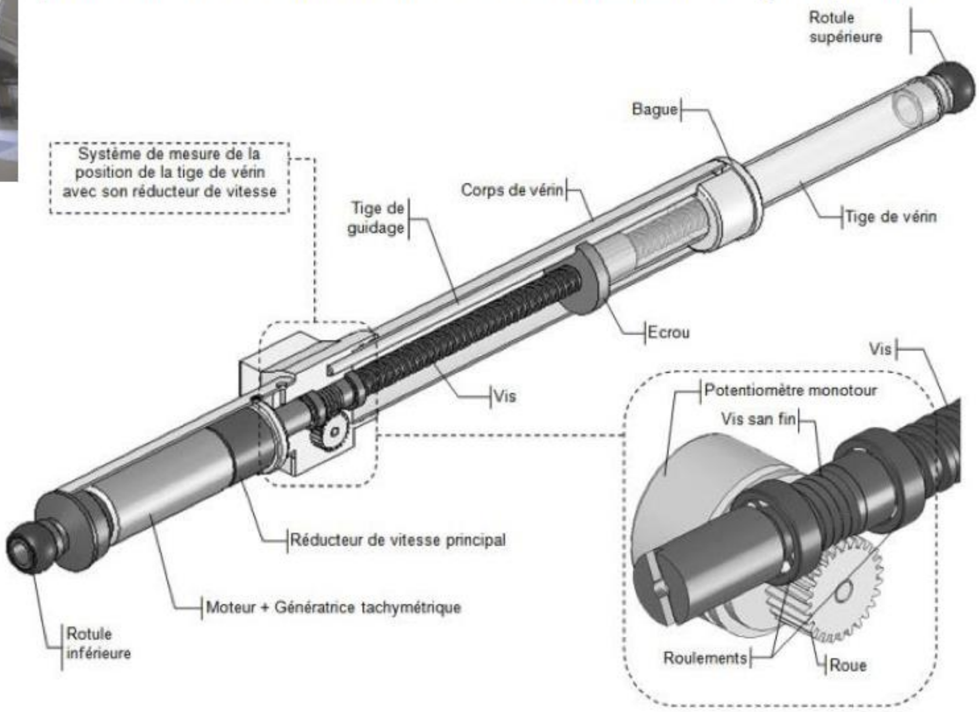
Question 3 : *Tracer en faisant apparaître les points caractéristiques, l'allure de la sortie $\omega_m(t)$ pour une entrée $u_m(t) = 7V$.*

Remarque : pour répondre à cette question, il n'est pas demandé de déterminer $\omega_m(t)$.

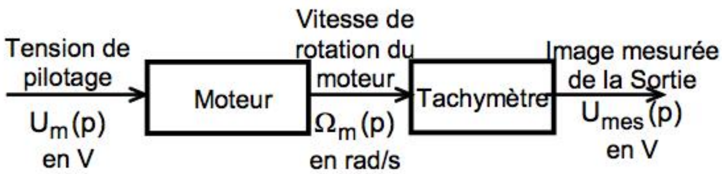
Exercice 2 : **Capteur de vitesse de la plateforme 6 axes**

Les plates-formes mobiles, qui font partie des robots dits « parallèles », sont des systèmes constitués d'un plateau mis en mouvement par 6 vérins électriques ou hydrauliques.

Elles sont principalement utilisées dans le domaine aéronautique pour réaliser des simulateurs de vol d'avions ou d'engins spatiaux.

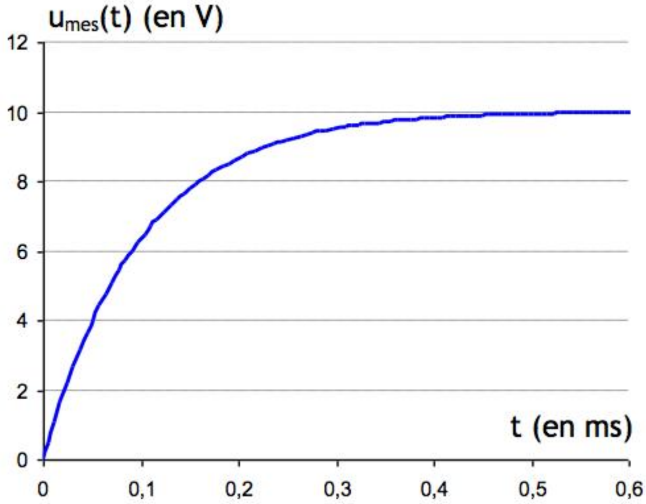


On s'intéresse au système en **boucle ouverte,** constitué du moteur et du capteur de vitesse (génératrice tachymétrique), d'un axe de la plate-forme du laboratoire.



Le moteur est modélisé par la fonction de transfert : $\dfrac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \dfrac{67{,}6}{1+0{,}02.p}$

Lorsque le moteur tourne à vitesse constante (1,25 rad/s), on ferme un interrupteur situé à l'entrée du capteur de vitesse (on le soumet ainsi à un échelon de consigne). On enregistre alors l'évolution de sa sortie en fonction du temps (courbe ci-contre).



Question 1 : *Indiquer l'ordre du système auquel le capteur peut être identifié. Justifier.*

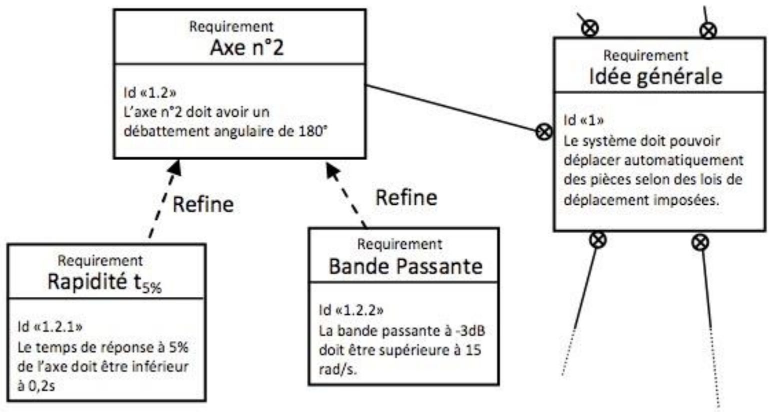
Question 2 : *En déduire ses paramètres caractéristiques ainsi que sa fonction de transfert.*

Question 3 : *Après avoir comparé les constantes de temps du moteur et du capteur, justifier que l'ensemble moteur + capteur peut être assimilé à un système du premier ordre.*

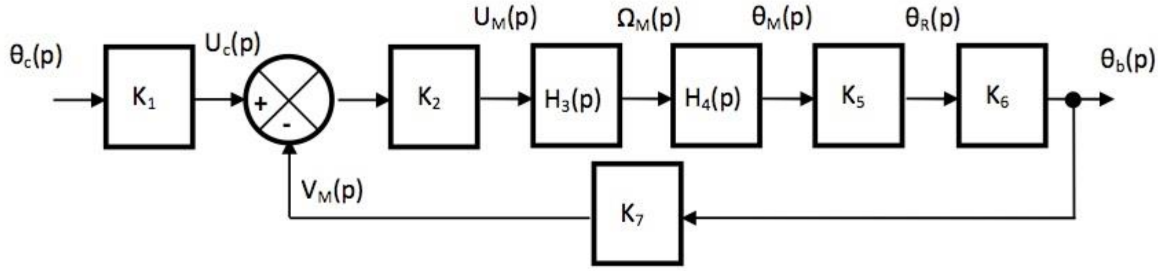
Question 4 : *En déduire la fonction de transfert de ce système moteur + capteur.*

Exercice 3 : **Robot préhenseur de pièces**

On s'intéresse à un robot préhenseur de pièces dont on donne une description structurelle ainsi qu'un extrait partiel du diagramme des exigences de son modèle SysML. L'objectif de cette étude est de vérifier les performances d'un des axes asservis de ce robot vis-à-vis des critères de performances attendus.



On donne ci-dessous le modèle de l'asservissement de position angulaire de l'axe du bras étudié sous la forme d'un schéma bloc (l'angle réel du bras est $\theta_b(t)$, l'angle de consigne est $\theta_c(t)$).



Avec : K_1, K_2, K_5, K_6, K_7 : constantes, $\theta_C(p)$: angle de consigne, $U_C(p)$: tension consigne, $U_M(p)$: tension moteur, $\Omega_M(p)$: vitesse angulaire de l'arbre moteur, $\theta_M(p)$: angle de l'arbre moteur, $\theta_R(p)$: angle de l'arbre en sortie de réducteur, $\theta_b(p)$: position angulaire du bras, $V_M(p)$: tension mesurée image de $\theta_b(p)$.

Q.1. Déterminer le lien entre K_1 et K_7 pour que $\theta_b(p)$ soit asservi sur $\theta_c(p)$.

La fonction de transfert $H_3(p)$ est réalisée par un moteur, dont le modèle de connaissance est le suivant :

$$u_M(t) = e(t) + R.i(t) \qquad e(t) = k_e.\omega_M(t) \qquad J.\frac{d\omega_M(t)}{dt} = C_M(t) \qquad C_M(t) = k_M.i(t)$$

Avec : $u_M(t)$: tension aux bornes du moteur (en V), $e(t)$: force contre-électromotrice (en V), $i(t)$: intensité (en A), $\omega_M(t)$: vitesse de rotation de l'arbre en sortie de moteur (en rad/s), $C_M(t)$: couple moteur (en N.m) (un couple est une action mécanique qui tend à faire tourner), J : inertie équivalente en rotation de l'arbre moteur (en kg.m^2), R : résistance électrique du moteur (Ω), k_e : constante de force contre-électromotrice (V.rad^{-1}.s), k_M : constante de couple (N.m.A^{-1}).

Q.2. Déterminer la fonction de transfert $H_3(p) = \dfrac{\Omega_M(p)}{U_M(p)}$. Montrer que H(p) peut se mettre sous la forme canonique $H_3(p) = \dfrac{K_3}{(1+T_3.p)}$ et déterminer les valeurs littérales K_3 et T_3.

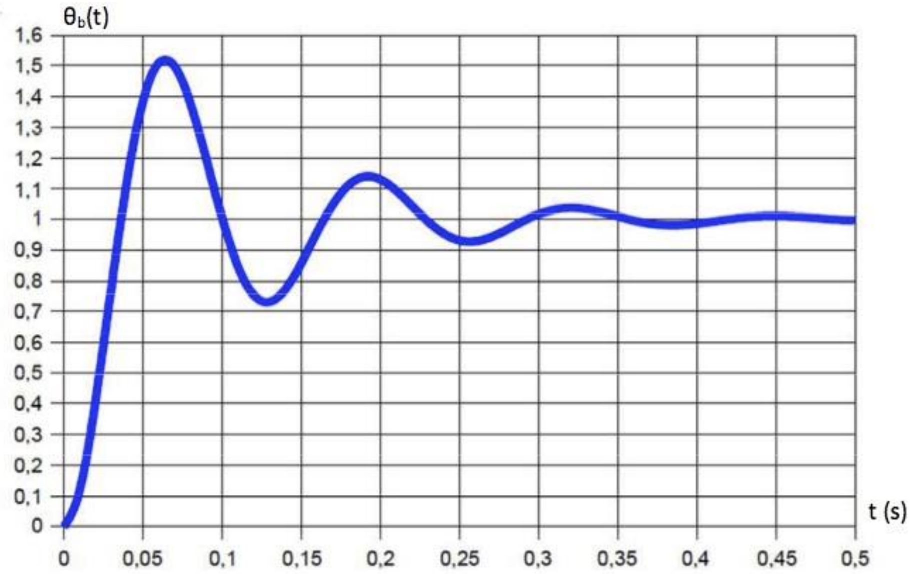
Q.3. Déterminer $\omega_M(t)$ lorsque lorsque $u_M(t)$ est un échelon de tension d'amplitude U_0. Préciser la valeur de $\omega_M(t)$ à l'origine, la pente de la tangente à l'origine de $\omega_M(t)$ et la valeur finale atteinte par $\omega_M(t)$ quand t tend vers l'infini.

Q.4. Déterminer la fonction de transfert $H_4(p)$.

Q.5. Déterminer la fonction de transfert $H(p) = \frac{\theta_b(p)}{\theta_c(p)}$. Montrer que cette fonction peut se mettre sous la forme

$H(p) = \frac{K}{(1 + \frac{2.z}{\omega_0} p + \frac{1}{\omega_0^2} p^2)}$ et déterminer les valeurs littérales K, z et ω_0 en fonction des constantes fournies.

La réponse indicielle de H(p) à un échelon unitaire, obtenue à l'aide d'un logiciel de simulation, est donnée sur la figure suivante :



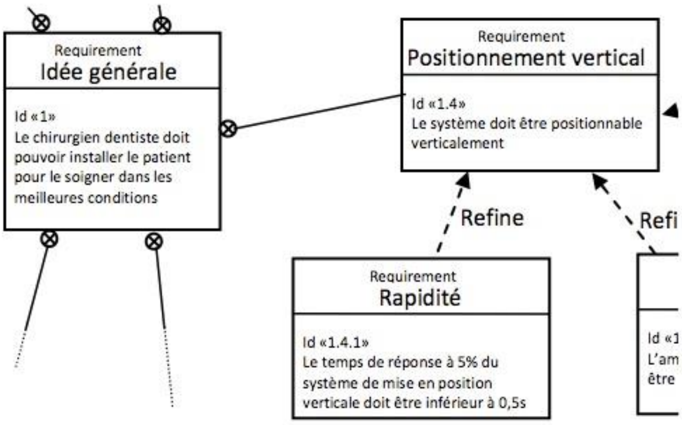
Q.6. Déterminer, en expliquant la démarche utilisée, les valeurs numériques de K, z et ω_0.

Q.7. Déterminer, en expliquant la démarche utilisée, la valeur numérique du critère qui permet de vérifier l'exigence 1.2.1. du système.

Q .8. Réaliser une synthèse présentant les résultats obtenus ainsi que l'évaluation de l'écart 3 correspondant à l'écart entre performances attendues et performances simulées puis conclure vis-à-vis des exigences du cahier des charges.

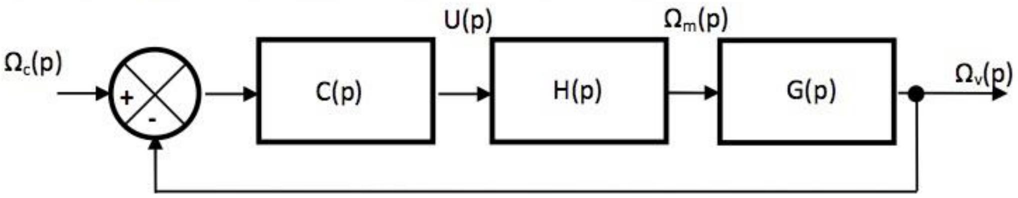
Exercice 4 : **Étude de l'asservissement d'une unité dentaire**

Le support de l'étude est une « unité dentaire » dont on donne un extrait partiel du diagramme des exigences de son modèle ainsi qu'une description structurelle du système. Cet équipement a été conçu et réalisé dans le but d'une adaptabilité maximale aux différentes méthodes de travail des chirurgiens dentistes. Le chirurgien dentiste possède une pédale et un pupitre de commande qui lui permet de montrer ou descendre verticalement le corps du patient, de l'incliner plus ou moins et de positionner sa tête. Grâce à cela, le patient peut prendre une position pertinente pour que le chirurgien puisse réaliser tous les actes médicaux.



On s'intéresse dans ce sujet au critère de l'exigence 1.4.1 concernant le temps de réponse du système permettant de mettre en position verticale le patient. Le travail proposé porte sur la comparaison de deux solutions techniques pour réaliser le correcteur C(p) du système de positionnement vertical. Le comportement temporel du système avec chacune de ces solutions sera analysé vis-à-vis du critère de l'exigence 1.4.1.

Pour régler le patient en position verticale, le chirurgien dentiste appuie sur une pédale, plus ou moins fort. Un moteur électrique se met en route, sa vitesse de rotation dépendant de l'appuie plus ou moins profond du chirurgien dentiste sur la pédale. La vitesse de rotation du moteur est réduite par un réducteur à engrenages. En sortie du réducteur à engrenages se trouve une vis, dont la rotation $\Omega_v(p)$ entraîne, par un système vis écrou, la translation du siège en hauteur. L'ensemble peut se représenter par le schéma bloc suivant (le composant de fonction de transfert C(p) correspond au correcteur) :



Q.1. Donner le nom des composants qui correspondant aux fonctions de transfert H(p) et G(p).

Q.2. Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée du système : $\dfrac{\Omega_v(p)}{\Omega_c(p)}$

Les équations du moteur utilisé sont les suivantes :

$$u(t) = e(t) + R.i(t) + L.\frac{di(t)}{dt} \qquad e(t) = k_e.\omega_m(t) \qquad J.\frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) - f.\omega_m(t) \qquad C_m(t) = k_m.i(t)$$

Avec : u(t) = tension du moteur ; e(t) = force contre électromotrice du moteur ; i(t) = intensité dans le moteur $C_m(t)$ = couple exercé par le moteur ; $\omega_m(t)$ = vitesse angulaire du moteur. Les grandeurs physiques R, L, k_e, J, f et k_m sont des constantes.

Q.3. En supposant les conditions initiales nulles (ce qui sera également supposé dans tout le reste de l'exercice), exprimer ces équations dans le domaine de Laplace.

Q.4. Montrer que, dans le domaine de Laplace, la relation entre $\Omega_m(p)$ et $U(p)$ peut s'écrire sous la forme : $\frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{K}{(1+\frac{2.z}{\omega_0}p+\frac{1}{\omega_0^{\ 2}}p^2)}$ où K, z et ω_0 sont trois constantes à déterminer.

Si on utilise un correcteur proportionnel, l'application numérique des grandeurs physiques permet de trouver la fonction de transfert simplifiée suivante : $\frac{\Omega_v(p)}{\Omega_c(p)} = \frac{K_T}{1+T_T.p}$, avec $K_T=0,9$ et $T_T=0,1s$

Q.5. Déterminer $\omega_v(t)$ lorsque le chirurgien dentiste demande un échelon de rotation $\omega_c(t) = \omega_{c0}.u(t)$. Exprimer le résultat en fonction de ω_{c0}, K_T et T_T.

Q.6. Déterminer le temps de réponse à 5% du système et effectuer l'application numérique.

Le patient, initialement immobile, bouge verticalement selon le déplacement $x_v(t)$ tel que : $\frac{dx_v(t)}{dt} = a.\omega_v(t)$ avec a=constante qui représente le pas réduit de la vis.

Q.7. Déterminer la transformée de Laplace $X_v(p)$ de $x_v(t)$.

Q.8. Déterminer $x_v(t)$ en fonction de a, K_T et T_T et ω_{c0}.

Si on utilise un correcteur proportionnel, dérivé et intégral, l'application numérique des grandeurs physiques permet de trouver la fonction suivante : $\frac{\Omega_v(p)}{\Omega_c(p)} = \frac{1}{1+2.p+p^2}$

Q.9. Déterminer $\omega_v(t)$ lorsque le chirurgien dentiste demande un échelon de rotation $\omega_c(t) = \omega_{c0}.u(t)$.

Q.10. Comparer la rapidité du système muni du correcteur proportionnel, avec la rapidité du système muni du correcteur proportionnel intégral dérivé.

Q .11. Réaliser une synthèse présentant les résultats obtenus ainsi que l'évaluation de l'écart 3 correspondant à l'écart entre performances attendues et performances simulées puis conclure vis-à-vis des exigences du cahier des charges.