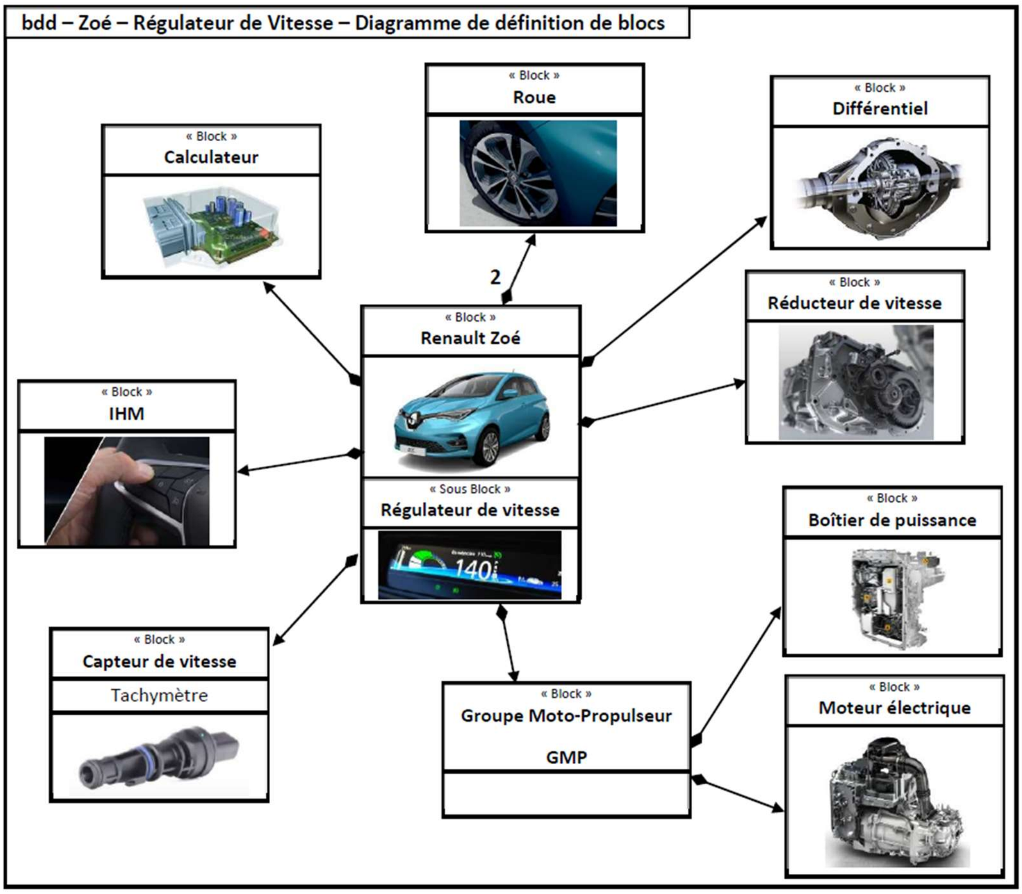
Exercice 1 : **Régulateur de vitesse de la Renault ZOÉ**

On s'intéresse au régulateur de vitesse de la Renault Zoé où le conducteur impose une consigne de vitesse et le véhicule gère automatiquement son moteur pour y parvenir.

On donne ci-dessous le diagramme de définition de blocs du régulateur de vitesse.



Description des composants et modèles de connaissance :

Chaîne de puissance :

Groupe Moto-Propulseur (GMP) :

- Boitier de puissance : il pilote les composants de l'électronique de puissance pour alimenter le moteur avec la tension $\mathbf{u_m(t) = K_b.u_b(t)}$ où $u_b(t)$ (tension en Volts) correspond à l'ordre reçu depuis la chaîne d'information.
- Moteur électrique : il fournit un couple moteur $c_{mot}(t)$. Ce couple augmente linéairement avec la tension $u_m(t)$ comprise entre 0 et 5V : $\mathbf{c_{mot}(t) = K_m.u_m(t)}$. NB : un couple est une action mécanique qui permet d'entrainer un solide en rotation. Unité : N.m

Réducteur : le moteur est accouplé à un réducteur pour augmenter le couple disponible et diminuer la vitesse de rotation. $\mathbf{c_{red}(t) = K_{red}.c_{mot}(t)}$.

Différentiel : le couple du réducteur est partagé de manière égale à la roue avant gauche et la roue avant droite par un différentiel : $\mathbf{c_{roue}(t) = \frac{1}{2}.c_{red}(t)}$.

Roue : elle convertit une puissance en rotation en puissance en translation. Relation en couple : on l'obtient par conservation de l'énergie : $\mathbf{f_{roue}(t) = \frac{1}{R_{roue}}.c_{roue}(t)}$ où R_{roue} est le rayon des roues.

Dynamique du véhicule : 2 forces principales s'opposent à l'avancement :

- Les frottements de roulement dus au contact des roues sur le sol et à la pente de la route,
- Les frottements aérodynamiques dus aux frottements de l'air sur la carrosserie du véhicule.

Les frottements de roulement sont modélisés par une perturbation extérieure : $\mathbf{f_{pert}(t)}$.

Les frottements aérodynamiques sont modélisés par une force évoluant linéairement avec la vitesse : $\mathbf{f_f(t) = K_f.v(t)}$.

Le Principe Fondamental de la Dynamique (vu en 2ème année) appliqué au véhicule permet d'établir la relation entre son accélération (dérivée temporelle de sa vitesse) et les forces s'appliquant à celui-ci, soit :

$$M_v \frac{dv(t)}{dt} = 2\, f_{roue}(t) - f_f(t) - f_{pert}(t)$$

où v(t) est la vitesse du véhicule et M_v, masse véhicule.

Chaîne d'information :

Interface de pilotage : Elle permet au conducteur d'entrer la consigne de vitesse $\mathbf{v_c(t)}$ et envoie sa tension image $\mathbf{u_c(t)}$ au calculateur. Elle est modélisée par un gain pur $\mathbf{K_{IHM}}$.

Tachymètre : Il mesure la vitesse réelle du véhicule $\mathbf{v(t)}$ et envoie sa tension image $\mathbf{u_{mes}(t)}$ au calculateur. Il est modélisé par un gain pur $\mathbf{K_{cap}}$.

Calculateur : Il calcule l'écart $\boldsymbol{\varepsilon(t)}$ entre $u_c(t)$ et $u_{mes}(t)$.

L'écart ε(t) est amplifié et corrigé afin d'alimenter le boitier de puissance : $\mathbf{u_b(t) = K_{reg}.\boldsymbol{\varepsilon}(t)}$

K_b, K_m, K_f, K_{red}, K_{IHM}, K_{cap} et K_{reg} sont des constantes réelles strictement positives.

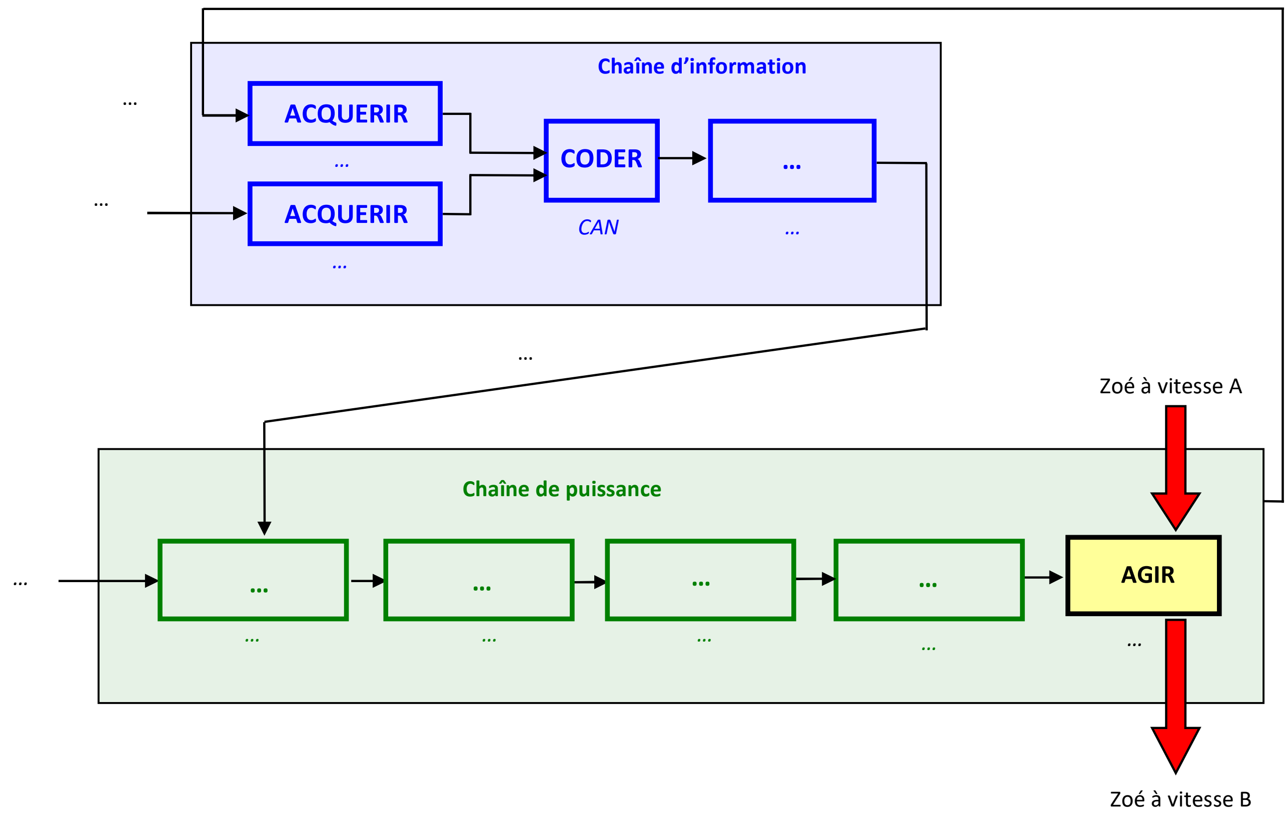
On se placera dans les conditions de Heaviside dans l'intégralité de l'étude.

L'objectif est de vérifier que les performances obtenues par simulation satisfont le cahier des charges partiel du régulateur de vitesse ci-dessous :

Fonction	**Critères**	**Niveaux**
Réguler la vitesse de Zoé	Précision	Pour une consigne de vitesse en échelon : • Erreur statique nulle Pour une perturbation en échelon : • Erreur statique nulle
	Rapidité	L'accélération ressentie par le conducteur doit être inférieure à 0,5g où g est l'accélération de la pesanteur.
	Dépassements	Aucun

Q1.*Compléter ci-dessous le diagramme chaine de puissance/chaine d'information correspondant au système de régulation de vitesse de la Renault Zoé.*

Q2.*Repasser en bleu les flèches correspondant à de la puissance. Repasser en rouge les flèches correspondant à de la puissance mécanique. Repasser en vert les flèches correspondant à de l'information.*

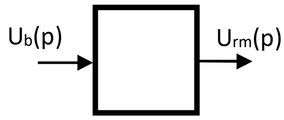
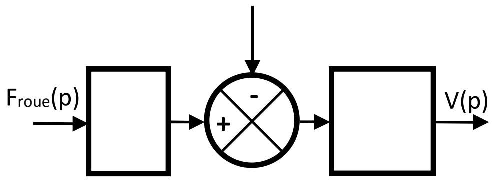
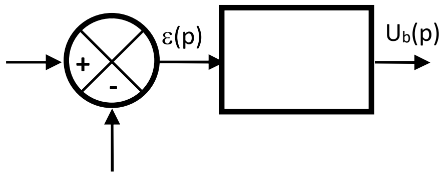


Élaboration du schéma-blocs du régulateur de vitesse de Renault Zoé :

Q3.*Appliquer la transformée de Laplace sur les différentes équations du modèle de connaissance. Compléter la 2ème colonne du tableau page suivante.*

Q4.*Déduire de la question précédente le schéma-bloc correspondant à chacune des équations du modèle de connaissance. Compléter la 3ème colonne du tableau page suivante en dessinant le schéma-bloc élémentaire (bloc avec variable d'entrée + variable de sortie + fonction de transfert) correspondant à chaque équation.*

Q5.*Compléter le schéma-blocs complet correspondant au régulateur de vitesse de Renault Zoé. Indiquer les variables d'entrée et de sortie de chaque bloc.*

Relation temporelle	Relation(s) dans le domaine de Laplace	Schéma-bloc élémentaire correspondant
Boitier de puissance : $u_m(t) = K_b.u_b(t)$		
Moteur électrique : $c_{mot}(t) = K_m.u_m(t)$		
Réducteur : $c_{red}(t) = K_{red}.c_{mot}(t)$		
Différentiel : $c_{roue}(t) = \frac{1}{2}.c_{red}(t)$		
Roue : $f_{roue}(t) = \frac{1}{R_{roue}}.c_{roue}(t)$		
Dynamique du véhicule : $M_v \frac{dv(t)}{dt} = 2\ f_{roue}(t) - f_f(t) - f_{pert}(t)$ $f_f(t) = K_f.v(t)$		
Interface de pilotage : Gain pur K_{IHM}		
Prise tachymétrique : Gain pur K_{cap}		
Calculateur : $\varepsilon(t) = u_c(t) - u_{mes}(t)$ $u_b(t) = K_{reg}.\varepsilon(t)$		

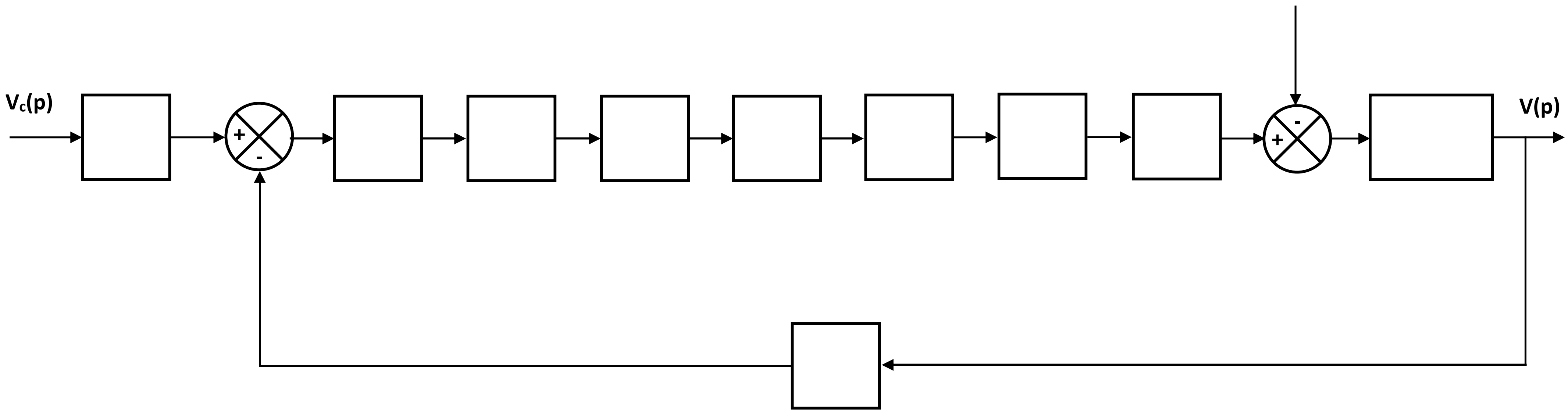


Schéma-blocs du régulateur de vitesse de Renault Zoé

Calcul du gain K_m du moteur du Groupe Moto-Propulseur (GMP) :

Le moteur électrique du GMP est tel que pour une tension d'entrée u_m de 5 Volts, on obtient le couple maximum en sortie du moteur c_{mot} = 140 Nm.

Q6. *Calculer le gain* K_m *du moteur permettant d'obtenir* $C_{mot}(p)$ *en fonction de la consigne* $U_m(p)$*. Préciser l'unité de* K_m*.*

Réglage du gain K_{IHM} de l'interface de pilotage :

Q7. *Comment choisir le gain* K_{IHM} *de l'interface de pilotage afin que la vitesse v(t) en sortie de l'asservissement soit correctement asservie sur la vitesse de consigne* $v_c(t)$*.*

On considèrera cette condition remplie dans tout ce qui suit.

Analyse des performances de la régulation de vitesse :

Le schéma-blocs du régulateur de vitesse étant réalisé, le théorème de superposition permet d'exprimer V(p) sous la forme :

$$V(p) = H_1(p).V_c(p) + H_2(p).F_{pert}(p)$$

avec $H_1(p) = \frac{V(p)}{V_c(p)}$ quand $F_{pert}(p) = 0$ et $H_2(p) = \frac{V(p)}{F_{pert}(p)}$ quand $V_c(p) = 0$

Pour les questions Q8 et Q9, détailler les différentes étapes du raisonnement en simplifiant le schéma-blocs selon les cas.

Q8. *Déterminer l'expression de la fonction de transfert du système* $H_1(p)$ *en fonction de* K_{cap}*,* K_{reg}*,* K_b*,* K_m*,* K_{red}*,* K_f*,* R_{roue} *et* M_v*. Montrer que cette fonction de transfert peut se mettre sous la forme d'un système du premier ordre* $H_1(p) = \frac{K_1}{1 + \tau.p}$ *où* K_1 *et* τ *sont 2 constantes à déterminer. Donner les unités de* K_1 *et de* τ*.*

Q9. *Déterminer l'expression de la fonction de transfert du système* $H_2(p)$ *en fonction de* K_{cap}*,* K_{reg}*,* K_b*,* K_m*,* K_{red}*,* K_f*,* R_{roue} *et* M_v*. Montrer que cette fonction de transfert peut se mettre sous la forme d'un système du premier ordre* $H_2(p) = -\frac{K_2}{1+\tau.p}$ *où* K_2 *et* τ *sont 2 constantes à déterminer. Donner l'unité de* K_2*.*

Q10. *En absence de perturbations (*$F_{pert}(p) = 0$*), exprimer* $v(+\infty)$ *en régime permanent lorsque la vitesse de consigne* $v_c(t)$ *est un échelon d'amplitude* V_0*.*

Q11. *Exprimer alors la chute de vitesse* $\Delta v(+\infty)$ *à l'apparition d'une perturbation* $F_{pert}(t)$*, modélisée par un échelon d'amplitude* F_0*.*

Q12. *Conclure sur l'exigence de précision du cahier des charges.*

Pour la suite, on négligera les perturbations : $\boldsymbol{F_{pert}(p) = 0}$ **et on retiendra l'expression numérique suivante :** $\mathbf{H(p) = \frac{V(p)}{V_c(p)} = \frac{3.K_{reg}}{10+3.K_{reg}+25.p}}$.

Amélioration des performances de la régulation de vitesse :

Afin de remédier au problème mis en évidence dans la partie précédente, on décide d'implanter un correcteur intégral dans le calculateur.

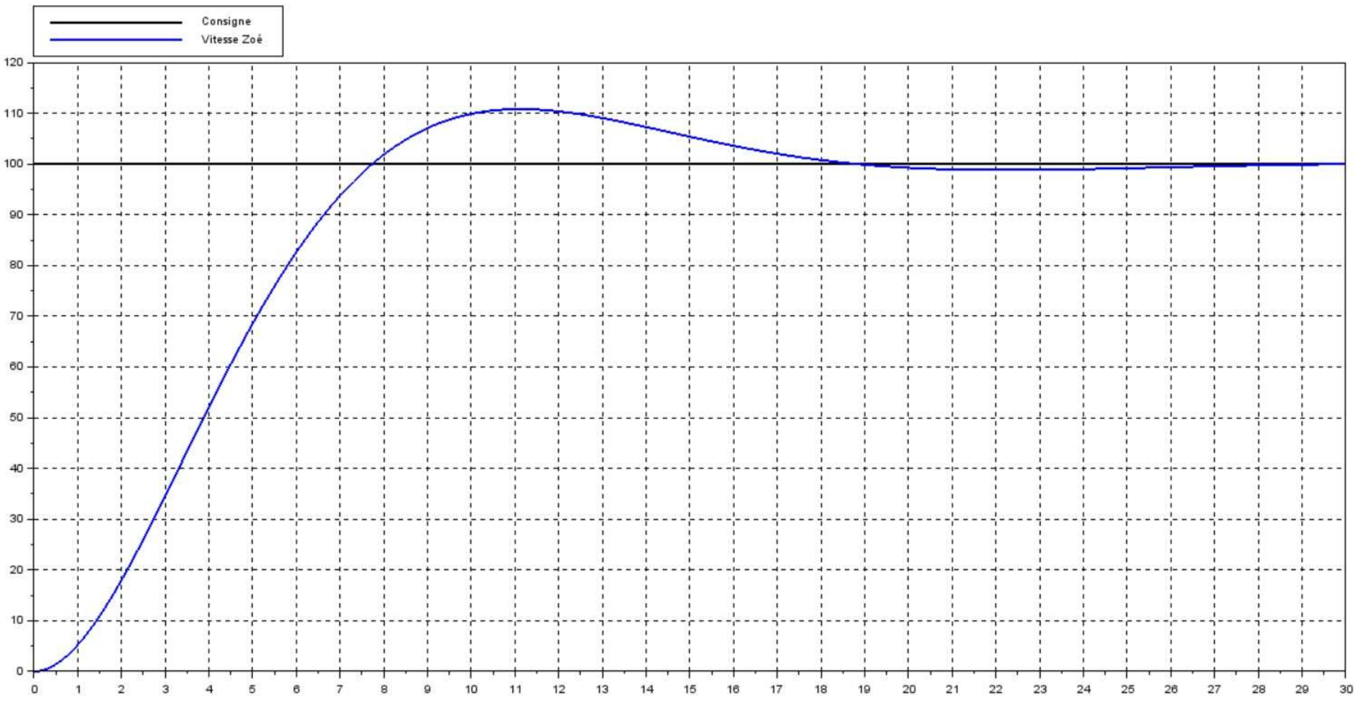
Le modèle de connaissance du calculateur est alors modifié et la tension d'alimentation $u_b(t)$ du GMP est alors $\boldsymbol{U_b(p) = \frac{K_{reg}}{p}.\varepsilon(p)}$.

Q13. *Justifier l'appellation « correcteur intégral ».*

Q14. *Exprimer la fonction de transfert corrigée $H_C(p) = \frac{V(p)}{V_c(p)}$ en fonction de K_{reg}. Montrer que cette fonction de transfert peut se mettre sous la forme d'un système du deuxième ordre $H_C(p) = \frac{K_3}{1+\frac{2\xi}{\omega_0}.p+\frac{1}{\omega_0^2}.p^2}$ où K_3, ξ et ω_0 sont 3 constantes à exprimer en fonction de K_{reg}. On précisera le nom et l'unité de ces trois constantes.*

Q15. *Montrer alors que ce correcteur permet de satisfaire à l'exigence de précision du cahier des charges pour un échelon de vitesse en consigne.*

Le graphique ci-dessous montre l'évolution de la vitesse v(t) de Renault Zoé pour une vitesse de consigne en échelon de 100 km.h^{-1} et un réglage **de K_{reg} = 1**.



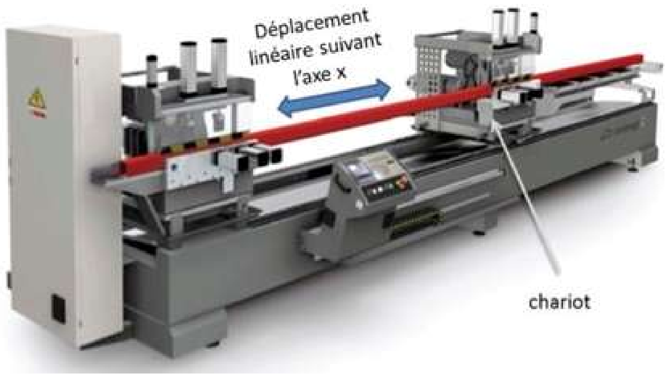
Q16. *En justifiant votre réponse en faisant apparaître les tracés utiles sur le document réponses, vérifier si ce réglage est adapté vis-à-vis des exigences du cahier des charges.*

Un système du deuxième ordre ne présentera pas de dépassement si et seulement si son amortissement est supérieur ou égal à 1 (propriété démontrée lors du cycle 5).

Q17. *Calculer la valeur maximale de K_{reg} permettant alors de satisfaire l'exigence de stabilité du cahier des charges.*

Traiter les exercices 2 et 3 avant de traiter cette partie

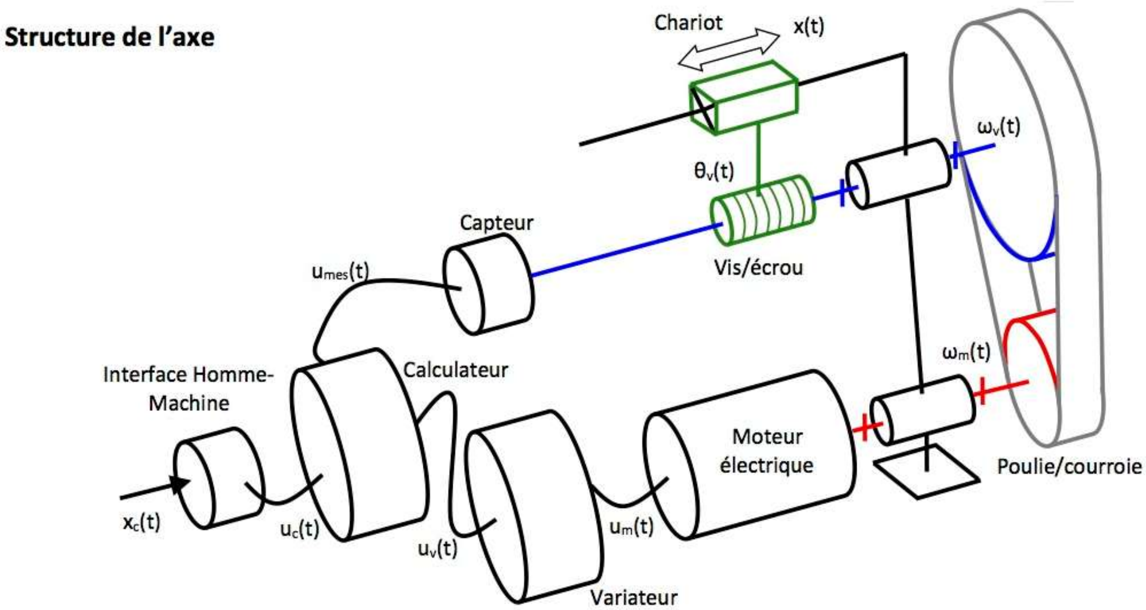
Exercice 2 : **Axe linéaire d'une machine-outil**



Présentation générale du système

On s'intéresse à l'axe linéaire d'une machine-outil à commande numérique.

Ce système est utilisé pour réaliser différents usinages (trous, lamages, méplats, …) sur des pièces cylindriques de grande longueur.



La chaîne d'énergie-puissance est constituée :

- d'un variateur (pré-actionneur), contrôlant la tension d'alimentation du moteur à courant continu notée $u_m(t)$ en V à partir de la tension de commande notée $u_v(t)$ en V,
- d'un moteur à courant continu de vitesse angulaire $\omega_m(t)$ en rad.s^{-1},
- d'un réducteur poulies-courroie de vitesse angulaire de sortie $\omega_v(t)$ en rad.s^{-1},
- d'un système vis-écrou qui permet de transformer le mouvement de rotation continue de la vis (position angulaire $\theta_v(t)$ en rad) en un mouvement de translation continue du chariot (position linéaire x(t) en cm).

La chaîne d'information est constituée :

- d'une interface homme-machine qui traduit la consigne de position $x_c(t)$ en mm, en une tension image $u_c(t)$ en V,
- d'un codeur incrémental qui mesure la position angulaire de la vis et en informe le calculateur avec la tension image $u_{mes}(t)$ en V,
- d'un calculateur qui compare ensuite cette mesure $u_{mes}(t)$ avec l'image de la consigne $u_c(t)$, puis amplifie/corrige l'image de l'erreur $\varepsilon(t) = u_c(t) - u_{mes}(t)$ issue de cette comparaison, pour élaborer un signal de commande en tension $u_v(t)$ pour le variateur.

Modèle de connaissance des composants et de l'axe :

Le calculateur est modélisé par : $\varepsilon(t) = u_c(t) - u_{mes}(t)$ et $u_v(t) = K_c.\varepsilon(t)$

Le variateur est modélisé par : $u_m(t) = K_v.u_v(t)$

Le moteur électrique est modélisé par : $\tau_m.\frac{d\omega_m(t)}{dt} + \omega_m(t) = K_m.u_m(t)$

Le réducteur poulies-courroie a un rapport de réduction r < 1 tel que $\omega_v(t) = r.\omega_m(t)$

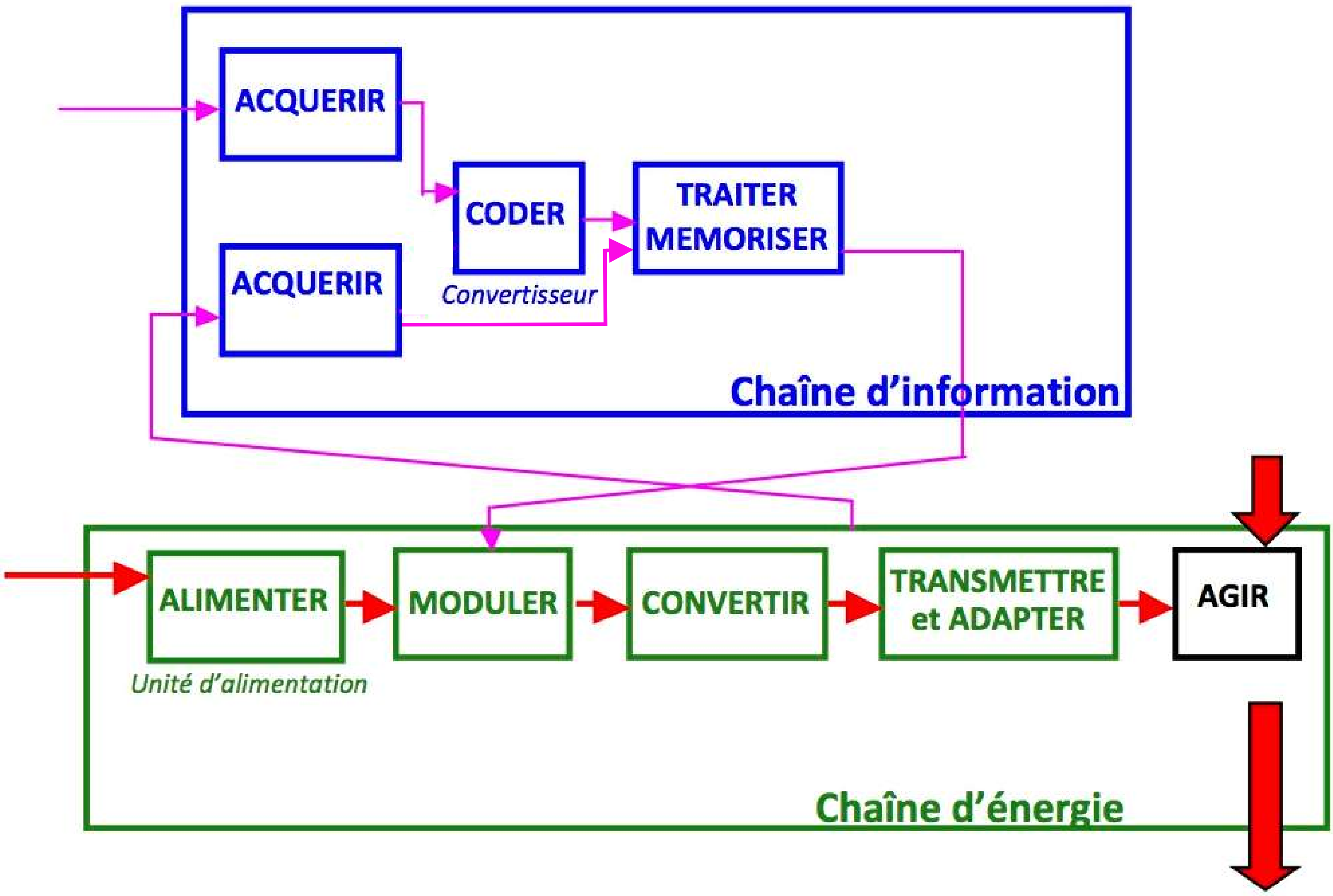
Le gain du transmetteur vis-écrou est noté K_{VE} en $cm.rad^{-1}$

Le gain du codeur incrémental est noté K_{cap} en $V.rad^{-1}$.

Le gain de l'interface homme-machine est noté K_{IHM} en $V.cm^{-1}$.

On suppose que toutes les conditions initiales sont nulles (conditions de Heaviside) et que toutes les constantes sont positives.

Q1. Compléter la chaîne fonctionnelle de l'axe linéaire :



Q2. Modélisation de l'axe linéaire :
À l'aide du modèle de connaissance des différents composants et de l'axe, élaborer les schémas blocs élémentaires de chacun des composants :

Composant	Modèle de connaissance dans le domaine : - temporel - symbolique	Schéma bloc élémentaire
Calculateur		
Variateur		
Moteur		
Réducteur poulies-courroie		
Système Vis/Ecrou		
Codeur incrémental		
IHM		

Q3. À partir des schémas blocs élémentaires, compléter page suivante le schéma blocs de l'axe linéaire complet.
On indiquera sous chacun des blocs le nom du composant et dans le bloc sa fonction de transfert.
On indiquera toutes les variables entre blocs.

Q4. Déterminer la relation temporelle entre $\omega_v(t)$ et $\theta_v(t)$.
En déduire la fonction de transfert permettant de « passer » de $\Omega_v(p)$ à $\Theta_v(p)$.

Q5. Déterminer le gain de l'IHM afin que l'axe linéaire soit correctement asservi.

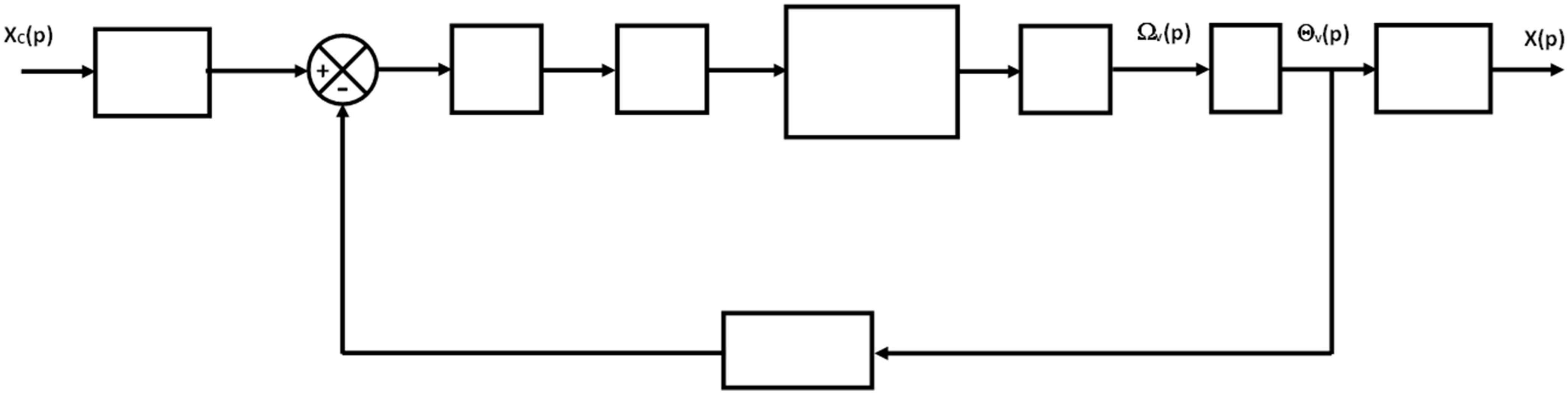
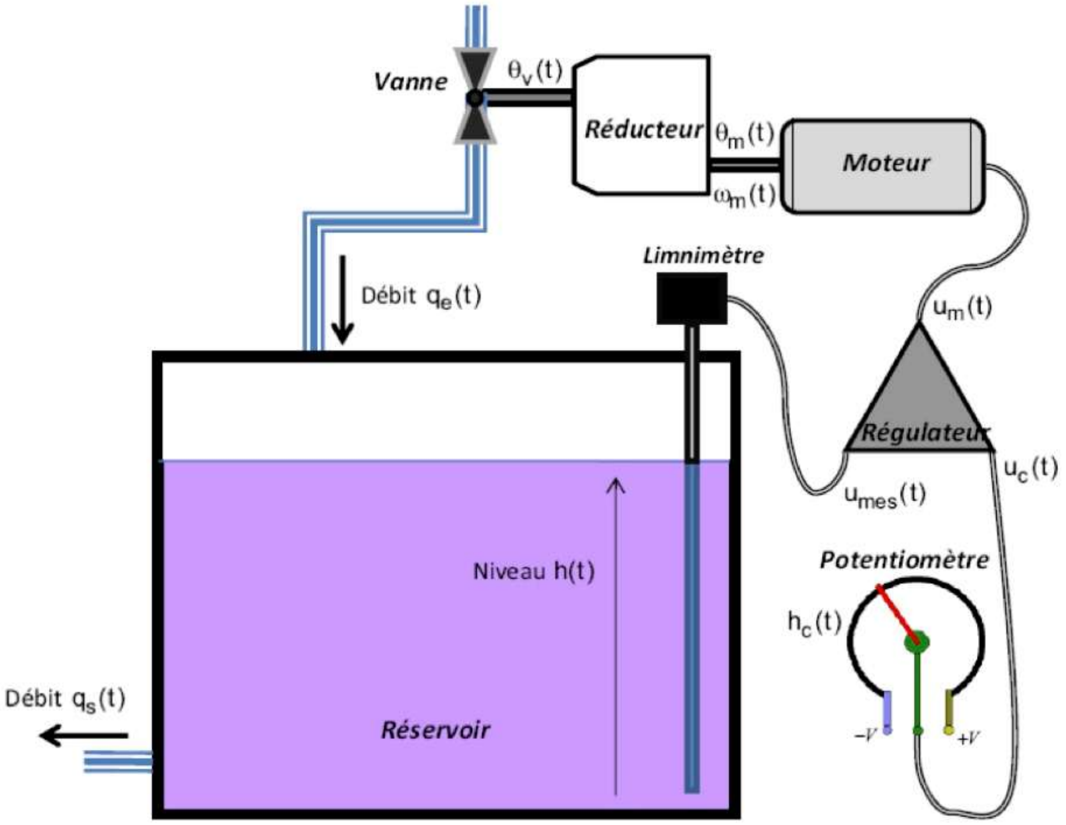


Schéma-blocs de l'axe linéaire complet

Exercice 3 : **Régulation de niveau**

La figure ci-dessous représente une régulation de niveau d'eau h(t) dans un réservoir :

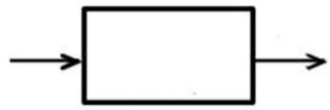
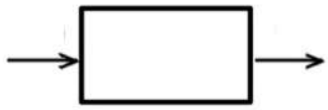
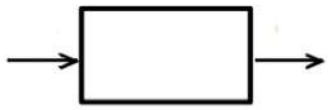
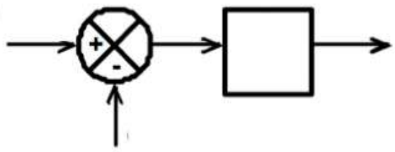
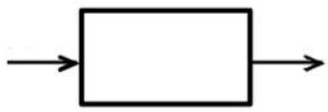
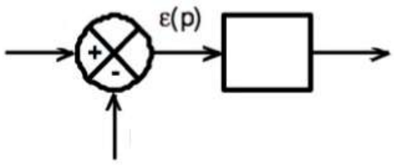


Constituant	Caractéristique	Modèle de connaissance
Moteur	Il tourne à la vitesse angulaire $\omega_m(t)$ pour une tension de commande $u_m(t)$	$\tau.\dfrac{d\omega_m(t)}{dt}+\omega_m(t)=K_m.u_m(t)$
Réducteur	Il réduit l'angle de l'axe de rotation du moteur $\theta_m(t)$ en un angle d'ouverture $\theta_v(t)$ de la vanne	$\theta_v(t)=r.\theta_m(t)$
Vanne	Elle délivre un débit $q_e(t)$ pour un angle d'ouverture $\theta_v(t)$	$q_e(t)=K_v.\theta_v(t)$
Réservoir	Il est de section constante S, et a pour débit d'entrée $q_e(t)$ et de sortie $q_s(t)$	$q_e(t)-q_s(t)=S.\dfrac{dh(t)}{dt}$
Limnimètre (capteur)	Il traduit le niveau d'eau $h(t)$ atteint dans le réservoir en tension $u_{mes}(t)$	$u_{mes}(t)=a.h(t)$
Potentiomètre (transducteur)	Il traduit la consigne de niveau d'eau $h_c(t)$ en tension de consigne $u_c(t)$	?
Régulateur (comparateur + correcteur)	Il compare la tension de consigne $u_c(t)$ à la tension mesurée $u_{mes}(t)$ pour en déduire l'écart $\varepsilon(t)$, puis corrige (amplifie) cet écart $\varepsilon(t)$ en une tension de commande du moteur $u_m(t)$	$\varepsilon(t)=u_c(t)-u_{mes}(t)$ $u_m(t)=A.\varepsilon(t)$

où τ, K_m, r, K_v, S, a et A sont des coefficients constants.

On suppose que toutes les conditions initiales sont nulles.

Question 1 : *Appliquer, pour chacun des modèles de connaissance des constituants du système, la transformation de Laplace. Puis indiquer sa fonction de transfert, et enfin en déduire son schéma-bloc.*

Composant	Relation temporelle	Relation dans le domaine de Laplace	Schéma-bloc
Moteur	$\tau.\dfrac{d\omega_m(t)}{dt} + \omega_m(t) = K_m.u_m(t)$		
Réducteur	$\theta_v(t) = r.\theta_m(t)$		
Vanne	$q_e(t) = K_v.\theta_v(t)$		
Réservoir	$q_e(t) - q_s(t) = S.\dfrac{dh(t)}{dt}$		
Limnimètre (capteur)	$u_{mes}(t) = a.h(t)$		
Régulateur (comparateur + correcteur)	$\varepsilon(t) = u_c(t) - u_{mes}(t)$ $u_m(t) = A.\varepsilon(t)$		

Le modèle de connaissance du potentiomètre (transducteur) n'est jamais donné dans les sujets de concours, il faut donc le retrouver !

Question 2 : *Donner cette relation entre $h_c(t)$ et $u_c(t)$ qui assure que $\varepsilon(t)$ soit bien une image de l'erreur du niveau d'eau. En déduire le schéma-bloc correspondant au potentiomètre.*

La relation entre vitesse angulaire $\omega_m(t)$ et position angulaire $\theta_m(t)$ du moteur, n'est aussi jamais donnée dans les sujets de concours, il faut donc la connaître.

Question 3 : *Donner donc cette relation temporelle générale qui lie vitesse et position. En déduire le schéma-bloc qui passe de $\Omega_m(p)$ à $\Theta_m(p)$*

Question 4 : *Donner la variable d'entrée et la variable de sortie du système. Puis, représenter le schéma-bloc du système entier en précisant le nom des constituants sous les blocs, ainsi que les flux d'énergie ou d'information entre les blocs.*

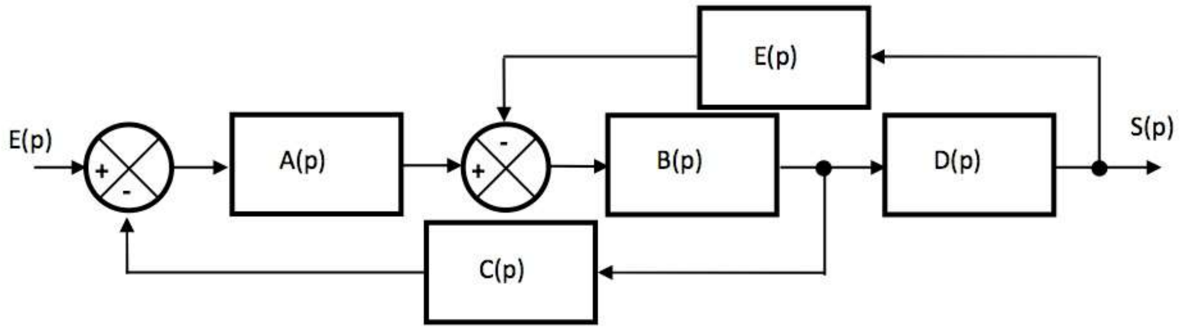
Question 5 : *En appliquant le théorème de superposition, exprimer H(p) sous la forme*

$$H(p) = F_1(p).H_c(p) + F_2(p).Q_s(p).$$

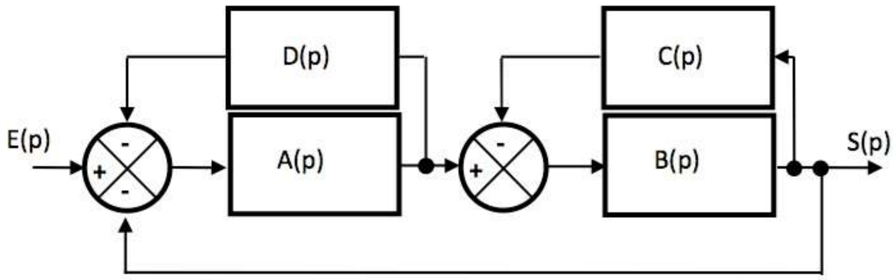
EXERCICE 4 : **Manipulation et simplification de schémas blocs en présence de boucles imbriquées**

Exprimer les fonctions de transfert des systèmes modélisés sous la forme des schémas blocs suivants :

Système 1 :



Système 2 :



Système 3 :