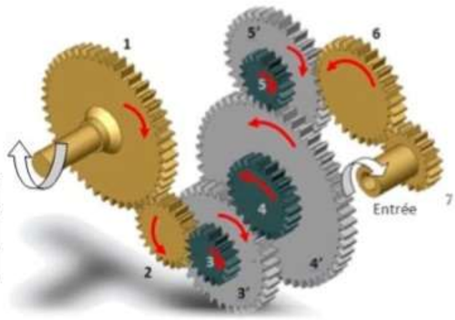
EXERCICE 1 : Train d'engrenages simple

Q1 :



Q2 :

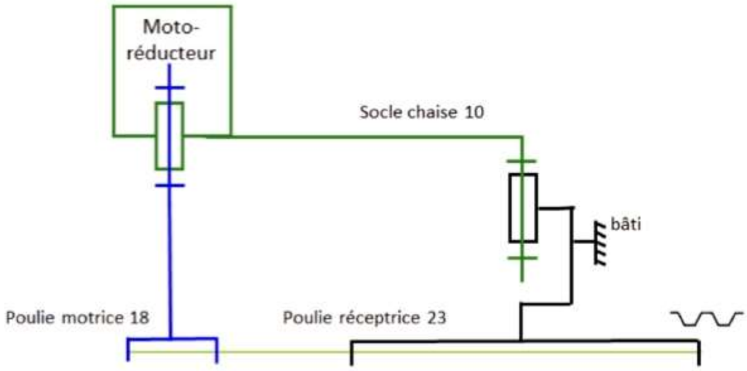
Z1	Z2	Z3	Z3'	Z4	Z4'	Z5	Z5'	Z6	Z7
Menée	Menée Menante	Menante	Menée	Menante	Menée	Menante	Menée	Menée Menante	Menante
65	32	24	48	38	82	26	54	42	30

Relation de Willis : $\mathbf{k} = \frac{\omega_{s/0}}{\omega_{e/0}} = (-1)^6 \frac{\prod Z_{menantes}}{\prod Z_{menées}} = \frac{30\times42\times26\times38\times24\times32}{42\times54\times82\times48\times32\times65} = \mathbf{0,05}$

k positif donc la sortie et l'entrée tournent dans le même sens et k < 1 donc il s'agit d'un réducteur de vitesse.

EXERCICE 2 : Axe de lacet du robot ERICC

On donne : $D_{18} = 24$ mm
$D_{23} = 80$ mm



Q1 : $\mathbf{r} = \frac{\omega_{23/10}}{\omega_{18/10}} = \frac{D_{18}}{D_{23}} = 0{,}3$

Q2 : On cherche ici $\omega_{10/bâti}$:

$\mathbf{r} = \frac{\omega_{23/10}}{\omega_{18/10}} = \frac{\omega_{23/bâti} - \omega_{10/bâti}}{\omega_{18/10}}$: composition des vitesse

Or $\omega_{23/bâti} = 0$, donc $\omega_{10/bâti} = -r.\omega_{\frac{18}{10}} = -0,3\times50 = -15\ tr/min$: le robot tourne autour de l'axe de lacet dans le sens opposé au moto-réducteur.

EXERCICE 3 : Chariot de manutention motorisé

Repère de la roue	Module m	Nombre de dents z	Diamètre primitif D
27	1,5	16	24
35	1,5	84	126
5	1,5	14	21
11	1,5	56	84
16	1,5	75	112,5

Question 2 : *Déterminer, en tr/min, la vitesse de rotation de la roue 46 par rapport au carter 8.*

$\left|N_{roue/8}\right| = \left|N_{arbre\ moteur/8}\right| \times k$ avec $k = \frac{|\omega_{46/8}|}{|\omega_{26/8}|} = \frac{|\omega_{16/8}|}{|\omega_{27/8}|}$ $k = \frac{Z_{27}\times Z_5 \times Z_{11}}{Z_{35}\times Z_{11}\times Z_{16}} = \frac{16\times14}{84\times75} = 0{,}035$

Donc : $\left|N_{roue/8}\right| = 1500\times0{,}035 = \boxed{52{,}5\ tr/\min}$

Cela n'a pas de "sens" de dire que l'arbre de sortie tourne ou pas dans le même sens que l'arbre d'entrée car les directions de l'axe de l'arbre d'entrée et de l'axe de l'arbre de sortie ne sont pas les mêmes.

On raisonne donc avec les valeurs absolues des vitesses…

Le RSG implique que $\Rightarrow \overrightarrow{V_{I\in R/S}} = \vec{0}$

Or $\overrightarrow{V_{I\in R/S}} = \overrightarrow{V_{A\in R/S}} + \overrightarrow{IA} \wedge \overrightarrow{\Omega_{R/S}}$

Avec $\overrightarrow{V_{A\in R/S}} = \underbrace{\overrightarrow{V_{A\in R/C}}}_{\vec{0}} + \overrightarrow{V_{A\in C/S}}$ (Car A est sur l'axe de rotation du Mvt R/C)

et $\overrightarrow{\Omega_{R/S}} = \overrightarrow{\Omega_{R/C}} + \underbrace{\overrightarrow{\Omega_{C/S}}}_{\vec{0}}$ (Car le châssis est en mouvement de translation par rapport au sol)

Donc : $\overrightarrow{V_{A\in C/S}} = -r \cdot \vec{y} \wedge \omega_{R/C} \cdot \vec{z} = -r \cdot \omega_{R/C} \cdot \vec{x}$ (quand $\omega_{R/C} < 0 \Rightarrow \overrightarrow{V_{A\in C/S}} > 0$)

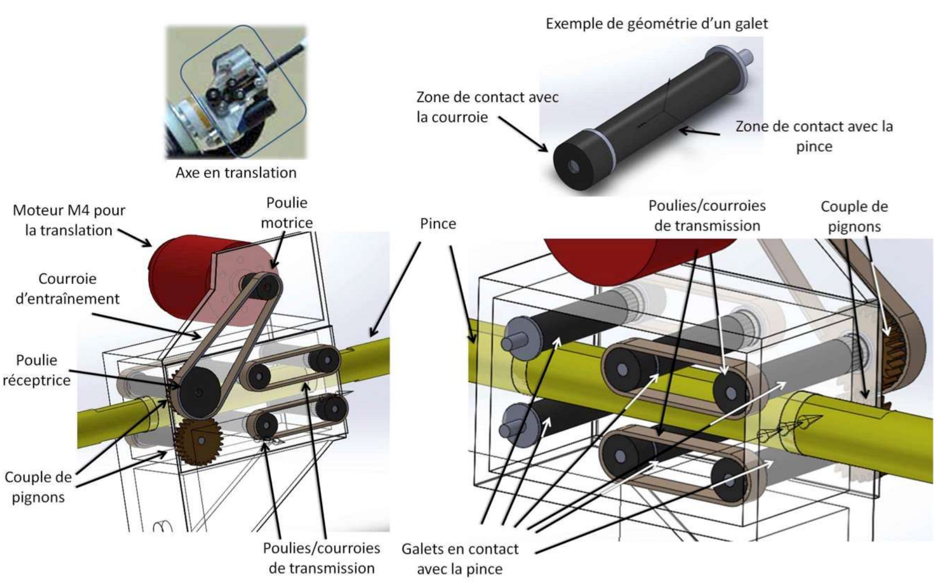
Lorsque le chariot avance en ligne droite, le carter 8 est fixe par rapport au châssis

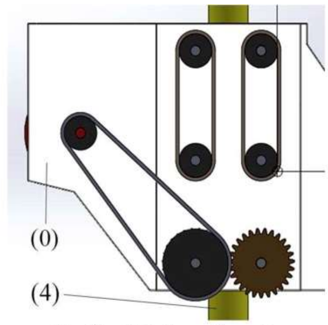
$$\left\|\overrightarrow{V_{A\in C/S}}\right\| = r \cdot |\omega_{R/C}| = r \cdot |\omega_{46/8}| = 90 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{52{,}5 \times 2 \cdot \pi}{60} = \boxed{49{,}48 \cdot 10^{-2}\, m/s}$$

La vitesse de déplacement du chariot est de : $\dfrac{49{,}48 \cdot 10^{-2} \times 3600}{1000} = \boxed{1{,}78\, km/h} < 2 km/h$ <u>Le critère de l'exigence est donc respecté.</u>

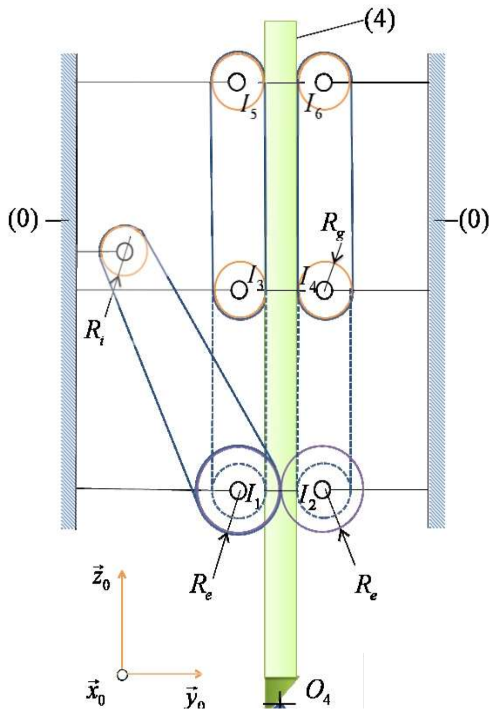
<u>EXERCICE 4</u> : **Micromanipulateur compact pour chirurgie endoscopique** *d'après Mines-Ponts 2016*

La transmission d'effort d'un micromanipulateur pour chirurgie endoscopique est représentée ci dessous ainsi qu'un schéma cinématique simplifié minimal de cet axe pour cette étude.





Modèle CAO du système de transmission de puissance



La transmission de mouvement entre le galet 1 et le galet 2 se faisant par un engrenage dont les pignons ont le même rayon primitif, ces 2 galets ont la même vitesse de rotation ω_e.
De plus, la transmission de mouvement entre galets se faisant par des systèmes poulies-courroie dont les poulies ont le même rayon, on peut déduire que tous les galets ont la même vitesse de rotation ω_e.

La condition de RSG entre la pince 4 et les galets donne alors $v = R_g \cdot \omega_e$.
Or $\frac{\omega_e}{\omega_i} = \frac{R_i}{R_e}$: système poulies-courroie.
De plus $\omega_i = r \cdot \omega_m$.

On conclut donc : $\boxed{v(t) = R_g \cdot \frac{R_i}{R_e} \cdot r \cdot \omega_m(t)}$

EXERCICE 5 : **Train épicycloïdal : Poulie REDEX**

Q1.

Satellite	6,10
Porte satellite	5
PLA	31
PLB	24

Relation de Willis dans le référentiel du porte satellite :

$$\frac{\omega_{31/5}}{\omega_{24/5}} = (-1)^2 \frac{Z_{24}.Z_6}{Z_{10}.Z_{31}} = \frac{Z_{24}.Z_6}{Z_{10}.Z_{31}} \qquad \textbf{(1)}$$

Configuration d'utilisation :

- Entrée : 5
- Sortie : 31
- 24 = 18 = bâti

Le rapport de réduction de la poulie REDEX est donc $r = \frac{\omega_{31/18}}{\omega_{5/18}} = \frac{\omega_{31/24}}{\omega_{5/24}}$

En traduisant la composition des mouvements dans la relation (1) on obtient :

$$\frac{\omega_{31/5}}{\omega_{24/5}} = \frac{\omega_{31/24} + \omega_{24/5}}{\omega_{24/5}} = \frac{\omega_{31/24}}{-\omega_{5/24}} + 1 = \frac{Z_{24}.Z_6}{Z_{10}.Z_{31}}$$

Soit :

$$-r + 1 = \frac{Z_{24}.Z_6}{Z_{10}.Z_{31}}$$

Finalement :

$$\boxed{\boldsymbol{r = 1 - \frac{Z_{24}.Z_6}{Z_{10}.Z_{31}}}}$$

AN : **r = - 0,17**

EXERCICE 6 : **Train épicycloïdal : Système de levage**

Q1.

	Train 1	Train 2
Satellite	37	36
Porte satellite	17	28
PLA	25	8
PLB	19	17

Q2.

Relation de Willis dans le référentiel du porte satellite du train 1 :

$$\frac{\omega_{25/17}}{\omega_{19/17}} = (-1)^1 \frac{Z_{19}.Z_{37}}{Z_{37}.Z_{25}} = -\frac{Z_{19}}{Z_{25}} \qquad \textbf{(1)}$$

Remarque : On demande ici la relation entre ω_{19}, ω_{25} et ω_{17}.
Le solide de référence n'étant pas précisé, il s'agit implicitement du bâti, ici la couronne 8.
On souhaite donc la relation entre $\omega_{19/8}$, $\omega_{25/8}$ et $\omega_{17/8}$.

En traduisant la composition des mouvements dans la relation (1) on obtient :

$$\boxed{\frac{\omega_{25/8}-\omega_{17/8}}{\omega_{19/8}-\omega_{17/8}} = -\frac{Z_{19}}{Z_{25}}} \qquad \textbf{(1*)}$$

Q3.

Relation de Willis dans le référentiel du porte satellite du train 2 :

$$\frac{\omega_{8/28}}{\omega_{17/28}} = (-1)^1 \frac{Z_{17}.Z_{36}}{Z_{36}.Z_{8}} = -\frac{Z_{17}}{Z_{8}} \qquad \textbf{(2)}$$

En traduisant la composition des mouvements dans la relation (2) on obtient :

$$\boxed{\frac{-\omega_{28/8}}{\omega_{17/8}-\omega_{28/8}} = -\frac{Z_{17}}{Z_{8}}} \qquad \textbf{(2*)}$$

Q4.

Dans ce transmetteur type roue et vis sans fin, on peut écrire : $\boxed{\frac{\omega_{13/8}}{\omega_{34/8}} = \frac{1}{Z_{13}}}$ **(3)**

Car la vis 34 possède 1 seul filet et la roue 13 possède Z_{13} dents.

Q5. Configuration d'utilisation :

- Entrées : petite vitesse : 34
  grande vitesse : 18 = 19
- Sortie : 1 = 28
- Bâti : 8
- 13 = 25

En notant :

- $\omega_{PV} = \omega_{34/8}$,
- $\omega_{GV} = \omega_{18/8}$,
- $\omega_{sortie} = \omega_{1/8}$,

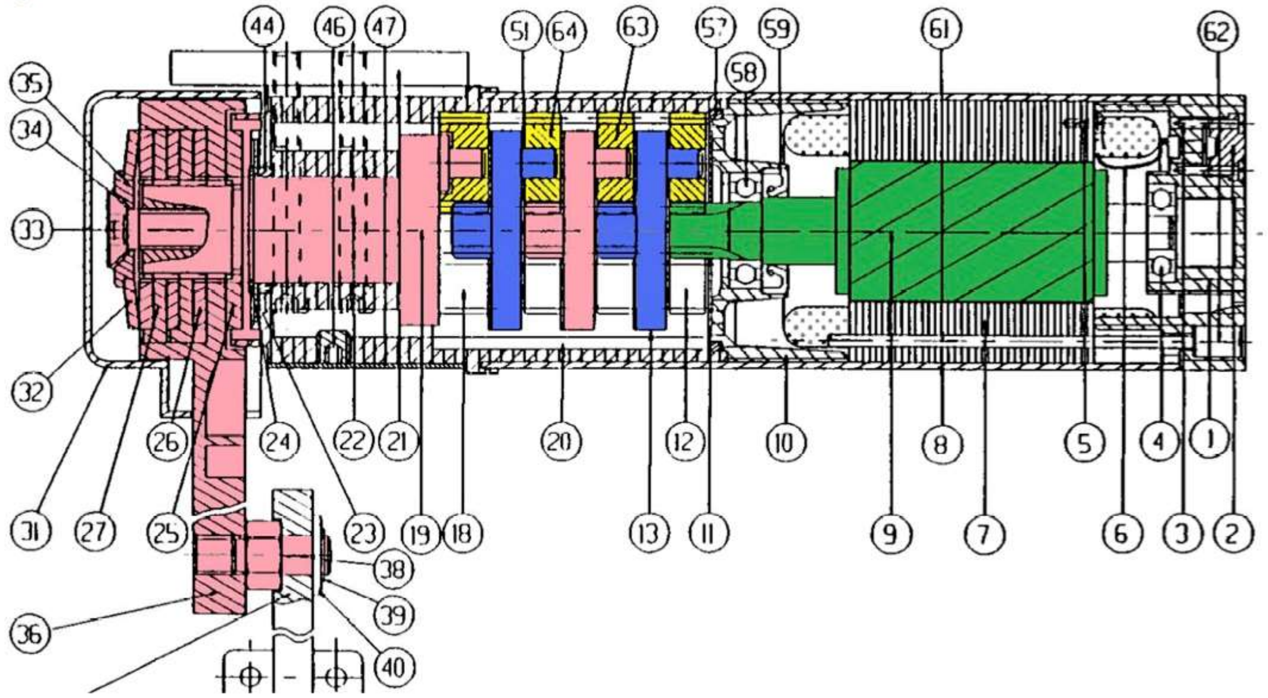
En combinant les équations (1*),(2*) et (3), on obtient :

$$\boxed{\boldsymbol{\omega_{sortie} = \frac{Z_{17}.Z_{25}}{(Z_{17}+Z_8).(Z_{25}+Z_{19})}.\left(\frac{1}{Z_{13}}\omega_{PV} + \frac{Z_{19}}{Z_{25}}\omega_{PV}\right)}}$$

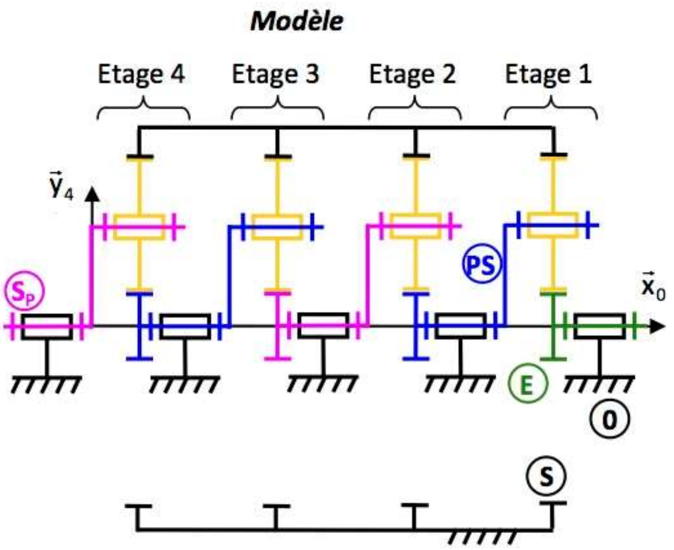
AN : - en fonctionnement PV : ω_{PV} = 1500 tr/min et ω_{GV} = 0 : ω_{sortie} **= 5,3 tr/min**
- en fonctionnement GV : $\omega_{PV} = \omega_{GV}$ = 1500 tr/min : ω_{sortie} **= 54,8 tr/min**

EXERCICE 7 : **Mécanisme d'ouverture de portail**

Q.1.



Q.2.



Q.3. On retrouve 4 trains épicycloïdaux de type I. Pour un étage on a :

$$\frac{\omega_{S/0}-\omega_{PS/0}}{\omega_{E/0}-\omega_{PS/0}}=\lambda \text{ avec } \lambda=-\frac{Z_{\text{planétaire}}}{Z_{\text{couronne}}} \text{ et } \omega_{S/0}=0$$

$$\rightarrow \frac{\omega_{PS/0}}{\omega_{E/0}}=\frac{\lambda}{(\lambda-1)}$$

$$\rightarrow \frac{\omega_{PS/0}}{\omega_{E/0}}=\frac{-\frac{Z_{\text{planétaire}}}{Z_{\text{couronne}}}}{\left(-\frac{Z_{\text{planétaire}}}{Z_{\text{couronne}}}-1\right)}$$

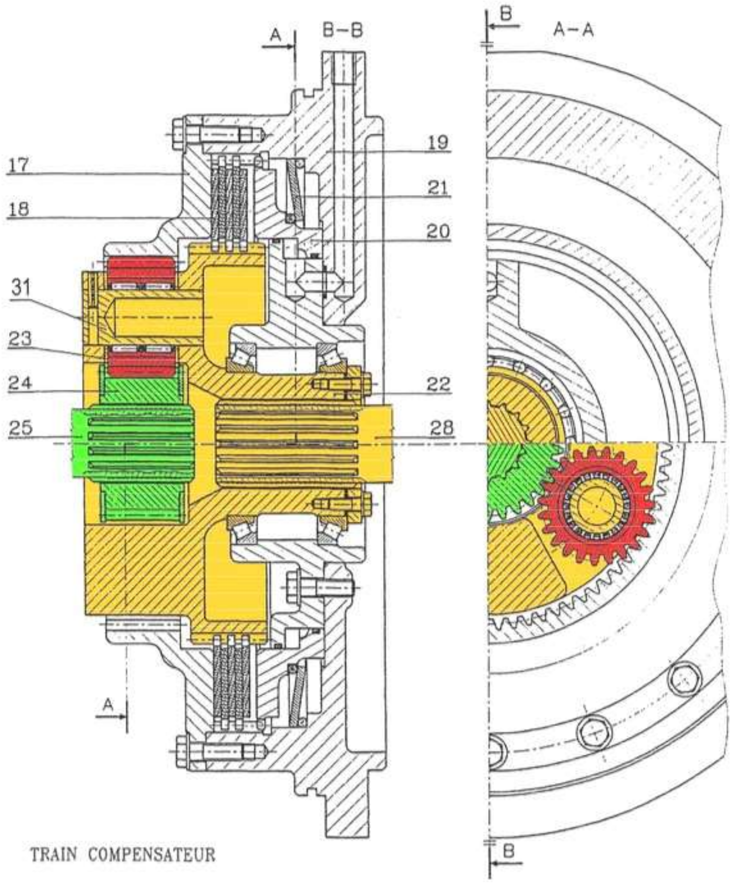
$$\rightarrow \frac{\omega_{PS/0}}{\omega_{E/0}}=\frac{Z_{\text{planétaire}}}{Z_{\text{planétaire}}+Z_{\text{couronne}}}$$

A.N. : $\frac{\omega_{PS/0}}{\omega_{E/0}}=\frac{9}{9+45}$ =0,16 pour un étage de réduction. Pour 4 étages de réduction on a donc :

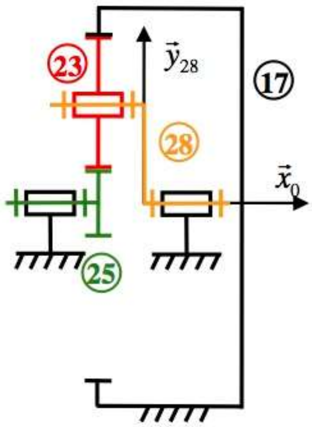
$\frac{\omega_{S_P/0}}{\omega_{E/0}}=0{,}16\times 0{,}16\times 0{,}16\times 0{,}16=0{,}0007<0{,}001$ → cahier des charges ok.

EXERCICE 8 : **Train compensateur de bulldozer**

Q.1.



Q.2.



Q.3. Il s'agit d'un train épicycloïdal de type I dont le planétaire 17 est fixe.

$$\rightarrow \frac{\omega_{17/0}-\omega_{28/0}}{\omega_{25/0}-\omega_{28/0}} = -\frac{Z_{25}}{Z_{17}} \text{ avec } \omega_{17/0}=0$$

$$\rightarrow -\frac{Z_{25}}{Z_{17}}.\omega_{25/0}+\frac{Z_{25}}{Z_{17}}.\omega_{28/0}+\omega_{28/0}=0 \rightarrow \frac{Z_{25}+Z_{17}}{Z_{17}}.\omega_{28/0}=\frac{Z_{25}}{Z_{17}}.\omega_{25/0} \rightarrow \frac{\omega_{28/0}}{\omega_{25/0}}=\frac{Z_{25}}{Z_{25}+Z_{17}}$$

A.N. : $\frac{\omega_{28/0}}{\omega_{25/0}}=\frac{32}{32+78}=0{,}29<0{,}3$ C.d.C.F. ok

EXERCICE 9 : **Différentiel de véhicule**

Question 1 : *Déterminer la relation qui lie en permanence les vitesses de rotation $\omega_{41/0}$ et $\omega_{42/0}$ de chacune des roues avec la vitesse de rotation $\omega_{2/0}$ de 2 mis en mouvement grâce à l'arbre de transmission 1.*

Relation de Willis : $\omega_{42/0}-\lambda\omega_{41/0}+(\lambda-1)\omega_{2/0}=0$

avec $\lambda=\left.\frac{\omega_{42/0}}{\omega_{41/0}}\right|_{\omega_{2/0}=0}=-\frac{z_{41}}{z_3}\cdot\frac{z_3}{z_{42}}=-1$ (car $Z_{42}=Z_{41}$).

Attention avec le signe, ce sont des engrenages coniques !! Si 2 est fixe par rapport à 0, alors les roues 41 et 42 tournent en sens inverse.

Ainsi, la raison d'un différentiel vaut -1 ! Les roues tournent en sens inverse par rapport au porte-satellite.

D'où : $\boxed{\omega_{42/0}+\omega_{41/0}=2\cdot\omega_{2/0}}$

Question 2 : *En déduire la vitesse de rotation $\omega_{2/0}$, puis de $\omega_{3/2}$ lorsque le véhicule est en ligne droite.*

$\omega_{42/0}=\omega_{41/0} \Rightarrow \omega_{2/0}=\omega_{41/0} \Rightarrow \omega_{3/2}=0$