

Validation des performances cinématiques du robot chirurgical Da Vinci - Corrigé

Q.1. $\vec{\Delta P} = \vec{P_0 P} = \vec{P_0 A} + \vec{AP} = -x_0 \cdot \vec{x}_0 - y_0 \cdot \vec{y}_0 + x(t) \cdot \vec{x}_0 + y(t) \cdot \vec{y}_0 = \Delta x(t) \cdot \vec{x}_0 + \Delta y(t) \cdot \vec{y}_0$

$$\rightarrow \begin{cases} \Delta x(t) = x(t) - x_0 \\ \Delta y(t) = y(t) - y_0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x(t) = \Delta x(t) + x_0 \\ y(t) = \Delta y(t) + y_0 \end{cases}$$

Q.2. Q.3. Voir document réponse DR1.

Q.4. Elaboration du modèle géométrique direct : $\vec{AP} = x(t) \cdot \vec{x}_0 + y(t) \cdot \vec{y}_0 = \vec{AB} + \vec{BP} = -L_2 \cdot \vec{x}_2 - 2.L_3 \cdot \vec{x}_3 + h \cdot \vec{y}_3$

On projette dans la base 0 : $\begin{aligned} x(t) &= -L_2 \cdot \cos \beta(t) - 2.L_3 \cdot \cos \alpha(t) - h \cdot \sin \alpha(t) \\ y(t) &= -L_2 \cdot \sin \beta(t) - 2.L_3 \cdot \sin \alpha(t) + h \cdot \cos \alpha(t) \end{aligned}$

Q.5. $\vec{V}_{P,5/1} = \frac{d}{dt} \vec{AP} \Big|_1 = \frac{d}{dt} (-L_2 \cdot \vec{x}_2 - 2.L_3 \cdot \vec{x}_3 + h \cdot \vec{y}_3) \Big|_1 = -L_2 \cdot \dot{\beta}(t) \cdot \vec{y}_2 - 2.L_3 \cdot \dot{\alpha}(t) \cdot \vec{y}_3 - h \cdot \dot{\alpha}(t) \cdot \vec{x}_3$

Q.6. $\vec{V}_{P,5/1} = \vec{V}_{P,5/2} + \vec{V}_{P,2/1}$ (composition de mouvement)

$$\vec{V}_{P,5/2} = \vec{V}_{B,5/2} + \vec{PB} \wedge \vec{\Omega}_{5/2} = (2.L_3 \cdot \vec{x}_3 - h \cdot \vec{y}_3) \wedge (\dot{\alpha}(t) - \dot{\beta}(t)) \cdot \vec{z}_3 = -2.L_3 \cdot (\dot{\alpha}(t) - \dot{\beta}(t)) \cdot \vec{y}_3 - h \cdot (\dot{\alpha}(t) - \dot{\beta}(t)) \cdot \vec{x}_3$$

$$\vec{V}_{P,2/1} = \vec{V}_{A,2/1} + \vec{PA} \wedge \vec{\Omega}_{2/1} = (L_2 \cdot \vec{x}_2 + 2.L_3 \cdot \vec{x}_3 - h \cdot \vec{y}_3) \wedge \dot{\beta}(t) \cdot \vec{z}_3 = -L_2 \cdot \dot{\beta}(t) \cdot \vec{y}_2 - 2.L_3 \cdot \dot{\beta}(t) \cdot \vec{y}_3 - h \cdot \dot{\beta}(t) \cdot \vec{x}_3$$

$$\rightarrow \vec{V}_{P,5/1} = -L_2 \cdot \dot{\beta}(t) \cdot \vec{y}_2 - 2.L_3 \cdot \dot{\alpha}(t) \cdot \vec{y}_3 - h \cdot \dot{\alpha}(t) \cdot \vec{x}_3$$

Q.7. $\vec{V}_{P,5/1} \cdot \vec{x}_1 = -L_2 \cdot \dot{\beta}(t) \cdot \vec{y}_2 \cdot \vec{x}_1 - 2.L_3 \cdot \dot{\alpha}(t) \cdot \vec{y}_3 \cdot \vec{x}_1 - h \cdot \dot{\alpha}(t) \cdot \vec{x}_3 \cdot \vec{x}_1 = L_2 \cdot \dot{\beta}(t) \cdot \sin \beta(t) + 2.L_3 \cdot \dot{\alpha}(t) \cdot \sin \alpha(t) - h \cdot \dot{\alpha}(t) \cdot \cos \alpha(t)$

$$\vec{V}_{P,5/1} \cdot \vec{y}_1 = -L_2 \cdot \dot{\beta}(t) \cdot \vec{y}_2 \cdot \vec{y}_1 - 2.L_3 \cdot \dot{\alpha}(t) \cdot \vec{y}_3 \cdot \vec{y}_1 - h \cdot \dot{\alpha}(t) \cdot \vec{x}_3 \cdot \vec{y}_1 = -L_2 \cdot \dot{\beta}(t) \cdot \cos \beta(t) - 2.L_3 \cdot \dot{\alpha}(t) \cdot \cos \alpha(t) - h \cdot \dot{\alpha}(t) \cdot \sin \alpha(t)$$

Q.8. Graphiquement on lit $\begin{cases} \Delta \alpha(t) = -3,3^\circ \\ \Delta \beta(t) = 6,2^\circ \end{cases}$

Q.9. $\|\vec{V}_{P,5/1}\| = 20 \text{ mm/s}$ et $\begin{cases} \dot{\alpha}(t) = \frac{-3,3}{2} = -1,65^\circ/\text{s} = -1,65 \cdot \frac{\pi}{180} \text{ rad/s} = -0,029 \text{ rad/s} \\ \dot{\beta}(t) = \frac{6,2}{2} = 3,1^\circ/\text{s} = 3,1 \cdot \frac{\pi}{180} \text{ rad/s} = 0,054 \text{ rad/s} \end{cases}$

On peut retrouver aussi ce résultat avec les expressions de la question 11. On obtient alors un système de 2

équations avec 2 inconnues : $\begin{cases} L_2 \cdot \dot{\beta}(t) \cdot \sin \beta_0 + \dot{\alpha}(t) \cdot (2.L_3 \cdot \sin \alpha_0 - h \cdot \cos \alpha_0) = 20 \\ -L_2 \cdot \dot{\beta}(t) \cdot \cos \beta_0 - \dot{\alpha}(t) \cdot (2.L_3 \cdot \cos \alpha_0 + h \cdot \sin \alpha_0) = 0 \end{cases}$

En faisant l'application numérique, il vient : $\begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 500 \cdot \dot{\beta}(t) + 21,19 \cdot \dot{\alpha}(t) = 20 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 500 \cdot \dot{\beta}(t) - 618,1 \cdot \dot{\alpha}(t) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dot{\alpha}(t) = -0,033 \text{ rad/s} \\ \dot{\beta}(t) = 0,057 \text{ rad/s} \end{cases}$

Ce qui donne des résultats très proches en considérant, les arrondis sur l'application numérique, les approximations sur la construction graphique et les erreurs de mesure sur la construction graphique.

Q.10. En utilisant l'équiprojectivité du champ des vitesses $\vec{V}_{P,5/1} \cdot \vec{PB} = \vec{V}_{B,5/1} \cdot \vec{PB}$ on construit $\vec{V}_{B,5/1}$.

Graphiquement on lit $\|\vec{V}_{B,5/1}\| = 6 \text{ cm}$ soit 30 mm/s

Par le champ des vitesses on montre que $\vec{V}_{B,5/1} = \vec{V}_{B,5/2} + \vec{V}_{B,2/1} = \vec{V}_{B,2/1}$

Ce qui permet de remonter à une vitesse angulaire $\|\vec{\Omega}_{2/1}\| = \dot{\beta}(t) = \frac{\|\vec{V}_{B,2/1}\|}{\|\vec{AB}\|} = \frac{30}{500} \text{ rad/s} = 0,06 \text{ rad/s}$

Ce qui donne là encore des résultats très proches en considérant les approximations sur la construction graphique ainsi que les erreurs de mesure sur la construction graphique.

Q.11. $\vec{V}_{T,7'/0} = \vec{V}_{T,7'/6'} + \vec{V}_{T,6'/1'} + \vec{V}_{T,1'/0}$

$$\vec{V}_{T,7'/6'} = \vec{V}_{P',7'/6'} = \left. \frac{d}{dt} \vec{G'P'} \right|_{6'} = \left. \frac{d}{dt} -\lambda(t) \cdot \vec{y}'_2 \right|_{6'} = -\dot{\lambda}(t) \cdot \vec{y}'_2 - \lambda(t) \left. \frac{d}{dt} \vec{y}'_2 \right|_{6'} = -\dot{\lambda}(t) \cdot \vec{y}'_2$$

Compte tenu de la géométrie du système (parallélogramme) 6' a toujours le même mouvement que 2' et on a donc ici $\vec{V}_{T,6'/1'} = \vec{V}_{A,2'/1'}$ et $\vec{\Omega}_{6'/1'} = \vec{\Omega}_{2'/1'}$

$$\vec{V}_{T,6'/1'} = \vec{V}_{A,2'/1'} = \vec{0}$$

$$\vec{V}_{T,1'/0} = \vec{V}_{A,1'/0} + \vec{TA}' \wedge \vec{\Omega}_{1'/0} = \vec{0}$$

D'où $\vec{V}_{T,7'/0} = -\dot{\lambda}(t) \cdot \vec{y}'_2$

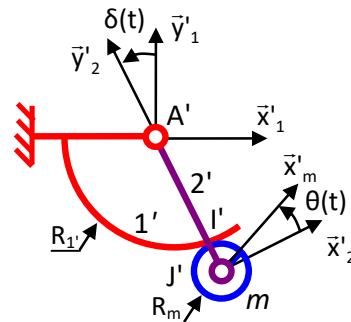
Q.12. $\vec{\Omega}_{7'/0} = \vec{\Omega}_{7'/6'} + \vec{\Omega}_{6'/1'} + \vec{\Omega}_{1'/0} = \vec{\Omega}_{7'/6'} + \vec{\Omega}_{2'/1'} + \vec{\Omega}_{1'/0} = \dot{\gamma}(t) \cdot \vec{y}'_2 + \dot{\delta}(t) \cdot \vec{z}'_2 + \dot{\phi}(t) \cdot \vec{x}'_1$

Avec $\vec{x}'_1 = \cos \delta(t) \cdot \vec{x}'_2 - \sin \delta(t) \cdot \vec{y}'_2$

Soit $\{V_{7'/0}\} = \begin{Bmatrix} \dot{\phi}(t) \cdot \cos \delta(t) & 0 \\ \dot{\gamma}(t) - \dot{\phi}(t) \cdot \sin \delta(t) & -\dot{\lambda}(t) \\ \dot{\delta}(t) & 0 \end{Bmatrix}_{b2'} \rightarrow \text{Linéaire annulaire d'axe } (T, \vec{y}'_2)$

Q.13. C'est l'exigence 1.5.

Q.14. Schéma cinématique.



Document réponse DR 1 et 2 : Echelle 10 cm $\rightarrow$ 500 mm
 Echelle 1 cm $\rightarrow$ 5 mm/s

