

Durée de l'épreuve : 2h

Aucun document autorisé - Calculatrice autorisée

La notation tiendra compte de la rigueur des raisonnements et de la qualité graphique de la composition.

COURS

Tracer, en les justifiant, les diagrammes de Bode asymptotiques et l'allure des diagrammes réels du système modélisé par la fonction de transfert $G(p) = \frac{40}{p \cdot (1+2,1p+0,2p^2)}$.

On indiquera sur les tracés toutes les valeurs remarquables du gain (dB) ainsi que de la phase (°).

Robot de traite automatique LELY

d'après Centrale-Supelec MP 2013

1. Contexte de l'étude

Pour répondre à une demande soutenue des consommateurs, les agriculteurs de la filière laitière doivent assurer un volume de production de lait constant tout au long de l'année, tout en garantissant une hygiène parfaite et un respect des réglementations sur l'environnement et le bon traitement des animaux.

Afin d'atteindre cet objectif tout en améliorant leurs propres conditions de vie (réduction des travaux pénibles et répétitifs, développement de nouvelles activités économiques, etc.), une grande partie des producteurs laitiers s'est équipée de robots de traite automatique tels que le modèle Astronaut A3 de l'entreprise néerlandaise LELY, présenté figure 1.

Deux exemplaires de ce modèle sont implantés dans le GAEC laitier Caverre, situé à Yvignac-La-Tour (Côtes d'Armor), dont le cheptel comprend 120 vaches Prim'Holstein, race bovine utilisée pour sa production de lait importante, régulière et de qualité.



Figure 1 : Le robot de traite LELY ; le box présenté figure 2 se trouve à l'arrière



Figure 2 : Vache en phase de traite et d'alimentation dans le box du robot de traite LELY

L'implantation d'un système de traite automatique permet de laisser à la vache la liberté de choisir le moment de la traite. Lorsqu'une vache se présente dans le box du robot (voir figure 2), elle est identifiée puis le processus de traite débute et est géré de manière totalement automatique (traite, alimentation de l'animal et contrôle en continu de la qualité du lait).

Le choix d'une traite par un robot présente des avantages très importants pour les producteurs:

- augmentation de 15 à 20% de la production laitière par vache, du fait de la multiplication des traites ;
- amélioration de l'état général des vaches par réduction des infections au niveau des trayons (ou pis lactifères) connectés au système de traite ;
- animaux plus calmes car la traite est gérée individuellement (moins d'interactions entre les vaches) ;
- réduction globale du coût d'une traite (main d'œuvre, entretien, tests du lait, etc.).

Un extrait du cahier des charges du robot Lely décrit sous forme de diagramme des exigences est donné page suivante.

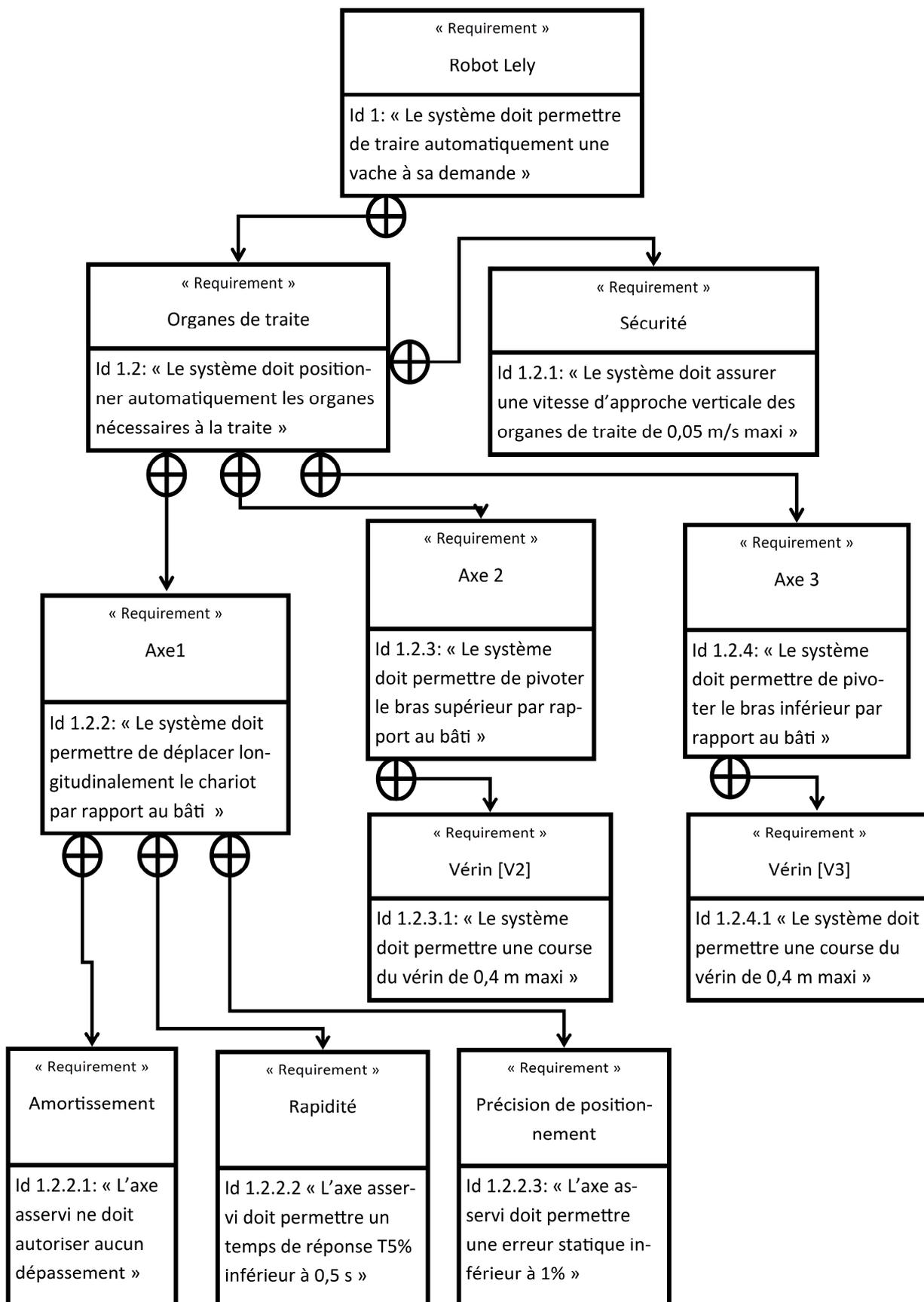


Figure 3 : Diagramme des exigences

2. Description de la structure du robot

La partie du robot de traite Lely dévolue à l'interaction avec la vache comprend principalement :

- un box où est installée la vache pendant la phase de traite (voir figure 2) ;
- une structure de positionnement de la tête de traite.

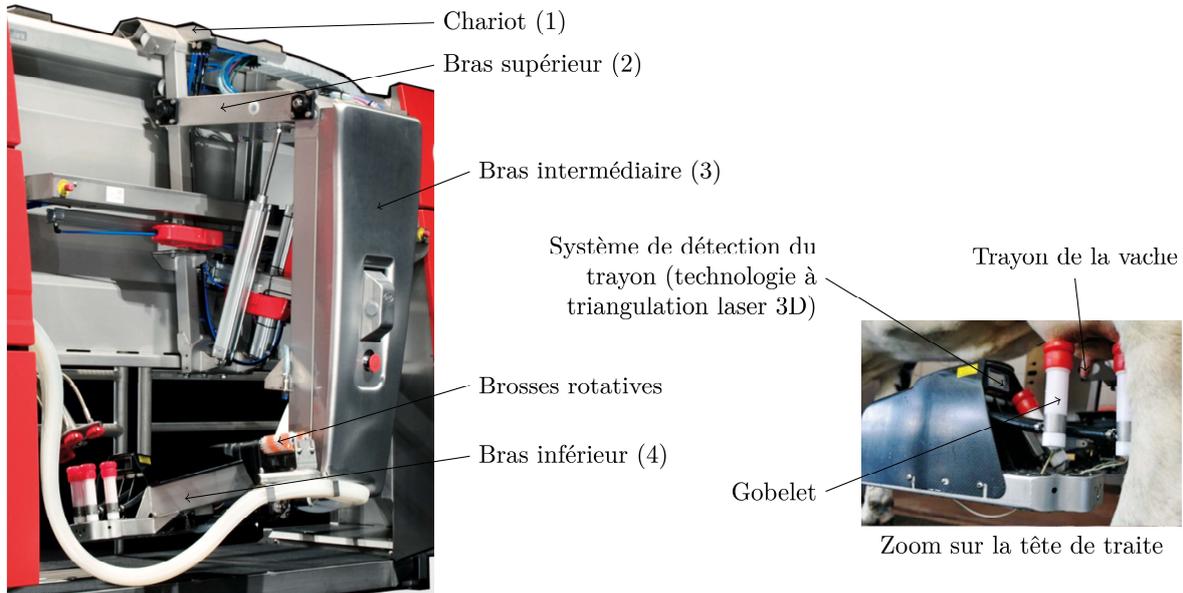


Figure 4 : Structure mécanique du système de positionnement de la tête de traite et zoom sur la tête de traite avec les gobelets connectés aux trayons (d'après plaquette LELY)

La structure mécanique permettant le positionnement précis de la tête de traite par rapport à l'animal est un système à trois degrés de liberté comprenant (voir figure 5) un chariot (1), un bras supérieur (2) et un ensemble (3+4) en mouvements relatifs : l'ensemble (3+4) est composé du bras intermédiaire (3) et du bras inférieur (4) liés de manière complète. Conformément à l'intitulé traditionnel en robotique, on appelle « axe » un mouvement piloté et asservi. La partie mécanique du système Lely étudié comporte trois axes.

- **axe 1** : le chariot (1) se déplace longitudinalement (direction \vec{x}_0) par rapport au bâti (0) ; un moteur à courant continu commande son déplacement et son maintien en position ;
- **axe 2** : le bras supérieur (2) pivote autour d'un axe horizontal (rotation dans le plan de normale \vec{x}_0) par rapport au chariot (1) ; un vérin pneumatique $[V2]=\{5,5'\}$ commande le pivotement et le maintien en position du bras (2) ;
- **axe 3** : le bras intermédiaire (3), élément de l'ensemble (3+4), pivote autour d'un axe horizontal (rotation dans le plan de normale \vec{x}_0) par rapport au bras supérieur (2) ; un vérin $[V3]=\{6,6'\}$ commande le pivotement et le maintien en position du bras (3).

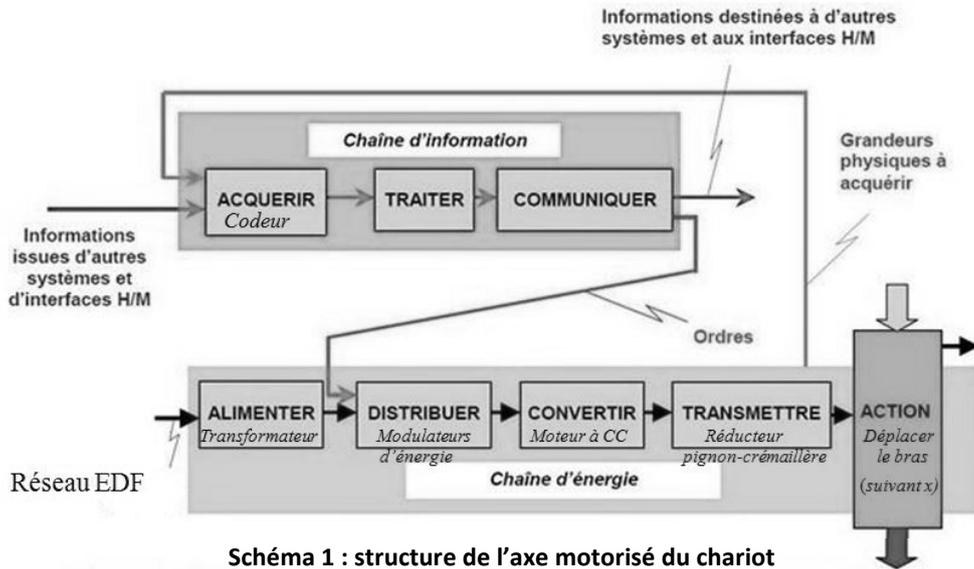
Le bras inférieur (4), élément de l'ensemble (3+4), porte le système de branchement aux trayons, le système pulsateur, le système de nettoyage (brosses rotatives) ainsi que la tête de traite, constituée des gobelets et du système de détection des trayons par triangulation laser 3D.

L'interface entre l'utilisateur et le robot se présente sous la forme d'un écran tactile (système « X-link ») qui affiche toutes les commandes et informations nécessaires au fonctionnement et à l'entretien du robot.

ETUDE DES PERFORMANCES DE L'AXE MOTORISE ASSERVI

Le système de traite étant positionné suivant \vec{y}_0 et suivant \vec{z}_0 , nous allons nous intéresser plus particulièrement au mouvement du chariot **1**, suivant la direction \vec{x}_0 , lorsque le robot est en phase de traite de la vache (gobelets trayeurs positionnés sur la vache et en mode extraction du lait).

3. Structure de l'axe motorisé du chariot



Chaîne d'énergie :

- modulateur d'énergie : Hacheur.
- moteur à courant continu :

Modèle de connaissance :

$$u_m(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} + e(t) \quad c_m(t) = K_t \cdot i(t) \quad e(t) = K_e \cdot \omega_m(t) \quad c_m(t) - c_r(t) = J \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt}$$

où $u_m(t)$ est la tension moteur (V), $i_m(t)$ est le courant moteur (A), $e(t)$ est la force contre-électromotrice (V), $c_m(t)$, est le couple moteur (Nm) et $c_r(t)$, est le couple résistant s'appliquant sur l'arbre moteur (Nm) du fait des efforts auxquels est soumis le système.

On note :

- R : résistance de l'induit,
- L : inductance propre,
- K_e : constante électrique,
- K_t : constante de couple,
- J : inertie équivalente de l'ensemble en mouvement.

- réducteur :

$$\text{Rapport de réduction } r = \frac{\theta_r(t)}{\theta_m(t)} = \frac{1}{19}$$

où $\theta_r(t)$ est la position angulaire en sortie du réducteur et $\theta_m(t)$ est la position angulaire en sortie du moteur.

- pignon-crémaillère :

$$\text{Modèle de connaissance : } x(t) = \frac{\phi_p}{2} \theta_r(t)$$

où $x(t)$ est la distance parcourue par le chariot et ϕ_p , le diamètre du pignon, $\phi_p = 50$ mm.

Chaîne d'information :

- capteur : codeur incrémental modélisé par un gain pur K_{cap} .
- IHM : interface d'adaptation modélisée par un gain pur K_a ;
- carte de commande.

L'axe motorisé est **asservi en position** à l'aide du capteur.

La carte de commande élabore l'écart $\varepsilon(t)$ entre $N_c(t)$, image de la position de consigne et $N_{mes}(t)$, image de l'angle mesuré par le capteur.

L'écart $\varepsilon(t)$ est ensuite corrigé par l'ensemble correcteur et modulateur(hacheur) afin de fournir la tension $u_m(t)$ au moteur.

L'ensemble correcteur + hacheur sera modélisé par la fonction de transfert $C(p)$.

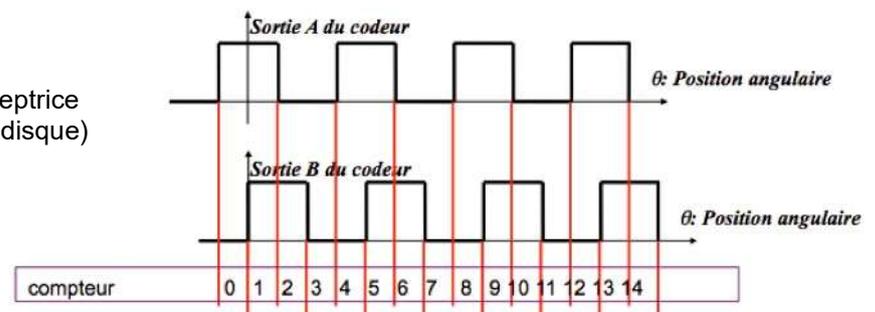
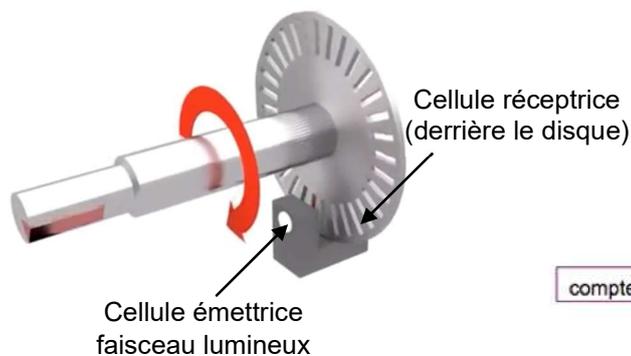
4. Modélisation de l'axe motorisé

Q1. En supposant les conditions initiales nulles, compléter le schéma-blocs modélisant l'asservissement en position de l'axe motorisé du chariot.

On indiquera les fonctions de transfert de chaque bloc ainsi que les variables entre blocs.

Le codeur incrémental est composé de deux voies (voies A et B) qui permettent de déterminer le sens de rotation en plus de la position angulaire. Chaque voie est composée de 36 fentes. Ce codeur incrémental est associé à un compteur d'impulsions qui est incrémenté de 1 à chaque changement d'état sur les voies A et B : état haut : faisceau lumineux passant à travers une fente ; état bas : faisceau bloqué.

Le nombre de changements d'état de chaque voie est donc égal au nombre de fentes multiplié par 2.



Q2. Calculer la valeur du gain K_{cap} du codeur exprimé en $\text{incrément} \cdot \text{rad}^{-1}$.

NB : 1 incrément = 1 impulsion.

Q3. Donner l'expression, puis la valeur numérique (préciser l'unité) du gain d'adaptation K_a afin que l'axe motorisé soit correctement asservi. **On supposera cette condition vérifiée dans la suite.**

Soient $H_1(p)$ et $H_2(p)$ les fonctions de transfert telles que : $\Omega_m(p) = H_1(p) \cdot U_m(p) + H_2(p) \cdot C_r(p)$

Q4. Déterminer les expressions littérales des formes canoniques des fonctions de transfert $H_1(p)$ et $H_2(p)$ en fonction des constantes du problème (on s'attachera à justifier l'expression de $H_2(p)$ en « reconstruisant » le schéma-blocs).

Q5. Compléter alors le schéma-blocs à retour unitaire du document réponses en faisant apparaître K_{cap} , K_a , $C(p)$, $H_1(p)$ et $H_2(p)$.

En déduire l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO}(p)$ du système sans perturbation.

5. Modèle comportemental

Une mesure expérimentale a été effectuée sur le moteur seul lorsque celui-ci est soumis à un échelon de tension d'amplitude $U_0 = 48V$, en absence de couple résistant.

Le résultat de cet essai est fourni figure 5 :

$\omega_m(t)$ (rad.s⁻¹)

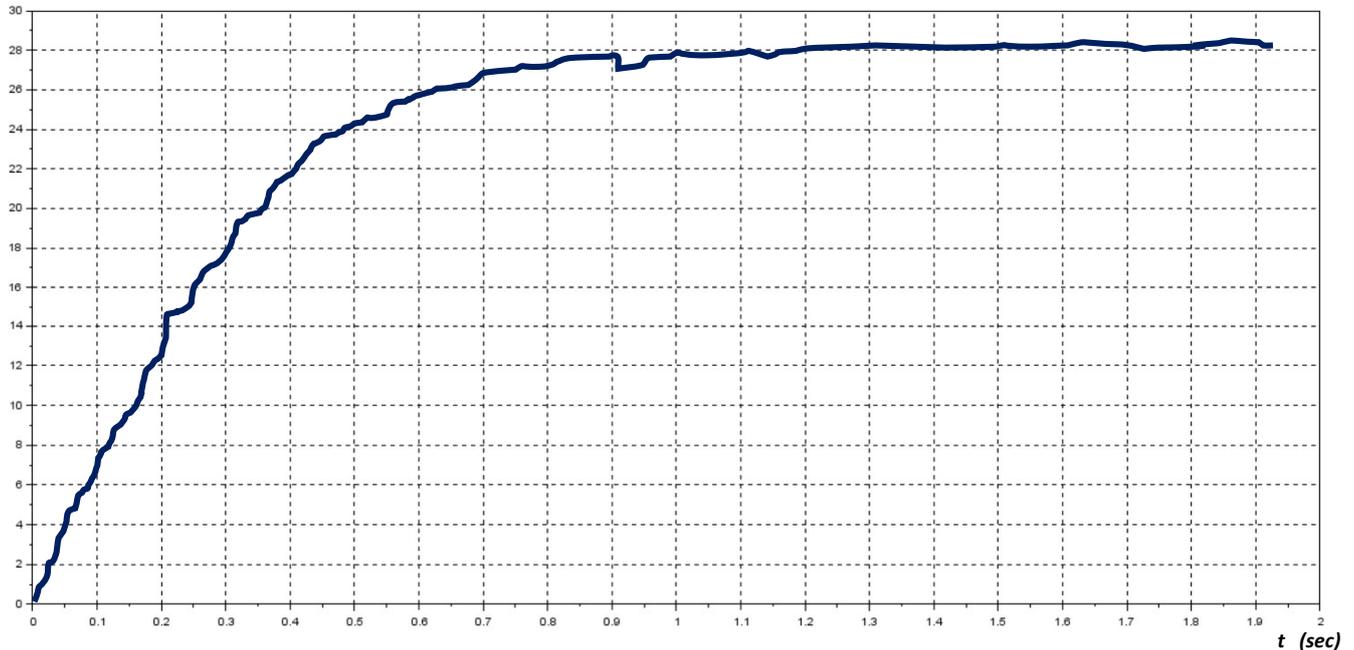


Figure 5 : Réponse indicielle du moteur seul ($C_r=0$) à un échelon de tension $U_0=48V$

Q6. Exprimer les pôles d'un système d'ordre 2 en fonction de son amortissement et de sa pulsation propre.

Q7. À l'aide de la figure 5, justifier que $H_1(p)$ peut être assimilée à une fonction de transfert d'ordre 1 dont on calculera les paramètres caractéristiques.

Q8. Exprimer alors $\omega_m(t)$ en fonction de U_0 et des paramètres identifiés question précédente.

6. Correction proportionnelle

Pour la suite, on modélise le comportement du système en boucle ouverte par $H_{BO}(p) = C(p) \cdot \frac{K_{BO}}{p \cdot (1 + T_{BO} \cdot p)}$.

On envisage dans un premier temps un correcteur à action proportionnelle tel que $C(p) = K_{corr}$.

Le schéma-bloc du système non perturbé correspond alors à celui de la **Figure 6** :

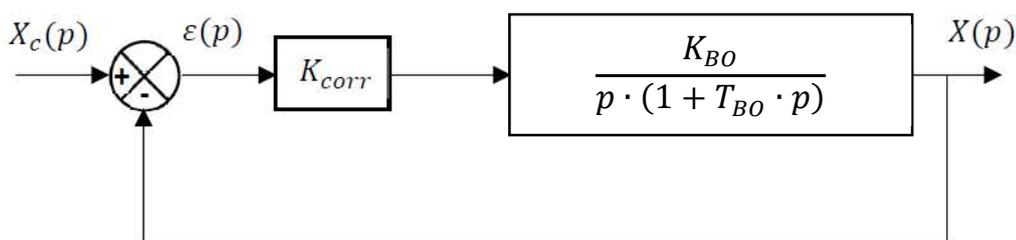


Figure 6 : Schéma-bloc simplifié du système non perturbé avec $C(p) = K_{corr}$

Q9. Déterminer l'expression littérale de la forme canonique de $H_{BF}(p) = \frac{X(p)}{X_c(p)}$, fonction de transfert en boucle fermée de la modélisation de la Figure 6 et exprimer ses différents paramètres caractéristiques.

On donne, sur le document réponses, les diagrammes de Bode de $H_{BF}(p)$ pour $C(p) = K_{corr} = 1$.

Q10. En indiquant toutes les grandeurs utiles sur les diagrammes de Bode, calculer les différents paramètres caractéristiques de $H_{BF}(p)$.

Conclure sur les exigences de précision et d'amortissement du cahier des charges (on calculera la valeur du premier dépassement relatif si l'exigence d'amortissement n'est pas satisfaite).

Q11. Calculer alors la valeur maximale de K_{corr} , notée K_{corr}^{MAX} , permettant de satisfaire à la fois les exigences de précision et d'amortissement.

Q12. Déterminer la valeur du temps de réponse à 5 % de ce modèle pour $K_{corr} = K_{corr}^{MAX}$ à partir de l'abaque du temps de réponse réduit (Figure 7).

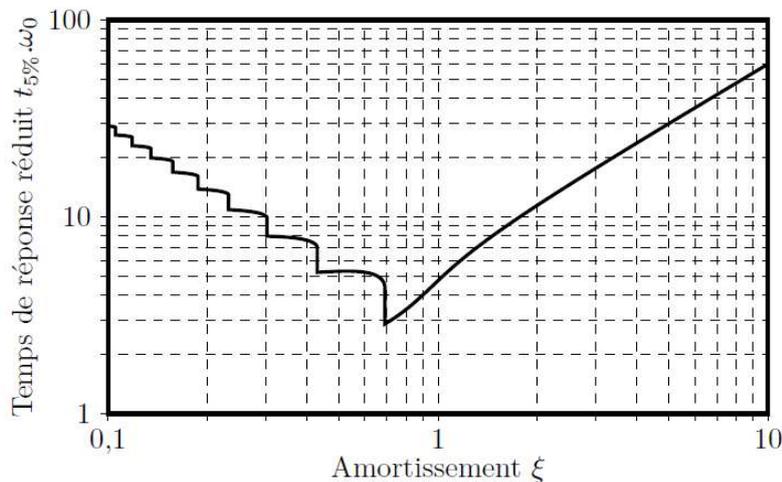


Figure 7 : Abaque du temps de réponse réduit pour un système d'ordre 2

Q13. Conclure sur les capacités de la correction à action proportionnelle pure vis-à-vis des performances à atteindre.

7. Correction à l'aide d'un correcteur à avance de phase

Le correcteur finalement retenu est un correcteur à avance de phase.

La fonction de transfert $C(p)$ prend alors la forme suivante : $C(p) = K_c \cdot \frac{1+a \cdot T_c \cdot p}{1+T_c \cdot p}$

avec $K_c > 0$ et $a > 1$.

Q14. Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques du correcteur à avance de phase.

On justifiera ces tracés.

Tracer l'allure des diagrammes réels.

Q15. Déterminer l'expression littérale, en fonction de a et de T_c , de la pulsation ω_m pour laquelle la phase du correcteur est maximale.

Q16. Déterminer l'expression littérale, en fonction de a et de K_c , du gain dB du correcteur à la pulsation ω_m .

Un premier réglage des paramètres a et T_c de ce correcteur a été effectué.

On donne sur le document réponses, les diagrammes de Bode de $H_{BO}(p)$:

- sans correction,
- corrigée à l'aide du correcteur à avance de phase pour a et T_c réglés et $K_c = 1$

Q17. À partir des réponses formulées aux questions Q14 à Q16, justifier l'effet du correcteur à avance de phase sur les diagrammes de Bode de $H_{BO}(p)$ corrigée.

Q18. Quelle sera l'influence de la modification du gain K_c du correcteur sur les diagrammes de Bode de $H_{BO}(p)$ corrigée ? Justifier.

Afin de satisfaire l'exigence de rapidité du cahier des charges de l'axe motorisé, il est nécessaire que **la pulsation de coupure de $H_{BO}(p)$ corrigée soit supérieure à 50 rad.s⁻¹.**

Q19. À partir de la réponse formulée à la question Q18 et en indiquant toutes grandeurs utiles sur les diagrammes de Bode fournis, calculer la valeur minimale de K_c permettant d'assurer la pulsation de coupure souhaitée de $H_{BO}(p)$ corrigée.

Le réglage de ce correcteur à avance de phase, qui fera l'objet d'une étude plus approfondie en 2^{ème} année, a permis non seulement d'améliorer les performances visées dans le cahier des charges de l'axe motorisé, mais aussi d'augmenter ses **marges de stabilité**... qui seront définies en 2^{ème} année.

FIN
