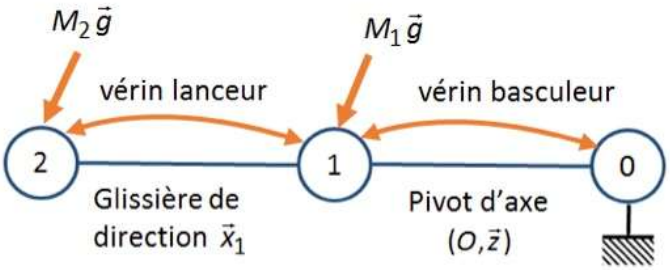
EXERCICE 1 : Mécanisme en chaîne ouverte : *Contrôle d'un châssis basculeur*

Question 1 : *Réaliser le graphe d'analyse de ce système.*

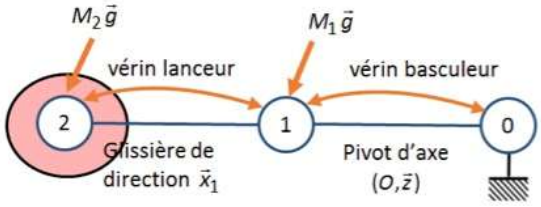


Question 2 : *Choisir l'isolement qui permettra, par application du principe fondamental de la statique, de déterminer l'expression de F_2 permettant de maintenir l'ensemble (2) en équilibre statique par rapport au basculeur (1). Faire l'inventaire, sous forme de torseurs, des actions mécaniques extérieures à cet isolement*

On isole l'extrémité de la chaîne ouverte en conservant l'actionneur à dimensionner comme action extérieure. Cela revient à choisir une frontière d'isolement qui coupe la liaison en parallèle de l'actionneur à dimensionner mais aucune autre liaison.

On isole (2).

Les AM extérieures au système isolé sont :

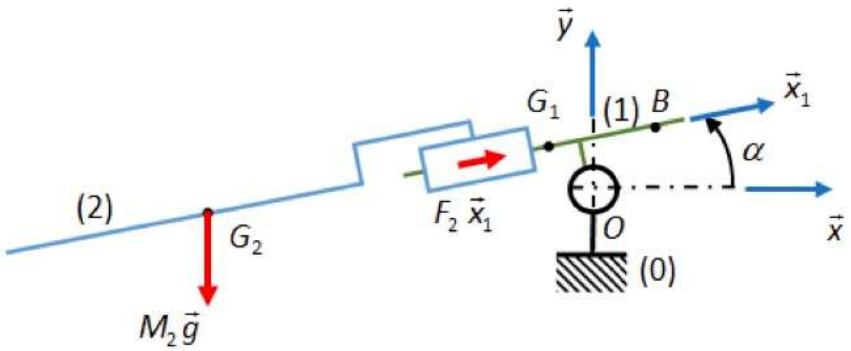


- le poids $\{T_{pes\to 2}\} = \begin{cases} -M_2 g\,\vec{y} \\ \vec{0} \end{cases}_{\forall P\in(G_2,\vec{y})}$
- la force du vérin $\left\{T_{1\xrightarrow{\text{vérin lanceur}}2}\right\} = \begin{cases} F_2\,\vec{x}_1 \\ \vec{0} \end{cases}_{\forall P\in(G_2,\vec{x}_1)}$
- la liaison $L_{1\text{-}2}$, glissière parfaite, $\{T_{1\to 2}\} = \begin{cases} \vec{R}_{1\to 2} \\ \vec{M}_{P,1\to 2} \end{cases}_{\forall P}$ telle que $\vec{R}_{1\to 2}\cdot\vec{x}_1 = 0$

Question 3 : *Après avoir choisi l'équation du principe fondamental de la statique qui sera utilisée, représenter sur le schéma ci-dessous (flèches pour les forces résultantes et arcs de cercle orientés pour les moments de force résultante) les actions mécaniques utilisées dans son application.*

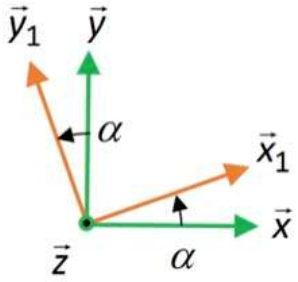
Le degré de liberté de la liaison en parallèle de l'actionneur à dimensionner est une translation. On applique donc le théorème de la résultante statique en projection sur la direction de la translation, ici $\vec{x}_1$.

Dans ce cas, les actions mécaniques utilisées dans son application peuvent être représentées par :



Question 4 : *Déterminer l'expression de F_2 permettant de maintenir l'ensemble (2) en équilibre statique par rapport au basculeur (1). En déduire les valeurs maximale et minimale de F_2 lors d'une phase de dépose.*

Le **théorème de la résultante statique en projection sur** $\vec{x}_1$ s'écrit : $\vec{R}_{\overline{2}\to 2}\cdot\vec{x}_1=0$



Soit : $\vec{R}_{pes\to 2}\cdot\vec{x}_1+\vec{R}_{1\xrightarrow{\text{vérin lanceur}}2}\cdot\vec{x}_1+\underbrace{\vec{R}_{1\to 2}\cdot\vec{x}_1}_{0}=0$

Avec :

- pour le poids 2 : $\vec{R}_{pes\to 2}\cdot\vec{x}_1=-M_2\,g\,\vec{y}\cdot\vec{x}_1=-M_2\,g\cos(\frac{\pi}{2}-\alpha)=-M_2\,g\sin\alpha$
- pour la force du vérin : $\vec{R}_{1\xrightarrow{\text{vérin lanceur}}2}\cdot\vec{x}_1=F_2\,\vec{x}_1\cdot\vec{x}_1=F_2$

D'où, $\boxed{F_2=M_2\,g\sin\alpha}$

On remarque que l'effort dépend de α. Afin de garder l'équilibre relatif entre (2) et (1), le vérin devra donc fournir un effort de plus en plus important lorsque α augmentera.

L'effort F_2 est même nul pour $\alpha=0°$ (pont horizontal).

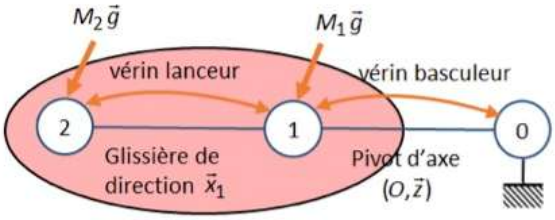
L'effort F_2 est maximal pour $\alpha=10°$, et $F_{2max}=32$ kN.

Question 5 : *Choisir l'isolement qui permettra, par application du principe fondamental de la statique, de déterminer l'expression de F_1 permettant d'assurer la phase de dépose. Faire l'inventaire, sous forme de torseurs, des actions mécaniques extérieures à cet isolement.*

On isole l'extrémité de la chaîne ouverte en conservant l'actionneur à dimensionner comme action extérieure. Cela revient à choisir une frontière d'isolement qui coupe la liaison en parallèle de l'actionneur à dimensionner mais aucune autre liaison.

On isole (1+2).

Les AM extérieures au système isolé sont :

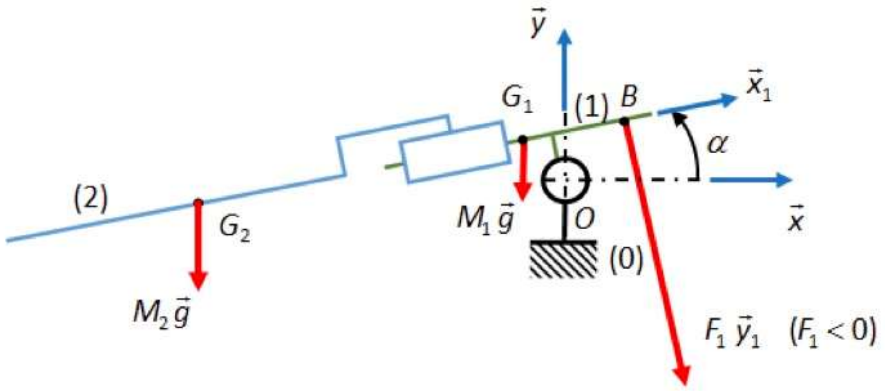


- le poids $\left\{T_{pes\to 1}\right\}=\underset{\forall P\in(G_1,\vec{y})}{\begin{Bmatrix}-M_1\,g\,\vec{y}\\ \vec{0}\end{Bmatrix}}$
- le poids $\left\{T_{pes\to 2}\right\}=\underset{\forall P\in(G_2,\vec{y})}{\begin{Bmatrix}-M_2\,g\,\vec{y}\\ \vec{0}\end{Bmatrix}}$
- la force du vérin $\left\{T_{0\xrightarrow{\text{vérin}}1}\right\}=\underset{\forall P\in(B,\vec{y}_1)}{\begin{Bmatrix}F_1\,\vec{y}_1\\ \vec{0}\end{Bmatrix}}$
- la liaison $L_{0\text{-}1}$, pivot parfaite, $\left\{T_{0\to 1}\right\}=\underset{\forall P\in(O,\vec{z})}{\begin{Bmatrix}\vec{R}_{0\to 1}\\ \vec{M}_{P,0\to 1}\end{Bmatrix}}$ telle que $\vec{M}_{P,0\to 1}\cdot\vec{z}=0$

Question 6 : *Après avoir choisi l'équation du principe fondamental de la statique qui sera utilisée, représenter sur le schéma ci-dessous (flèches pour les forces résultantes et arcs de cercle orientés pour les moments de force résultante) les actions mécaniques utilisées dans son application.*

Le degré de liberté de la liaison en parallèle de l'actionneur à dimensionner est une rotation. On applique donc le théorème du moment statique en un point de l'axe de rotation, O par exemple et en projection sur la direction de l'axe, ici $\vec{z}$.

Dans ce cas, les actions mécaniques utilisées dans son application peuvent être représentées par :



Question 7 : *Déterminer l'expression de F_1 permettant d'assurer la phase de dépose. En déduire les valeurs maximale et minimale de F_1 lors de cette phase.*

Le **théorème du moment statique, en *O*, en projection sur** $\vec{z}$ s'écrit : $\vec{M}_{O,\overline{1+2}\to 1+2}\cdot\vec{z}=0$

Soit : $\vec{M}_{O,pes\to 1}\cdot\vec{z}+\vec{M}_{O,pes\to 2}\cdot\vec{z}+\vec{M}_{O,0\xrightarrow{vérin}1}\cdot\vec{z}+\underbrace{\vec{M}_{O,0\to 1}\cdot\vec{z}}_{0}=0$

Avec :

- pour le poids 1 :

$$\vec{M}_{O,pes\to 1}\cdot\vec{z}=\underbrace{\vec{M}_{G_1,pes\to 1}}_{\vec{0}}\cdot\vec{z}+\left(\overrightarrow{OG_1}\wedge\vec{R}_{pes\to 1}\right)\cdot\vec{z}=\left(\left(-a\vec{x}_1+b\vec{y}_1\right)\wedge\left(-M_1 g\,\vec{y}\right)\right)\cdot\vec{z}=\left(aM_1 g\cos\alpha\,\vec{z}+bM_1 g\sin\alpha\,\vec{z}\right)\cdot\vec{z}$$
$$=M_1 g\left(a\cos\alpha+b\sin\alpha\right)$$

- pour le poids 2 : (par analogie) $\vec{M}_{O,pes\to 2}\cdot\vec{z}=M_2 g\left(x\cos\alpha+b\sin\alpha\right)$

- pour la force du vérin, on remarque que la direction de la force résultante est perpendiculaire à la droite qui passe par le point d'application de la force (B) et le point où l'on cherche à déterminer le moment (O). On peut donc simplement utiliser la méthode du « bras de levier » : $\vec{M}_{O,0\xrightarrow{vérin}1}\cdot\vec{z}=+cF_1$

  Cela dit, on peut bien entendu retrouver ce résultat avec : $\vec{M}_{O,0\xrightarrow{vérin}1}\cdot\vec{z}=\underbrace{\vec{M}_{B,0\xrightarrow{vérin}1}}_{\vec{0}}\cdot\vec{z}+\left(\overrightarrow{OB}\wedge\vec{R}_{0\xrightarrow{vérin}1}\right)\cdot\vec{z}$

D'où, $\boxed{F_1=\frac{-1}{c}\left[M_2 g\left(x\cos\alpha+b\sin\alpha\right)+M_1 g\left(a\cos\alpha+b\sin\alpha\right)\right]}$

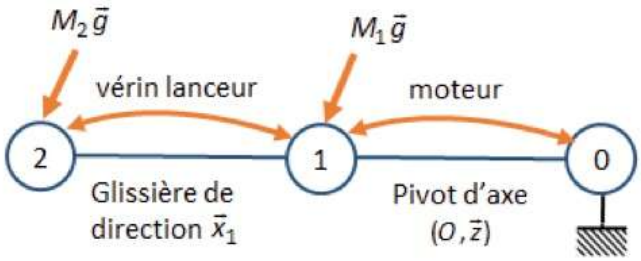
La force F_1 est négative, correspondant à une résultante suivant $(-\vec{y}_1)$.

On remarque que dans ce cas aussi, la force dépend de α. Afin de faire pivoter le basculeur (1) par rapport au châssis (0), c'est-à-dire augmenter α, le vérin devra fournir une force de moins en moins importante.

La force $|F_1|$ est maximale pour $\alpha=0°$ (pont horizontal), et $|F_{1max}|=749$ kN.

La force $|F_1|$ est minimale pour $\alpha=10°$, et $|F_{1min}|=742$ kN.

Question 8 : *Réaliser le nouveau graphe d'analyse de ce système.*

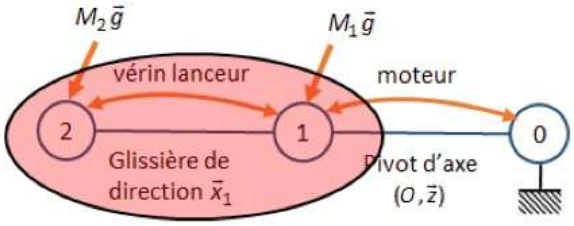


Question 9 : *Après avoir choisi l'équation du principe fondamental de la statique qui sera utilisée, représenter sur le schéma ci-dessous (flèches pour les forces résultantes et arcs de cercle orientés pour les moments de force résultante) les actions mécaniques utilisées dans son application.*

On isole l'extrémité de la chaîne ouverte en conservant l'actionneur à dimensionner comme action extérieure. Cela revient à choisir une frontière d'isolement qui coupe la liaison en parallèle de l'actionneur à dimensionner mais aucune autre liaison.

On isole (1+2).

Les AM extérieures au système isolé sont :

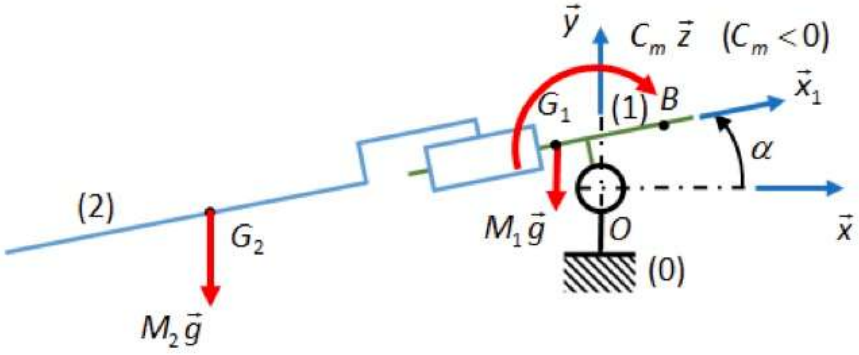


- le poids $\left\{T_{pes\to 1}\right\} = \begin{cases} -M_1 g\,\vec{y} \\ \vec{0} \end{cases}_{\forall P\in(G_1,\vec{y})}$
- le poids $\left\{T_{pes\to 2}\right\} = \begin{cases} -M_2 g\,\vec{y} \\ \vec{0} \end{cases}_{\forall P\in(G_2,\vec{y})}$
- le couple moteur $\left\{T_{0\xrightarrow{moteur}1}\right\} = \begin{cases} \vec{0} \\ C_m\,\vec{z} \end{cases}_{\forall P}$
- la liaison $L_{0\text{-}1}$, pivot parfaite, $\left\{T_{0\to 1}\right\} = \begin{cases} \vec{R}_{0\to 1} \\ \vec{M}_{P,0\to 1} \end{cases}_{\forall P\in(O,\vec{z})}$ telle que $\vec{M}_{P,0\to 1}\cdot\vec{z} = 0$

Question 10 : *Après avoir choisi l'équation du principe fondamental de la statique qui sera utilisée, représenter sur le schéma ci-dessous (flèches pour les forces résultantes et arcs de cercle orientés pour les moments de force résultante) les actions mécaniques utilisées dans son application.*

Le degré de liberté de la liaison en parallèle de l'actionneur à dimensionner est une rotation. On applique donc le théorème du moment statique en un point de l'axe de rotation, O par exemple et en projection sur la direction de l'axe, ici $\vec{z}$.

Dans ce cas, les actions mécaniques utilisées dans son application peuvent être représentées par :



Question 11 : *Déterminer l'expression de C_m permettant d'assurer la phase de dépose. En déduire les valeurs maximale et minimale de C_m lors de cette phase*

Le **théorème du moment statique, en *O*, en projection sur** $\vec{z}$ s'écrit l'équation : $\vec{M}_{O,\overline{1+2}\to 1+2}\cdot\vec{z}=0$

Soit : $\vec{M}_{O,pes\to 1}\cdot\vec{z}+\vec{M}_{O,pes\to 2}\cdot\vec{z}+\vec{M}_{O,0\xrightarrow{moteur}1}\cdot\vec{z}+\underbrace{\vec{M}_{O,0\to 1}\cdot\vec{z}}_{0}=0$

avec :

- pour le poids 1 : (idem que précédemment) $\vec{M}_{O,pes\to 1}\cdot\vec{z}=M_1 g\left(a\cos\alpha+b\sin\alpha\right)$
- pour le poids 2 : (idem que précédemment) $\vec{M}_{O,pes\to 2}\cdot\vec{z}=M_2 g\left(x\cos\alpha+b\sin\alpha\right)$
- pour le couple moteur : $\vec{M}_{O,0\xrightarrow{moteur}1}\cdot\vec{z}=C_m$

D'où, $\boxed{C_m=-\left[M_2 g\left(x\cos\alpha+b\sin\alpha\right)+M_1 g\left(a\cos\alpha+b\sin\alpha\right)\right]}$

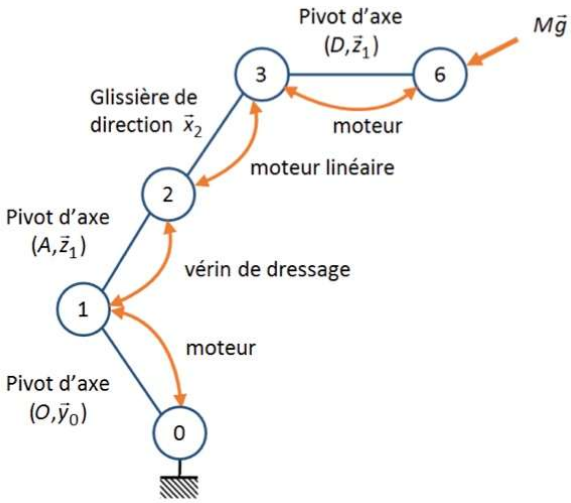
Le couple C_m est négatif, correspondant à un couple dans le sens horaire ($-\vec{z}$).

On remarque que dans ce cas aussi, le couple dépend de α. Afin de faire pivoter le basculeur (1) par rapport au châssis (0), c'est-à-dire augmenter α, le moteur devra fournir un couple de moins en moins important.

Le couple C_m est maximal pour $\alpha=0°$ (pont horizontal), et $C_{m\max}=-1500$ kN.m.

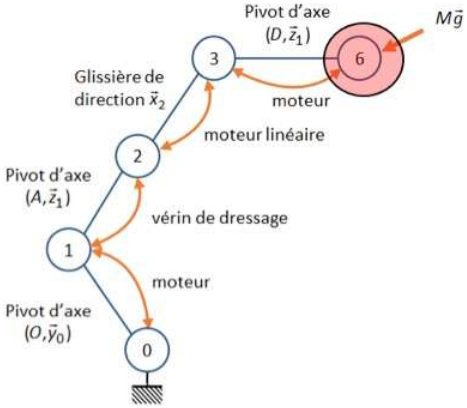
Le couple C_m est minimal pour $\alpha=10°$, et $C_{m\min}=-1480$ kN.m.

EXERCICE 2 : **Echelle EPAS**



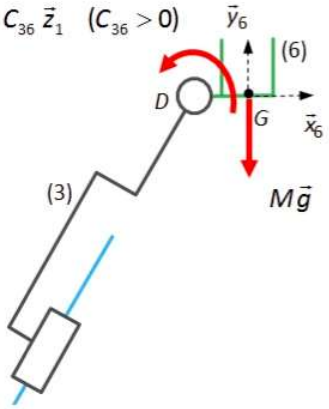
Détermination de C_{36} :

On isole (6).



Les AM extérieures au système isolé sont :

- le poids $\{T_{pes\to 6}\} = \underset{\forall P\in(G,\vec{y}_1)}{\begin{Bmatrix} -Mg\,\vec{y}_1 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}}$
- le couple moteur $\left\{T_{3\xrightarrow{moteur}6}\right\} = \underset{\forall P}{\begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_{36}\,\vec{z}_1 \end{Bmatrix}}$
- la liaison $L_{3\text{-}6}$, pivot parfaite, $\{T_{3\to 6}\} = \underset{\forall P\in(D,\vec{z}_1)}{\begin{Bmatrix} \vec{R}_{3\to 6} \\ \vec{M}_{P,3\to 6} \end{Bmatrix}}$ avec $\vec{M}_{P,3\to 6}\cdot\vec{z}_1 = 0$



Le **théorème du moment statique, en *D*, en projection sur** $\vec{z}_1$ s'écrit : $\vec{M}_{D,\bar{6}\to 6}\cdot\vec{z}_1=0$

Soit : $\vec{M}_{D,pes\to 6}\cdot\vec{z}_1+\vec{M}_{D,3\xrightarrow{moteur}6}\cdot\vec{z}_1+\underbrace{\vec{M}_{D,3\to 6}\cdot\vec{z}_1}_{0}=0$

avec :

- pour l'action de la pesanteur, on remarque que la direction de la force résultante est perpendiculaire à la droite qui passe par le point d'application de la force (G) et le point où l'on cherche à déterminer le moment (D). On peut donc simplement utiliser la méthode du « bras de levier » : $\vec{M}_{D,pes\to 6}\cdot\vec{z}_1=-e\,Mg$

  Cela dit, on peut bien entendu retrouver ce résultat avec : $\vec{M}_{D,pes\to 6}\cdot\vec{z}_1=\vec{M}_{G,pes\to 6}\cdot\vec{z}_1+\left(\overrightarrow{DG}\wedge\vec{R}_{pes\to 6}\right)\cdot\vec{z}_1$

- pour le couple moteur : $\vec{M}_{D,3\xrightarrow{moteur}6}\cdot\vec{z}_1=C_{36}$

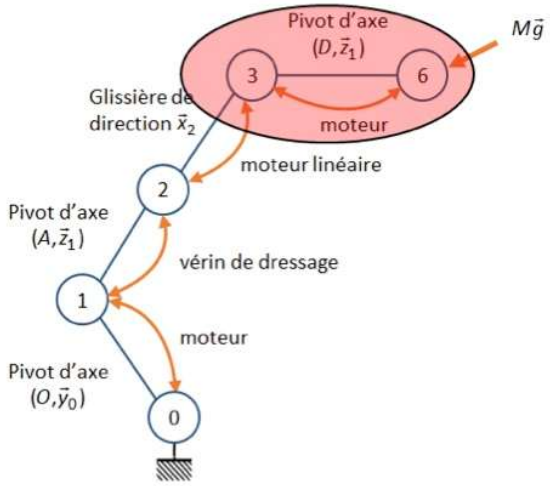
D'où, $\boxed{C_{36}=eMg}$

Le couple C_{36} est positif, correspondant à un couple dans le sens direct ($+\vec{z}_1$).

AN : $C_{36}=2650\,\text{N.m}$

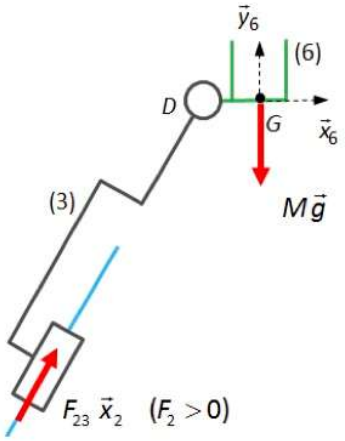
Détermination de F_{23} :

On isole (3+6).

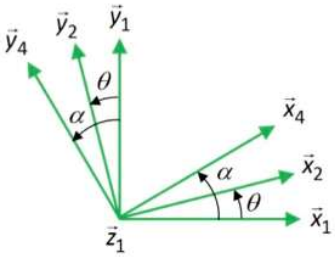


Les AM extérieures au système isolé sont :

- le poids $\left\{T_{pes\to 6}\right\}=\underset{\forall P\in(G,\vec{y}_1)}{\begin{Bmatrix}-Mg\,\vec{y}_1\\ \vec{0}\end{Bmatrix}}$
- la force du moteur linéaire $\left\{T_{2\xrightarrow{moteur\ linéaire}3}\right\}=\underset{\forall P\in(D,\vec{x}_2)}{\begin{Bmatrix}F_{23}\,\vec{x}_2\\ \vec{0}\end{Bmatrix}}$
- la liaison $L_{2\text{-}3}$, glissière parfaite, $\left\{T_{2\to 3}\right\}=\underset{\forall P}{\begin{Bmatrix}\vec{R}_{2\to 3}\\ \vec{M}_{P,2\to 3}\end{Bmatrix}}$ telle que $\vec{R}_{2\to 3}\cdot\vec{x}_2=0$



Le **théorème de la résultante statique en projection sur** $\vec{x}_2$ s'écrit : $\vec{R}_{\overline{2+3}\to 2+3}\cdot\vec{x}_2=0$



Soit : $\vec{R}_{pes\to 6}\cdot\vec{x}_2+\vec{R}_{2\xrightarrow{\text{moteur linéaire}}3}\cdot\vec{x}_2+\underbrace{\vec{R}_{2\to 3}\cdot\vec{x}_2}_{0}=0$

Avec :

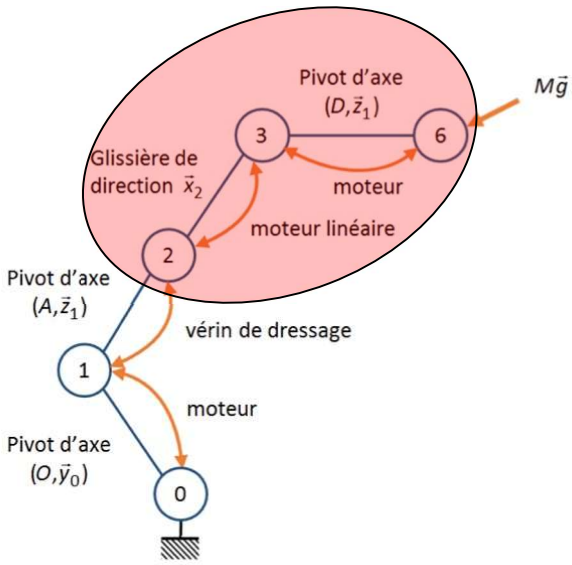
- pour le poids : $\vec{R}_{pes\to 6}\cdot\vec{x}_2=-Mg\,\vec{y}_1\cdot\vec{x}_2=-Mg\cos(\frac{\pi}{2}-\theta)=-Mg\sin\theta$
- pour la force du moteur linéaire : $\vec{R}_{2\xrightarrow{\text{moteur linéaire}}3}\cdot\vec{x}_2=F_{23}$

D'où, $\boxed{F_{23}=Mg\sin\theta}$

AN : $F_{23}=1870$ N

Détermination de F_{12} :

On isole (2+3+6)



BAME à l'ensemble isolé :

- le poids : $\{T_{pes\to 6}\}=\underset{\forall P\in(G,\vec{y}_1)}{\begin{Bmatrix}-Mg\vec{y}_1\\ \vec{0}\end{Bmatrix}}$
- la force du vérin de dressage V : $\left\{T_{1\xrightarrow{Vérin}2}\right\}=\underset{\forall P\in(C,\vec{y}_4)}{\begin{Bmatrix}F_{12}\vec{y}_4\\ \vec{0}\end{Bmatrix}}$
- la liaison $L_{1\text{-}2}$, pivot parfaite : $\{T_{1\to 2}\}=\underset{\forall P\in(A,\vec{z}_1)}{\begin{Bmatrix}\vec{R}_{1\to 2}\\ \vec{M}_{P,1\to 2}\end{Bmatrix}}$ telle que $\vec{M}_{P,1\to 2}.\vec{z}_1=0$

Le théorème du moment statique, au point A en projection sur $\vec{z}_1$ s'écrit $\vec{M}_{A,\overline{2+3+6}\to 2+3+6}.\vec{z}_1=0$

Soit :

$$\left[\overrightarrow{AG}\wedge(-Mg\vec{y}_1)+\overrightarrow{AC}\wedge F_{12}\vec{y}_4\right].\vec{z}_1=0$$
$$\left[((c+d)\vec{x}_2+e\vec{x}_1)\wedge(-Mg\vec{y}_1)+c\vec{x}_2\wedge F_{12}\vec{y}_4\right].\vec{z}_1=0$$
$$-Mg\big((c+d)cos\theta+e\big)+c.F_{12}\cos(\alpha-\theta)=0$$

Finalement :

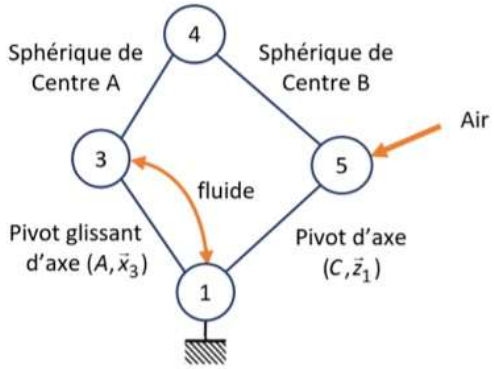
$$\boxed{F_{12}=\frac{Mg\big((c+d)cos\theta+e\big)}{c.\cos(\alpha-\theta)}}$$

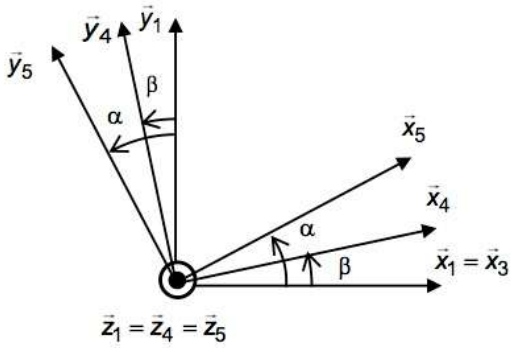
AN : Rappel : $\theta=\alpha=45°$

$F_{12}=17\,240$ N

EXERCICE 3 : Mécanisme en chaîne fermée : ***Turboréacteur avec tuyère à ouverture variable***

Représentation et modélisation





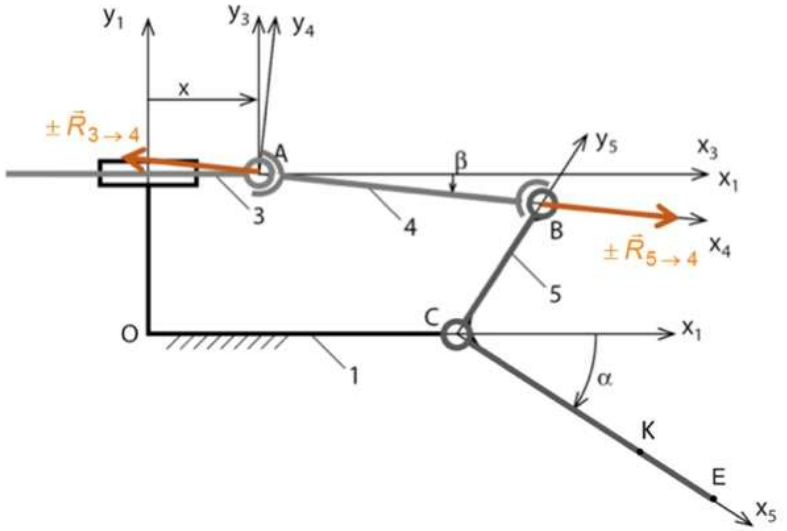
Analyse

Effort en entrée recherché : action du fluide sur la tige 3 du vérin

Effort en sortie connu : action de l'air sur le volet 5

Élaboration d'une stratégie d'isolement

Étape	Isolement	Théorème	Projection	Résultat
1	4	PFS sur un solide soumis à 2 glisseurs		$\vec{R}_{3\to4}$ *et* $\vec{R}_{5\to4}$ *suivant* (AB) *ou* $(A,\vec{x}_4)$
2	5	Théorème du moment statique en C	Sur $\vec{z}_1$	$\vec{R}_{4\to5} = f(\vec{R}_{air\to5})$
3	4	PFS sur un solide soumis à 2 glisseurs		$\vec{R}_{3\to4} = -\vec{R}_{5\to4}$
4	3	Théorème de la résultante statique	Sur $\vec{x}_3$	$\vec{R}_{1\xrightarrow{fluide}3} = f(\vec{R}_{4\to3})$



Application du PFS sur le 1er isolement

Isolons 4. Inventaire des actions mécaniques extérieures :

- AM transmissible par la liaison sphérique parfaite de centre A : $\{T_{3\to4}\} = \begin{Bmatrix} X_{3\to4}\,\vec{x}_4 + Y_{3\to4}\,\vec{y}_4 + Z_{3\to4}\,\vec{z}_4 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A$

- AM transmissible par la liaison sphérique parfaite de centre B : $\{T_{5\to4}\} = \begin{Bmatrix} X_{5\to4}\,\vec{x}_4 + Y_{5\to4}\,\vec{y}_4 + Z_{5\to4}\,\vec{z}_4 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B$

Ce solide est soumis à deux actions mécaniques extérieures modélisables par des glisseurs. Ce solide étant à l'équilibre, l'application du PFS permet d'écrire :

$$\{T_{3\to4}\} = -\{T_{5\to4}\} = \begin{Bmatrix} X_{3\to4}\,\vec{x}_4 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{\forall P\in(A,\vec{x}_4)}$$

Application du PFS sur le 2ème isolement

Isolons 5. Inventaire des actions mécaniques extérieures :

- AM de l'air sur le volet 5 : $\{T_{air\to5}\} = \begin{Bmatrix} F_a\,\vec{y}_5 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{\forall P\in(K,\vec{y}_5)}$

- AM transmissible par la liaison pivot parfaite d'axe $(C,\vec{z}_1)$: $\{T_{1\to5}\} = \begin{Bmatrix} X_{1\to5}\,\vec{x}_1 + Y_{1\to5}\,\vec{y}_1 + Z_{1\to5}\,\vec{z}_1 \\ L_{P,1\to5}\,\vec{x}_1 + M_{P,1\to5}\,\vec{y}_1 \end{Bmatrix}_{\forall P\in(C,\vec{z}_1)}$

- AM transmissible par la liaison sphérique parfaite de centre B :

$\{T_{4\to5}\} = -\{T_{5\to4}\} = \begin{Bmatrix} X_{3\to4}\,\vec{x}_4 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{\forall P\in(A,\vec{x}_4)}$ (Cf. 1er isolement)

Appliquons le théorème du moment statique au point C, en projection sur $\vec{z}_1$: $\vec{M}_{C,\bar{5}\to5}\cdot\vec{z}_1 = 0$

Soit : $\vec{M}_{C,air\to5}\cdot\vec{z}_1 + \vec{M}_{C,1\to5}\cdot\vec{z}_1 + \vec{M}_{C,4\to5}\cdot\vec{z}_1 = 0$

Avec :

$\vec{M}_{C,air\to5}\cdot\vec{z}_1 = \left(\underbrace{\vec{M}_{K,air\to5}}_{\vec{0}} + \overrightarrow{CK}\wedge\vec{R}_{air\to5}\right)\cdot\vec{z}_1 = cF_a$ qui se retrouve aisément par la méthode du bras de levier

$\vec{M}_{C,1\to5}\cdot\vec{z}_1 = 0$

$\vec{M}_{C,4\to5}\cdot\vec{z}_1 = \left(\underbrace{\vec{M}_{B,4\to5}}_{\vec{0}} + \overrightarrow{CB}\wedge\vec{R}_{4\to5}\right)\cdot\vec{z}_1 = \left(h\,\vec{y}_5\wedge X_{3\to4}\,\vec{x}_4\right)\cdot\vec{z}_1 = -hX_{3\to4}\sin(\frac{\pi}{2}+\alpha-\beta) = -hX_{3\to4}\cos(\beta-\alpha)$

Donc : $\vec{M}_{C,air\to5}\cdot\vec{z}_1 + \vec{M}_{C,1\to5}\cdot\vec{z}_1 + \vec{M}_{C,4\to5}\cdot\vec{z}_1 = 0 \quad\Rightarrow\quad cF_a - hX_{3\to4}\cos(\beta-\alpha) = 0 \quad\Rightarrow\quad \boxed{X_{3\to4} = \frac{cF_a}{h\cos(\beta-\alpha)}}$

Application du PFS sur le 3ème isolement

Voir 1er isolement.

Application du PFS sur le 4ème isolement

Isolons 3. Inventaire des actions mécaniques extérieures :

- AM transmissible par la liaison pivot-glissant parfaite d'axe $(A,\vec{x}_3)$: $\{T_{1\to3}\} = \underset{\forall P\in(A,\vec{x}_3)}{\begin{Bmatrix} Y_{1\to3}\,\vec{y}_3 + Z_{1\to3}\,\vec{z}_3 \\ M_{P,1\to3}\,\vec{y}_3 + L_{P,1\to3}\,\vec{z}_3 \end{Bmatrix}}$

- AM du fluide : $\left\{T_{1\xrightarrow{fluide}3}\right\} = \underset{\forall P\in(A,\vec{x}_3)}{\begin{Bmatrix} pS\,\vec{x}_3 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}}$

- AM transmissible par la liaison sphérique parfaite de centre A : $\{T_{4\to3}\} = \underset{\forall P\in(A,\vec{x}_4)}{\begin{Bmatrix} -X_{3\to4}\,\vec{x}_4 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}}$ (Cf. 1er isolement)

Appliquons le théorème de la résultante statique en projection sur $\vec{x}_3$: $\vec{R}_{\bar{3}\to3}\cdot\vec{x}_3 = 0$

Soit : $\vec{R}_{1\to3}\cdot\vec{x}_3 + \vec{R}_{1\xrightarrow{fluide}3}\cdot\vec{x}_3 + \vec{R}_{4\to3}\cdot\vec{x}_3 = 0 \Rightarrow \quad pS = X_{3\to4} = \dfrac{c\,F_a}{h\cos(\beta-\alpha)}\cos\beta \Rightarrow \boxed{p = \dfrac{c\,F_a\cos\beta}{Sh\cos(\beta-\alpha)}}$

On peut remarquer que l'effort en entrée pour maintenir le mécanisme en équilibre (action du fluide sur la tige 3 du vérin) dépend de l'effort de sortie (action de l'air sur le volet 5) mais également de la position du système.

EXERCICE 4 : **Marche motorisée**

Le solide 2 étant soumis à 2 glisseurs :

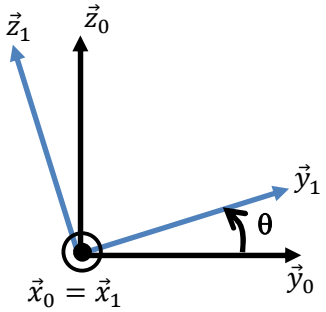
$$\vec{\mathbf{R}}_{\mathbf{0\to 2}} = \mathbf{R}_{\mathbf{0\to 2}}.\vec{\mathbf{y}}_{\mathbf{1}}$$
$$\vec{\mathbf{R}}_{\mathbf{3\to 2}} = -\mathbf{R}_{\mathbf{3\to 2}}.\vec{\mathbf{y}}_{\mathbf{1}}$$

Avec : (A_2B_2) support de ces 2 glisseurs et $R_{02} = R_{32}$

Stratégie d'isolement :

Étape	Isolement	Théorème	Projection	Résultat
1	3	TMS en B_1	Sur $\vec{x}_0$	$\mathbf{R_{2\to 3} = f(R_{pes\to 3})}$
2	1+3	TMS en A_1	Sur $\vec{x}_0$	$\mathbf{C_m = f(R_{2\to 3}, R_{pes\to 3})}$

Étape 1 : On isole 3 et on applique le TMS en B_1 en projection sur $\vec{x}_0$.



BAME :

$$\{T_{pes\to 3}\} = \begin{Bmatrix} -M_3 g.\vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{G_3} \qquad \{T_{2\to 3}\} = \begin{Bmatrix} \vec{R}_{2\to 3} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{B_2} \qquad \{T_{1\to 3}\} = \begin{Bmatrix} - & 0 \\ Y_{13} & - \\ Z_{13} & - \end{Bmatrix}_{B_0}^{B_1}$$

modélisation plane $(\vec{y}_0, z_0)$

TMS en B_1 .$\vec{x}_0$:

$\left(\overrightarrow{B_1G_3} \wedge (-M_3 g.\vec{z}_0) + \overrightarrow{B_1B_2} \wedge \vec{R}_{2\to 3}\right).\vec{x}_0 = 0$ or $\vec{R}_{2\to 3} = -\vec{R}_{3\to 2}$ d'après le TAR

D'où $\left((-d.\overrightarrow{x_0} + \frac{l}{2}.\overrightarrow{y_0} + h.\overrightarrow{z_0}) \wedge (-M_3 g.\vec{z}_0) + l.\overrightarrow{y_0} \wedge R_{3\to 2}.\vec{y}_1\right).\vec{x}_0 = 0$

Soit $\boxed{-M_3 g\frac{l}{2} + l.R_{3\to 2}.\sin(\theta) = 0}$ (1)

Étape 2 : On isole 1+3 et on applique le TMS en A_1 en projection sur $\vec{x}_0$.

BAME :

$$\{T_{pes\to 3}\} = \begin{Bmatrix} -M_3 g.\vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{G_3} \qquad \{T_{2\to 3}\} = \begin{Bmatrix} \vec{R}_{2\to 3} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{B_2} \qquad \{T_{0\to 1}\} = \begin{Bmatrix} - & 0 \\ Y_{01} & - \\ Z_{01} & - \end{Bmatrix}_{B_0}^{A_1} \qquad \{T_{mot\to 1}\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_m.\vec{x}_0 \end{Bmatrix}_{A_1}$$

modélisation plane $(\vec{y}_0, z_0)$

TMS en A_1 .$\vec{x}_0$:

$\left(\overrightarrow{A_1G_3} \wedge (-M_3 g.\vec{z}_0) + \overrightarrow{A_1B_2} \wedge \vec{R}_{2\to 3}\right).\vec{x}_0 + C_m = 0$

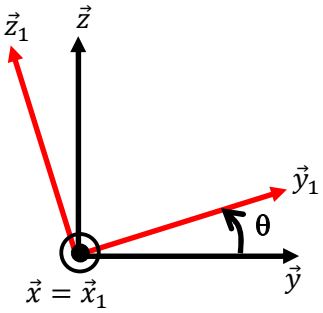
D'où $\left((a.\overrightarrow{y_1} - d.\overrightarrow{x_0} + \frac{l}{2}.\overrightarrow{y_0} + h.\overrightarrow{z_0}) \wedge (-M_3 g.\vec{z}_0) + (a.\overrightarrow{y_1} + l.\overrightarrow{y_0}) \wedge R_{3\to 2}.\vec{y}_1\right).\vec{x}_0 + C_m = 0$

Soit $\boxed{C_m - M_3 g\left(a.\cos(\theta) + \frac{l}{2}\right) + l.R_{3\to 2}.\sin(\theta) = 0}$ (2)

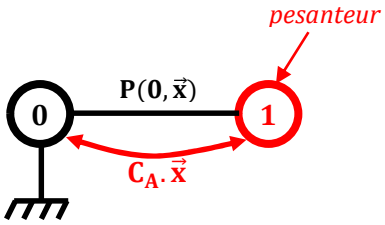
En combinant (1) et (2) on obtient :

$$\boxed{C_m = M_3 g.a.\cos(\theta)}$$

EXERCICE 5 : **Système d'accès**



Configuration type A :
Graphe d'analyse :



Stratégie d'isolement : On isole 1 et on applique le TMS au point O en projection sur $\vec{x}$:
BAME :

$$\{T_{pes\to 3}\} = {}_{G}\begin{Bmatrix} -2Mg.\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \qquad \{T_{0\to 1}\} = {}_{O}\begin{Bmatrix} - & 0 \\ Y_{01} & - \\ Z_{01} & - \end{Bmatrix}_{B_0} \qquad \{T_{mot\to 1}\} = {}_{O}\begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_A.\vec{x} \end{Bmatrix}$$

modélisation plane $(\vec{y}_0, z_0)$

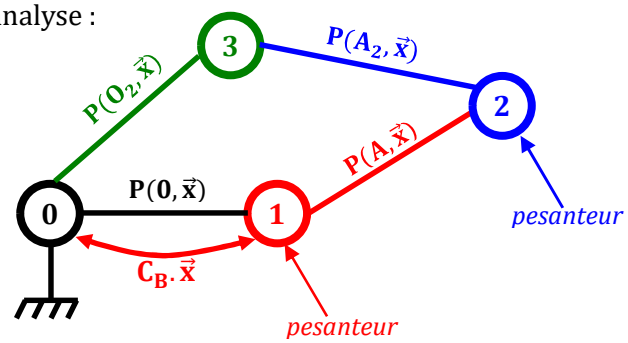
TMS en O.$\vec{x}$:

$$C_A + \overrightarrow{OG} \wedge (-2Mg.\vec{z}) = 0$$

D'où $C_A + L.\vec{y}_1 \wedge (-2Mg.\vec{z}) = 0$
Soit $\boxed{C_A = 2MgL.\cos(\theta)}$

Configuration type B :

Graphe d'analyse :



Le solide 3 étant soumis à 2 glisseurs :

$$\vec{R}_{0\to 3} = R_{0\to 3}.\vec{y}_1$$
$$\vec{R}_{2\to 3} = -R_{2\to 3}.\vec{y}_1$$

Avec : (O_2A_2) support de ces 2 glisseurs et $R_{03} = R_{23}$

Stratégie d'isolement :

Étape	Isolement	Théorème	Projection	Résultat
1	2	TMS en A	Sur $\vec{x}$	$R_{2\to 3} = f(R_{pes\to 2})$
2	1+2	TMS en O	Sur $\vec{x}$	$C_B = f(R_{2\to 3}, R_{pes\to 1+2})$

Étape 1 : On isole 2 et on applique le TMS en A en projection sur $\vec{x}$
BAME :

$$\{T_{pes\to 2}\} = {}_{G_2}\begin{Bmatrix} -Mg.\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \quad \{T_{1\to 2}\} = {}_{A}\begin{Bmatrix} - & 0 \\ Y_{12} & - \\ Z_{12} & - \end{Bmatrix}_{B_0} \quad \{T_{3\to 2}\} = {}_{A_2}\begin{Bmatrix} \vec{R}_{3\to 2} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

modélisation plane $(\vec{y}, \vec{z})$

TMS en A.$\vec{x}$:

$$\left(\overrightarrow{AG_2} \wedge (-Mg.\vec{z}) + \overrightarrow{AA_2} \wedge \vec{R}_{3\to 2}\right).\vec{x} = 0$$

D'où $\left(\frac{L}{2}.\vec{y} \wedge (-Mg.\vec{z}) + \overrightarrow{AA_2} \wedge \vec{R}_{3\to 2}\right).\vec{x} = 0$

Soit $\overrightarrow{AA_2} \wedge \vec{R}_{3\to 2}.\vec{x} = Mg\frac{L}{2}$ (1)

NB : n'ayant pas d'information sur $\overrightarrow{AA_2}$ on garde l'expression littérale du produit vectoriel.

Étape 2 : On isole 1+2 et on applique le TMS en O en projection sur $\vec{x}$

BAME :

$$\{T_{pes\to1}\} = {}_{G_1}\begin{Bmatrix} -Mg.\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \quad ,\{T_{pes\to2}\} = {}_{G_2}\begin{Bmatrix} -Mg.\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \quad ,\{T_{0\to1}\} = {}_{0}\begin{Bmatrix} - & 0 \\ Y_{01} & - \\ Z_{01} & - \end{Bmatrix}_{B_0} \quad ,\{T_{3\to2}\} = {}_{A_2}\begin{Bmatrix} \vec{R}_{3\to2} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \quad ,\{T_{mot\to1}\} = {}_{O}\begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_B.\vec{x} \end{Bmatrix}$$

modélisation plane $(\vec{y},\vec{z})$

TMS en O.$\vec{x}$:

$C_B + (\overrightarrow{OG_1} \wedge (-Mg.\vec{z}) + \overrightarrow{OG_2} \wedge (-Mg.\vec{z}) + \overrightarrow{OA_2} \wedge \vec{R}_{3\to2}).\vec{x} = 0$

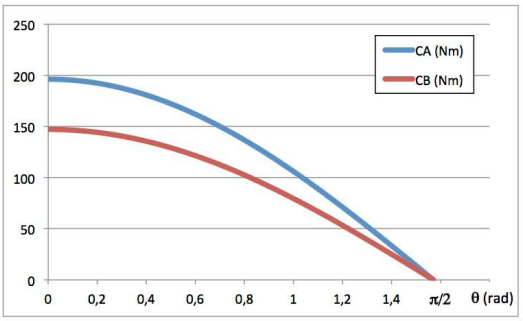
D'où $C_B + \left(\frac{L}{2}.\vec{y}_1 \wedge (-Mg.\vec{z}) + \left(L.\vec{y}_1 + \frac{L}{2}.\vec{y}\right) \wedge (-Mg.\vec{z}) + (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AA_2}) \wedge \vec{R}_{3\to2}\right).\vec{x} = 0$

Or $\overrightarrow{OA}$ et $\vec{R}_{3\to2}$ sont colinéaires,

On a donc $C_B - Mg\frac{L}{2}\cos(\theta) - Mg\left(L\cos(\theta) + \frac{L}{2}\right) + \overrightarrow{AA_2} \wedge \vec{R}_{3\to2}.\vec{x} = 0$ (2)

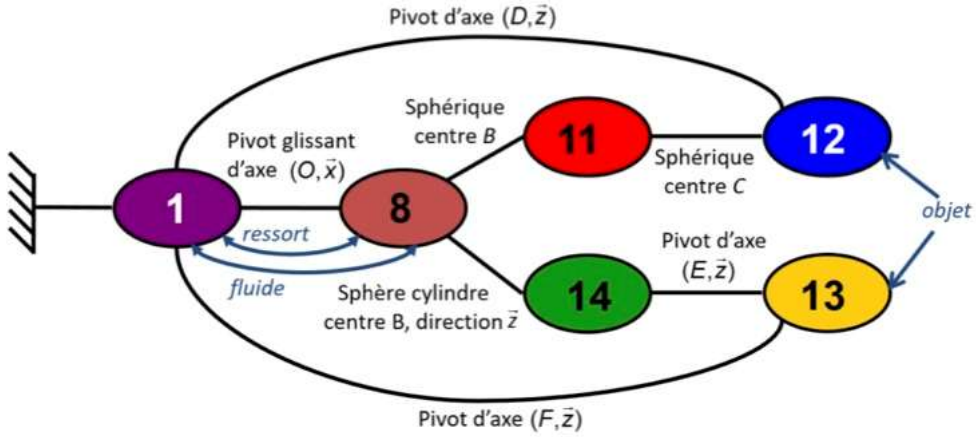
En combinant (1) et (2), on obtient :

$$C_B = \frac{3L}{2} Mg.\cos(\theta)$$



EXERCICE 9 : **Pince pneumatique**

Graphe d'analyse :



Analyse

Effort en entrée connu : action du fluide

Effort en sortie recherché : action de serrage de l'objet

Stratégie d'isolement :

Étape	Isolement	Théorème	Projection	Résultat
1	11	Solide soumis à 2 glisseurs		$\vec{R}_{8\to11} = -\vec{R}_{12\to11}$
2	8	TRS	Sur $\vec{x}$	$\mathbf{R_{11\to8} = f(R_{ressort}, pS)}$
3	12	TMS en D	Sur $\vec{z}$	$\mathbf{F = f(R_{11\to12})}$

Etape 1 : On isole 11

11 est soumis à 2 glisseurs : $\vec{R}_{8\to11}$ au point B et $\vec{R}_{12\to11}$ au point C.

Donc à l'équilibre : $\boxed{\vec{R}_{8\to11} = -\vec{R}_{12\to11} = R.\vec{x}_{11}}$

Etape 2 : On isole 8

BAME :

$$\left\{T_{1\xrightarrow{ressort}8}\right\} = {}_O\left\{\begin{matrix} K\Delta L.\vec{x} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\} \qquad \left\{T_{1\xrightarrow{fluide}8}\right\} = {}_O\left\{\begin{matrix} pS.\vec{x} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\} \qquad \{T_{1\to8}\} = {}_O\begin{Bmatrix} 0 & - \\ Y_{18} & - \\ - & N_{18} \end{Bmatrix}_{B_0}$$

modélisation plane $(\vec{x},\vec{y})$

$$\{T_{11\to8}\} = {}_B\left\{\begin{matrix} -R.\vec{x}_{11} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\} \quad \text{et par symétrie : } \{T_{14\to8}\} = {}_B\left\{\begin{matrix} -R.\vec{x}_{14} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\} \quad \text{tel que } (\vec{x},\vec{x}_{14}) = -\alpha$$

TRS . $\vec{x}$:

$K\Delta L + pS - 2R\cos\alpha = 0$ D'où : $\boxed{R = \frac{K\Delta L+pS}{2\cos\alpha}}$

Etape 3 : On isole 12

BAME :

$$\{T_{1\to12}\} = {}_D\begin{Bmatrix} X_{112} & - \\ Y_{112} & - \\ - & 0 \end{Bmatrix}_{B_0} \qquad \{T_{11\to12}\} = {}_C\left\{\begin{matrix} -\vec{R}_{12\to11} = R.\vec{x}_{11} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\} \qquad \{T_{objet\to12}\} = {}_K\left\{\begin{matrix} F.\vec{y} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}$$

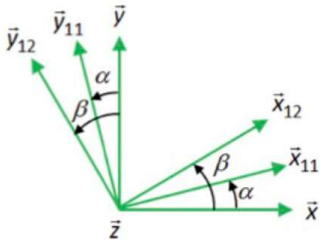
modélisation plane $(\vec{x},\vec{y})$

TMS en D . $\vec{z}$:

$$\left(\overrightarrow{DC} \wedge R.\vec{x}_{11} + \overrightarrow{DK} \wedge F.\vec{y}\right).\vec{z} = 0$$

$$\left((-b.\vec{x}_{12} + c.\vec{y}_{12}) \wedge R.\vec{x}_{11} + d.\vec{x}_{12} \wedge F.\vec{y}\right).\vec{z} = 0$$

$$R.(b.\sin(\beta-\alpha) - c.\cos(\beta-\alpha)) + d.F.\cos\beta = 0$$



Soit :

$$F = \frac{R.\left(c.\cos(\beta-\alpha) - b.\sin(\beta-\alpha)\right)}{d.\cos\beta}$$

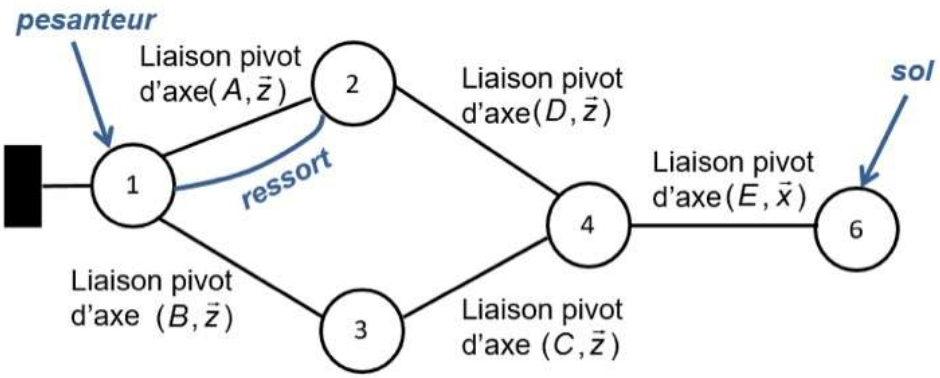
Finalement :

$$\boxed{\mathbf{F = \frac{(K\Delta L + pS).\left(c.\cos(\beta-\alpha) - b.\sin(\beta-\alpha)\right)}{2d.\cos\beta.\cos\alpha}}}$$

AN : F = 69 N → CDC OK

EXERCICE 10 : **Suspension automobile**

Graphe d'analyse :



Analyse

Effort en entrée connu : action du sol 0 sur 6

Effort en sortie recherché : action du ressort

Dans tous ce qui suit, les torseurs d'actions mécaniques seront écrits en tenant compte de l'hypothèse de problème plan $(O,\vec{x},\vec{y})$.

Stratégie d'isolement :

Étape	Isolement	Théorème	Projection	Résultat
1	3	Solide soumis à 2 glisseurs		$\vec{R}_{1\to3} = -\vec{R}_{4\to3}$
2	4+6	TMS en D	Sur $\vec{z}$	$\mathbf{R_{3\to4} = f(R_{sol\to6})}$
3	2+4+6	TMS en A	Sur $\vec{z}$	$\mathbf{F_{ressort} = f(R_{3\to4})}$

Etape 1 : On isole 3

3 est soumis à 2 glisseurs : $\vec{R}_{1\to3}$ au point B et $\vec{R}_{4\to3}$ au point C.

Donc à l'équilibre : $\boxed{\vec{R}_{1\to3} = -\vec{R}_{4\to3} = R.\vec{x}}$

Etape 2 : On isole 4+6

BAME :

$$\{T_{2\to4}\} = \begin{Bmatrix} X_{24} & - \\ Y_{24} & - \\ - & 0 \end{Bmatrix}_{B_0}^{D} ; \{T_{3\to4}\} = \begin{Bmatrix} R.\vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{C} ; \{T_{sol\to6}\} = \begin{Bmatrix} \frac{mg}{4}.\vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{L}$$

modélisation plane $(\vec{x},\vec{y})$

TMS en D . $\vec{z}$:

$$\left(\overrightarrow{DC} \wedge R.\vec{x} + \overrightarrow{DL} \wedge \frac{mg}{4}.\vec{y}\right).\vec{z} = 0$$

$$\left((c.\vec{x} - a.\vec{y}) \wedge R.\vec{x} + ((c+e).\vec{x} - (a+\mu).\vec{y}) \wedge \frac{mg}{4}.\vec{y}\right).\vec{z} = 0$$

$$a.R + (c+e).\frac{mg}{4} = 0$$

Soit :

$$R = \frac{-(c+e)}{a}.\frac{mg}{4}$$

Etape 3 : On isole 2+4+6
BAME :

$$\left\{T_{1\xrightarrow{ressort}2}\right\} = {}_{H}\left\{\begin{matrix} K\Delta L.\vec{y} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\} \; ; \{T_{1\to 2}\} = {}_{A}\left(\begin{matrix} X_{12} & - \\ Y_{12} & - \\ - & 0 \end{matrix}\right)_{B_0} \; ; \quad \{T_{3\to 4}\} = {}_{C}\left\{\begin{matrix} R.\vec{x} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\} \quad ; \quad \{T_{sol\to 6}\} = {}_{L}\left\{\begin{matrix} \frac{mg}{4}.\vec{y} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}$$

NB : $\Delta L<0$

TMS en A . $\vec{z}$:

$$\left(\overrightarrow{AH} \wedge (K\Delta L.\vec{y}) + \overrightarrow{AC} \wedge R.\vec{x} + \overrightarrow{AL} \wedge \frac{mg}{4}.\vec{y}\right).\vec{z} = 0$$

$$\left((L.\vec{x} + h.\vec{y}) \wedge (K\Delta L.\vec{y}) + \left((d+c).\vec{x} - a.\vec{y}\right) \wedge R.\vec{x} + ((d+c+e).\vec{x} - (a+\mu).\vec{y}) \wedge \frac{mg}{4}.\vec{y}\right).\vec{z} = 0$$

$L.K\Delta L + a.R + (d+c+e).\frac{mg}{4} = 0$ or d'après ce qui précède $R = \frac{-(c+e)}{a}.\frac{mg}{4}$

Finalement :

$$\boxed{\Delta L = -\frac{d.mg}{4LK}}$$

AN : $I\Delta LI = 9$ cm < 12 cm -> CDC OK