Durée de l'épreuve : 3h00

Aucun document autorisé - Calculatrice autorisée

*Cet énoncé comporte **12** pages d'énoncé numérotées de **1 à 12.***
Les réponses se feront sur feuilles de copie.
La notation tiendra compte de la justesse des résultats ainsi que de la rédaction et du soin apporté à la composition.

SLED - CORRIGÉ

d'après Centrale Supélec 2022

Figure 1 Réduction du phénomène du « coup du lapin » par l'usage d'un appui-tête (Référence : R.T. Shone)

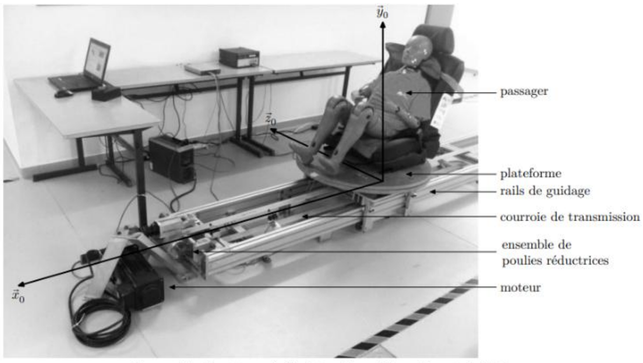


Figure 13 Prototype du Sled (ou dispositif expérimental) à $0{,}3g$

Q 1. Déterminer l'expression littérale de la vitesse $v(t)$ en fonction de l'accélération a_c, dans la première phase d'accélération.

Lors de la première phase d'accélération on a : $\frac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t} = a_c \quad \Leftrightarrow \quad \mathrm{d}v(t) = a_c \mathrm{d}t$

D'où :

$$\begin{aligned}
\int_0^t \mathrm{d}v(t) &= \int_0^t a_c \mathrm{d}t \\
[v(t)]_0^t &= [a_c \times t]_0^t \\
v(t) - v(0) &= a_c \times (t-0)
\end{aligned}$$

$$v(t) = a_c \times t$$

Q 2. En déduire la valeur maximale, notée $V_{\max}$ et exprimée en m.s^{-1}, de la vitesse atteinte par l'ensemble mobile S au bout d'une seconde avec une accélération constante de $0.3g$. Conclure sur le respect de l'exigence `Id = 1.1.2`.

La fonction $v(t)$ étant continue et croissante, sa valeur maximale est à la fin de la phase d'accélération, soit :

$$V_{\max} = v(1) = a_c \times 1 = 0.3g \times 1$$

A.N. :

$$V_{\max} = 0.3 \times 9.81 \times 1 = 2.9 \text{ m.s}^{-1} < 3 \text{ m.s}^{-1} \text{ (exigence Id 1.1.2)}$$

Donc l'exigence `Id 1.1.2` est bien respectée.

Q 3. Déterminer la distance maximale théorique, notée $x_{\max}$ et exprimée en m, parcourue par l'ensemble mobile S au cours d'un essai complet. Vérifier le respect de l'exigence `Id = 1.2`.

Lors d'un essai complet, il y a une phase d'accélération qui dure une seconde à $\ddot{x} = a_c$ et une phase de décélération à $\ddot{x} = -a_c$. On en déduit alors pour chaque phase, les résultats suivants :

Phase d'accélération φ_1 : pour $t \in [0;1]$

$$\begin{aligned}
\ddot{x}_{\varphi_1} &= a_c = 0.3g \\
\dot{x}_{\varphi_1} &= v(t) = 0.3g \times t \rightarrow v(1) = V_{\max} = 0.3g \times 1 \\
x_{\varphi_1}(t) &= 0.3g \times \frac{t^2}{2} + x(0) \rightarrow x(1) = \frac{0.3}{2}g
\end{aligned}$$

Phase de décélération φ_2 : pour $t \in [1;2]$

$$\begin{aligned}
\ddot{x}_{\varphi_2} &= -a_c = -0.3g \\
\dot{x}_{\varphi_2} &= -0.3g \times (t-1) + v(1) \\
x_{\varphi_2}(t) &= -0.3g \times \frac{(t-1)^2}{2} + v(1) \times (t-1) + x(1)
\end{aligned}$$

Finalement on a : $x_{\max} = x_{\varphi_2}(2) = -\cancel{\frac{0.3}{2}g} + 0.3g \times 1 \times 1 + \cancel{\frac{0.3}{2}g}$

$$x_{\max} = 0.3g \times 1 \times 1$$

A.N.

$$x_{\max} = 2.9 \text{ m} < 4.5 \text{ m (exigence } \texttt{Id 1.2}\text{)}$$

Donc l'exigence `Id 1.2` est bien respectée.

Q 13. Quels sont les rôles respectifs des blocs A et B du modèle n°1 (FIGURE 20) ?

Le bloc A est un intégrateur : $A(p) = \dfrac{1}{p}$.

Le bloc B est un dérivateur : $B(p) = p$.

Q 14. Justifier cette proposition en déterminant la fonction de transfert en accélération $H_{\text{acc}}(p)$ en fonction de $H_{\text{BF}}(p)$. Conclure sur l'intérêt de cette proposition.

$$H_{\text{acc}}(p) = \frac{1}{\cancel{p}} \times H_{\text{BF}}(p) \times \cancel{p} = H_{\text{BF}}(p)$$

L'intérêt de cette proposition est de pouvoir contrôler le système en vitesse, à l'aide d'une mesure d'accélération (plus simple à implémenter sur le système à l'aide d'un accéléromètre qui fournit directement l'accélération du solide S.

Q 15. Évaluer graphiquement les marges de stabilité du système et conclure sur le respect de l'exigence `Id = 1.1.1.1.1`.

L'exigence `Id = 1.1.1.1.1` requiert une marge de gain $M_{\text{gain}} > 7$ dB et une marge de phase $M_\varphi > 30°$.

En FIGURE 8, on remarque que le gain n'est jamais positif ou nul, la marge de phase est donc infinie (ou n'existe pas). De même, la phase n'atteint jamais la valeur de $-180°$, on peut observer une asymptote, la marge de gain est donc infinie (ou n'existe pas).

L'exigence `Id = 1.1.1.1.1` est donc respectée.

Une résonance de $+1.1$ dB par rapport à l'asymptote horizontale située à -41.5 dB est observée à la pulsation de 49.4 rad.s $^{-1}$.

Q 16. Calculer les valeurs numériques des paramètres K_{BO}, $\omega_{0_{\text{BO}}}$ et ξ_{BO} de la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{\text{BO}}(p)$ de l'asservissement en vitesse.

K_{BO} : si l'asymptote horizontale est située à -41.5 dB, alors on a

$$20\log_{10}(K_{\text{BO}}) = -41.5 \Leftrightarrow K_{\text{BO}} = 10^{-41.5/20} = 8.41 \times 10^{-3}$$

ξ_{BO} : le gain en décibel lors de la pulsation de résonance permet de déterminer la valeur du facteur d'amortissement.

On a $20\log_{10}\left(|H_{\text{BO}}(j\omega_{\text{reson.}})|\right) = 20\log_{10}\left(\dfrac{K_{\text{BO}}}{\sqrt{\left(1-\left(\dfrac{\omega_{\text{reson.}}}{\omega_{0_{\text{BO}}}}\right)^2\right)^2 + \left(\dfrac{2\xi_{\text{BO}}\omega_{\text{reson.}}}{\omega_{0_{\text{BO}}}}\right)^2}}\right)$

d'après la relation de la pulsation de résonance $\omega_{reson.} = \omega_{0_{BO}} \times \sqrt{1-2\xi_{BO}^2}$, on obtient le gain en décibel suivant :

$$\begin{aligned}20\log_{10}\left(|H_{BO}(j\omega_{reson.})|\right) &= 20\log_{10}\left(\frac{K_{BO}}{\sqrt{\left(1-\sqrt{1-2\xi_{BO}^2}\right)^2+\left(2\xi_{BO}\sqrt{1-2\xi_{BO}^2}\right)^2}}\right)\\ &= 20\log_{10}(K_{BO}) - 20\log_{10}\left(2\xi_{BO}\sqrt{1-\xi_{BO}^2}\right)\end{aligned}$$

d'où :

$$\begin{aligned}&-20\log_{10}\left(2\xi_{BO}\sqrt{1-\xi_{BO}^2}\right) = 1.1\\ \Leftrightarrow\quad & 2\xi_{BO}\sqrt{1-\xi_{BO}^2} = 10^{-1.1/20}\\ \Leftrightarrow\quad & 4\xi_{BO}^2\left(1-\xi_{BO}^2\right) = 10^{-2.2/20}\\ \Leftrightarrow\quad & 4\xi_{BO}^2 - 4\xi_{BO}^4 = 10^{-2.2/20}\\ \Leftrightarrow\quad & 4\xi_{BO}^4 - 4\xi_{BO}^2 + 10^{-2.2/20} = 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\Delta = (-4)^2 - 4\times 4\times 10^{-2.2/20} \simeq 3.6\\ &\xi_{BO}^2 = \frac{-(-4)\pm\sqrt{\Delta}}{2\times 4} = \{0.737; 0.263\}\\ &\xi_{BO} = \{0.859; 0.513\} \quad \text{(car } \xi_{BO} \text{ est défini positivement)}\\ &\xi_{BO} = 0.513 \quad \text{(car la résonance impose } \xi_{BO} < \sqrt{2}/2 \simeq 0.707\text{)}\end{aligned}$$

$\omega_{0_{BO}}$: on a simplement

$$\omega_{0_{BO}} = \frac{\omega_{reson.}}{\sqrt{1-2\xi_{BO}^2}}$$

A.N. :

$$\omega_{0_{BO}} = \frac{49.4}{\sqrt{1-2\times 0.513^2}} \simeq 71.8 \text{ rad.s}^{-1}$$

Q 17. Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $H_{BF}(p)$ en fonction de K_{BO}, $\omega_{0_{BO}}$ et ξ_{BO}. Identifier ses coefficients K_{BF}, $\omega_{0_{BF}}$ et ξ_{BF} en fonction de K_{BO}, $\omega_{0_{BO}}$ et ξ_{BO}.

D'après la FIGURE 7 et la formule de Black, on obtient l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée suivante :

$$\begin{aligned}H_{BF}(p) &= \frac{H_{BO}(p)}{1+H_{BO}(p)}\\ &= \frac{\dfrac{K_{BO}}{1+\dfrac{2\xi_{BO}}{\omega_{0_{BO}}}p+\dfrac{1}{\omega_{0_{BO}}^2}p^2}}{1+\dfrac{K_{BO}}{1+\dfrac{2\xi_{BO}}{\omega_{0_{BO}}}p+\dfrac{1}{\omega_{0_{BO}}^2}p^2}}\end{aligned}$$

$$H_{BF}(p) = \frac{\dfrac{K_{BO}}{1+K_{BO}}}{1+\dfrac{2\xi_{BO}}{\omega_{0_{BO}}(1+K_{BO})}p+\dfrac{1}{\omega_{0_{BO}}^2(1+K_{BO})}p^2}$$

d'où l'identification suivante :

$$\left\{\begin{aligned}K_{BF} &= \frac{K_{BO}}{1+K_{BO}}\\ \omega_{0_{BF}} &= \omega_{0_{BO}}\sqrt{(1+K_{BO})}\\ \xi_{BF} &= \frac{\xi_{BO}}{\sqrt{1+K_{BO}}}\end{aligned}\right.$$

Q 18. Déterminer la valeur en % du premier dépassement et conclure au regard de l'exigence `Id = 1.1.1.1.2`.

Connaissant le facteur d'amortissement en boucle fermé $\xi_{BF} = 0.5$, on peut lire en FIGURE 9 un dépassement de 0.16 soit 16% environ.

L'exigence `Id = 1.1.1.1.2` avec un dépassement qui doit être inférieur à 20% est donc bien respectée.

NB : le sujet initial proposait l'abaque des dépassements relatifs d'un système d'ordre 2 en fonction de l'amortissement.

L'abaque a été retiré de votre sujet et le calcul devait être effectué à l'aide de $D_{1\%} = e^{-\frac{\pi \cdot \xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$

Q 19. Déterminer l'expression de l'erreur d'accélération en régime permanent ε_a suite à une entrée de type échelon en accélération d'amplitude $0.3g$ en fonction de K_{BO}. Faire l'application numérique.

L'erreur d'accélération (à ne pas confondre avec l'écart) est défini comme suit :

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{acc} &= \lim_{t\to\infty} a_{consigne}(t) - a_{simulé}(t) \\
&= \lim_{p\to 0} p \times (a_{consigne}(p) - a_{simulé}(p)) \quad \text{d'après le théorème de la valeur finale} \\
&= \lim_{p\to 0} p \times (pV_{consigne}(p) - pV_{simulée}(p)) \\
&= \lim_{p\to 0} p \times pV_{consigne}(p)\,(1 - H_{BF}(p)) \\
&= \lim_{p\to 0} p \times a_{consigne}(p)\,(1 - H_{BF}(p)) \\
&= \lim_{p\to 0} \cancel{p} \times \frac{0.3g}{\cancel{p}} \left(1 - \frac{\frac{K_{BO}}{1+K_{BO}}}{1 + \frac{2\xi_{BO}}{\omega_{0_{BO}}(1+K_{BO})}p + \frac{1}{\omega_{0_{BO}}^2(1+K_{BO})}p^2} \right) \\
&= 0.3g \left(1 - \frac{K_{BO}}{1+K_{BO}} \right)
\end{aligned}$$

$$\varepsilon_{acc} = \frac{0.3g}{1+K_{BO}}$$

A.N. :

$$\varepsilon_{acc} = \frac{0.3 \times 9.81}{1 + 8.4 \times 10^{-3}} \simeq 2.918 \text{ m.s}^{-2}$$

Q 20. En déduire l'erreur relative en % et conclure sur l'exigence `Id = 1.1.1.2.1`.

L'erreur relative vaut :

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{relatif} &= \lim_{t\to\infty} \frac{a_{consigne}(t) - a_{simulé}(t)}{a_{consigne}(t)} \\
&= \frac{\varepsilon_{acc}}{0.3g} \\
&= \frac{\frac{\cancel{0.3g}}{1+K_{BO}}}{\cancel{0.3g}} \\
&= \frac{1}{1+K_{BO}}
\end{aligned}$$

A.N. :

$$\varepsilon_{relatif} = \frac{1}{1 + 8.4 \times 10^{-3}} \simeq 0.992 \quad \text{soit : } 99.2\%$$

L'exigence `Id = 1.1.1.2.1` n'est donc pas respectée.

Q 21. À partir de l'expression de ε déterminée à la question 19 montrer qu'un correcteur proportionnel de gain pur $K_{\text{corr. gain pur}}$ placé dans la chaîne directe, ou chaîne d'action, permet d'améliorer l'erreur relative observée à la question 20.

On a $\varepsilon_{\text{acc}} = \dfrac{0.3g}{1+K_{\text{BO}}}$, donc si on ajoute un correcteur de type gain pur, l'erreur d'accélération deviendra :

$$\varepsilon_{\text{acc}} = \frac{0.3g}{1+K_{\text{corr. gain pur}} \times K_{\text{BO}}}$$

L'objectif étant de diminuer cette erreur, on voit que ce gain pur devra donc être supérieur à 1. Ceci améliorera alors l'erreur relative observée à la question 20.

Q 22. Déterminer la valeur de $K_{\text{corr. gain pur}}$ permettant d'atteindre l'exigence `Id = 1.1.1.2.1`.

On cherche à avoir $\varepsilon_{\text{relatif}} < 10\%$, d'où d'après la question 20 et 21 :

$$\varepsilon_{\text{relatif}} = \frac{1}{1+K_{\text{corr. gain pur}} \times K_{\text{BO}}} < 0.1$$

$$1+K_{\text{corr. gain pur}} \times K_{\text{BO}} > \frac{1}{0.1} = 10$$

$$K_{\text{corr. gain pur}} > \frac{9}{K_{\text{BO}}}$$

A.N. :

$$K_{\text{corr. gain pur}} > \frac{9}{8.4\times10^{-3}} = 1071.4$$

Q 23. À partir de l'expression de ξ_{BF} déterminée à la question 17, montrer qu'un correcteur proportionnel de gain pur $K_{\text{corr. gain pur}}$ placé dans la chaîne directe, ou chaîne d'action, a une influence sur le dépassement observé à la question 18. Préciser alors le sens de variation du dépassement en fonction du gain $K_{\text{corr. gain pur}}$.

On avait en question 18 : $\xi_{\text{BF}} = \dfrac{\xi_{\text{BO}}}{\sqrt{1+K_{\text{BO}}}}$, en ajoutant un correcteur proportionnel de gain pur, le coefficient d'amortissement devient :

$$\xi_{\text{BF}} = \frac{\xi_{\text{BO}}}{\sqrt{1+K_{\text{corr. gain pur}} \times K_{\text{BO}}}}$$

On remarque que plus le $K_{\text{corr. gain pur}}$ augmente (lorsqu'il est supérieur à 1), plus le facteur d'amortissement diminue, ce qui implique que le dépassement sera plus important (d'après la FIGURE 9).

Q 24. Vérifier si l'exigence `Id = 1.1.1.1.2` est respectée avec la valeur de $K_{\text{corr. gain pur}}$ déterminée à la question 22.

$$\xi_{\text{BF}} = \frac{\xi_{\text{BO}}}{\sqrt{1+K_{\text{corr. gain pur}} \times K_{\text{BO}}}}$$

A.N. :

$$\xi_{\text{BF}} = \frac{0.5}{\sqrt{1+1071.4\times 8.4\times10^{-3}}} \simeq 0.16$$

À l'aide de la FIGURE 9, on obtient un premier dépassement d'environ 0.62, soit 62%.

L'exigence `Id = 1.1.1.1.2` (dépassement inférieur à 20%) n'est donc toujours pas respectée.

Q 25. À l'aide des sections 3.2.1 et 3.2.2, indiquer en quoi l'utilisation d'un correcteur proportionnel n'est pas suffisante dans le cas du Sled. Justifier le choix d'un correcteur proportionnel-intégral.

On a vu en section 3.2.1 qu'avec un correcteur proportionnel permettait de respecter l'exigence `Id = 1.1.1.2.1` concernant l'écart relatif. Mais en section 3.2.2 on s'est aperçu que le critère de dépassement (exigence `Id = 1.1.1.1.2`) ne peut être respecté (car il faudrait diminuer $K_{\text{corr. gain pur}}$ pour diminuer le dépassement, mais cela impliquerait que nous perdions le respect de l'exigence de précision sur l'écart relatif).

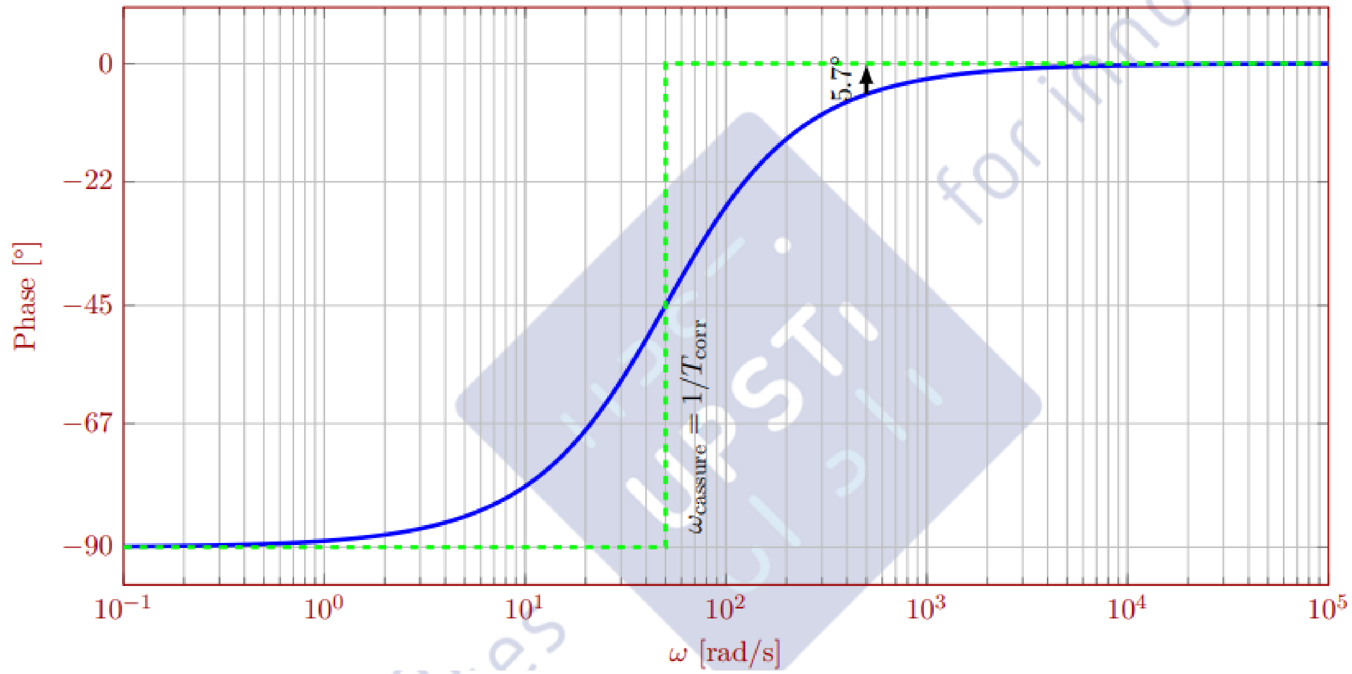
Un correcteur proportionnel-intégral permet d'augmenter la classe de la FTBO et donc d'avoir $\varepsilon_{\text{relatif}} = 0$ et cela indépendamment de la valeur de $K_{\text{corr. gain pur}}$. Ainsi on peut régler $K_{\text{corr. gain pur}}$ afin de respecter l'exigence de dépassement `Id = 1.1.1.1.2`.

Q 26. Tracer sur la copie le diagramme asymptotique de la phase du diagramme de Bode théorique du correcteur proportionnel-intégral. Préciser ses caractéristiques principales. Compléter le diagramme asymptotique de la phase avec l'allure du diagramme réel de phase du correcteur.

La phase du correcteur s'écrit :

$$\begin{aligned}\varphi &= \arg(K_{\text{corr}}) + \arg\left(\frac{1 + jT_{\text{corr}}\omega}{jT_{\text{corr}}\omega}\right)\\ &= 0 + \arctan\left(T_{\text{corr}}\omega\right) - \arg\left(jT_{\text{corr}}\omega\right)\\ &= -90 + \arctan\left(T_{\text{corr}}\omega\right)\end{aligned}$$

On obtient alors le diagramme de Bode suivant pour la phase :



Q 27. Exprimer $\Phi(H_{\text{BO}}(\omega_{c0\ \text{dB}}))$ en fonction de MP.

$$\Phi(H_{\text{BO}}(\omega_{c0\ \text{dB}})) = -180° + MP$$

Q 28. Exprimer $\Phi(H_{\text{BO}}(\omega_{c0\ \text{dB}}))$ en fonction de $\Phi(H_{\text{BO nc}}(\omega_{c0\ \text{dB}}))$, de T_{corr} et de $\omega_{c0\ \text{dB}}$.

$$\Phi(H_{\text{BO}}(\omega_{c0\ \text{dB}})) = \Phi(H_{\text{BO nc}}(\omega_{c0\ \text{dB}})) - 90° + \arctan(T_{\text{corr}}\omega_{c0\ \text{dB}})$$

Q 29. En déduire l'expression de $\Phi(H_{\text{BO nc}}(\omega_{c0\ \text{dB}}))$ en fonction de MP, de T_{corr} et de $\omega_{c0\ \text{dB}}$

$$\Phi(H_{\text{BO nc}}(\omega_{c0\ \text{dB}})) = -90° + MP - \arctan(T_{\text{corr}}\omega_{c0\ \text{dB}})$$

Q 30. Préciser comment est déterminée la pulsation de cassure du correcteur dans la méthode décrite dans le code Python de la FIGURE 10 (ligne 26).

La pulsation de cassure du correcteur est choisi à une décade de la pulsation de coupure à 0 dB de la fonction de transfert non corrigée. Cela implique un déphasage au niveau de la pulsation de coupure à 0 dB de 5.7°, ce qui a été pris en compte ligne 21.

Q 31. Retrouver la valeur 5.7° utilisée ligne 21 dans la méthode décrite dans le code Python de la FIGURE 10 ;

En se plaçant à une décade de la pulsation de cassure du correcteur (qui est la phase de coupure à 0 dB de la fonction de transfert non corrigée), on obtient une phase de :

$$\phi = -90 + \arctan\left(\cancel{T_{corr}} \times \frac{10}{\cancel{T_{corr}}}\right) = -90 + \arctan(10) = -90 + 84.29 = -5.69°$$

Q 32. Représenter cette valeur sur le tracé du diagramme de Bode de la phase du correcteur PI (question 26) et indiquer à quoi correspond cette valeur.

Cette valeur correspond au déphasage induit par l'ajout d'un correcteur dont la pulsation de cassure est située à une décade avant la pulsation de coupure à 0 dB de la fonction de transfert non corrigée. Pour régler la marge de phase d'une fonction de transfert avec un correcteur PI par la méthode du décalage à une décade, il faut prendre en compte et régler une marge de phase de :

$$MP = MP_{\text{voulue}} + 5.7°$$

Ce qui permet d'anticiper le déphasage du correcteur PI.

Q 33. Évaluer graphiquement la marge de phase du système corrigé et conclure au regard de l'exigence `Id = 1.1.1.1.1`.

On lit graphiquement une marge de phase d'environ :

$$MP = 42° > 30° \qquad \text{exigence } \texttt{Id : 1.1.1.1.1}$$

Ce qui respecte l'exigence `Id : 1.1.1.1.1`.

Q 34. Évaluer le premier dépassement suite à l'échelon de consigne de $0.3g$ et conclure au regard de l'exigence `Id = 1.1.1.1.2`.

Le premier dépassement que l'on peut observer en FIGURE 12 est de :

$$D_{\%} = \frac{3.6 - 3}{3} \times 100 = 0.2 \times 100 = 20\%$$

En ayant pris 3.6 $m.s^{-2}$, nous avons surestimé la mesure, on peut donc valider l'exigence `Id : 1.1.1.1.2` qui impose un dépassement inférieur à 20%.

Q 35. Conclure, en justifiant, au regard de l'exigence `Id = 1.1.1.2.1`.

La précision indicielle est de :

$$\text{précision} = \frac{|0.3 \times g - 3.0|}{0.3 \times g} = \left|1 - \frac{3.0}{0.3 \times g}\right| = \left|1 - \frac{10}{g}\right|$$

$$\text{précision} = \left|1 - \frac{10}{9.81}\right| = 0.019 = 1.9\% < 10\% \qquad \text{exigence } \texttt{Id : 1.1.1.2.1}$$

On ne peut pas valider toutes les exigences avec les études réalisées jusqu'ici, mais les exigences `Id : 1.1.1.1.1`, `Id : 1.1.1.1.2` et `Id : 1.1.1.2.1` sont validées avec un correcteur PI réglé à une décade.

Q 36. Déterminer le rapport $k = \dfrac{\omega_1(t)}{\omega_2(t)}$

$k = \dfrac{\omega_1(t)}{\omega_2(t)} = \dfrac{D_2}{D_1}$ (en considérant une vitesse de glissement nulle entre la courroie et les poulies 1 et 2)

Q 37. Déterminer $v(t)$ en fonction de $\omega_1(t)$ et d'un paramètre géométrique. Préciser les hypothèses nécessaires à la détermination de k et de la relation entre $v(t)$ et $\omega_1(t)$.

$v(t) = \overrightarrow{V}_{G_S,S/S_0} \cdot \vec{x}_0$, or $\overrightarrow{V}_{G_S,S/S_0} = \overrightarrow{V}_{C,S/S_0} = \overrightarrow{V}_{C,C2/S_0} = \overrightarrow{V}_{I,C2/S_0} = \overrightarrow{V}_{I,\text{poulie } 3/S_0}$ (en considérant une vitesse de glissement nulle entre la poulie 3 et la courroie C2).

Avec I le point de contact entre la courroie C2 et la poulie 3.

$\overrightarrow{V}_{I,\text{poulie } 3/S_0} = \overrightarrow{V}_{O_3,\text{poulie } 3/S_0} + \overrightarrow{IO_3} \wedge \overrightarrow{\Omega}_{(P_3/S_0)}$

Or $\overrightarrow{\Omega}_{(P_3/S_0)} = \overrightarrow{\Omega}_{(P_2/S_0)} = \omega_2(t)\vec{z}_0$ car $\overrightarrow{\Omega}_{(P_3/P_2)} = \vec{0}$

$\overrightarrow{V}_{I,\text{poulie } 3/S_0} = \vec{0} + (-\dfrac{D_3}{2}\vec{y}_0) \wedge \omega_2(t)\vec{z}_0 = -\dfrac{D_3}{2}\omega_2(t)\vec{x}_0$, soit d'après la question 36 :

$$v(t) = -\frac{D_3\,\omega_1(t)}{2\,k}$$