

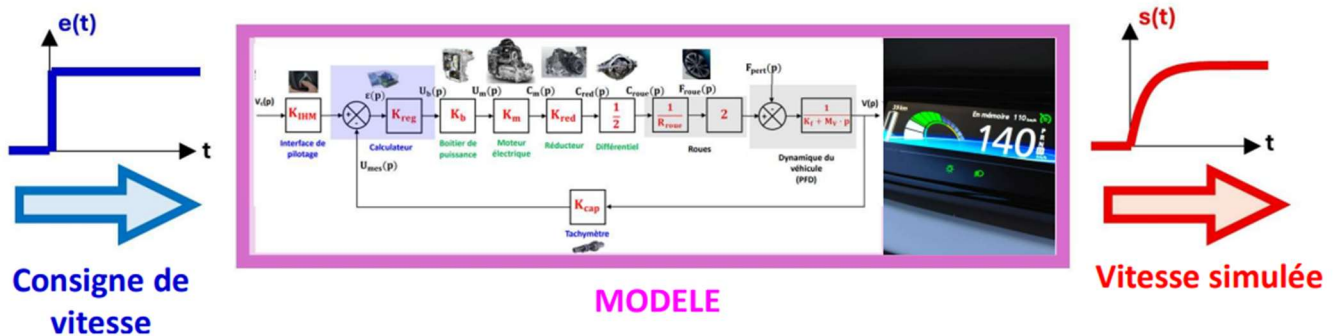
## Exercice 1 : Régulateur de vitesse de la Renault Zoé



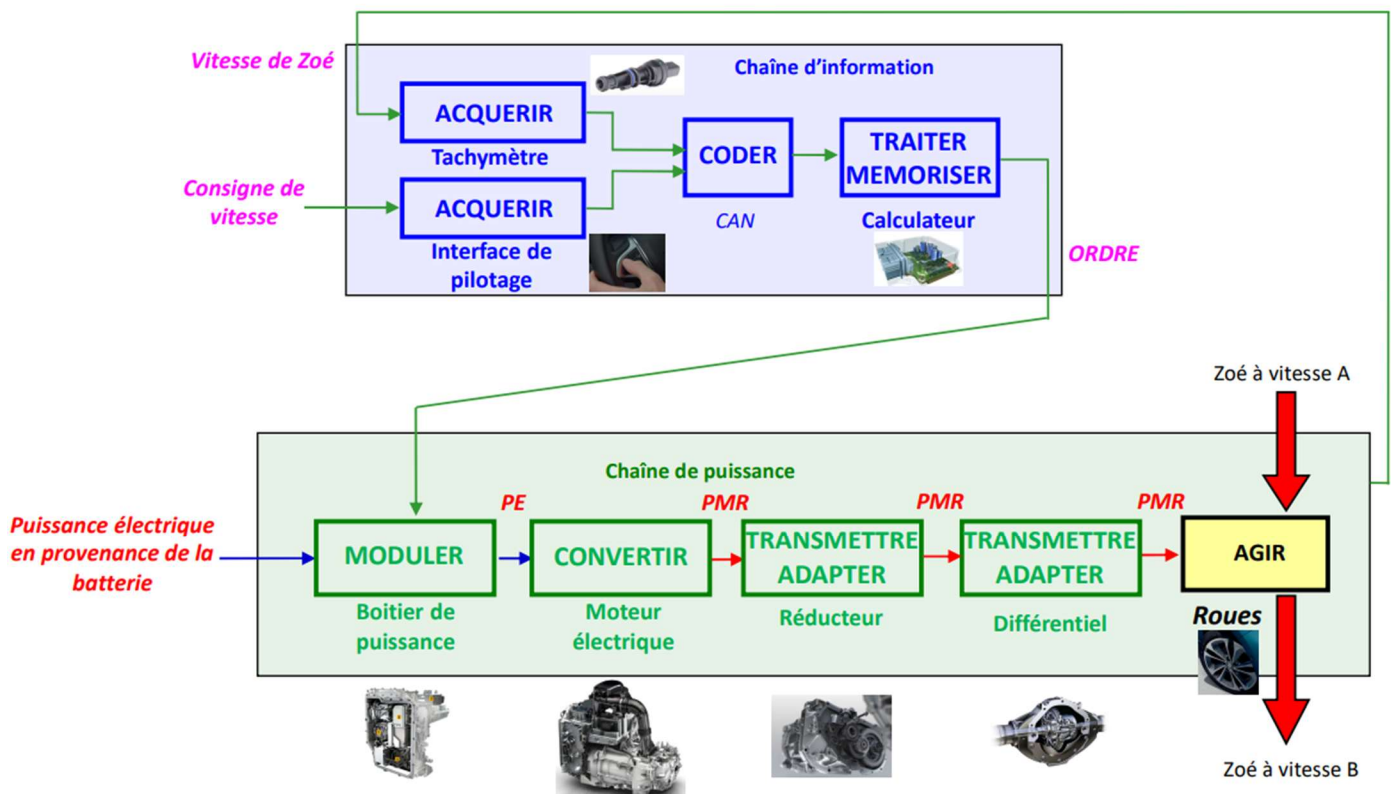
Renault Zoé



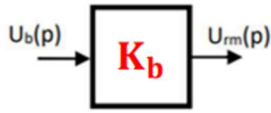
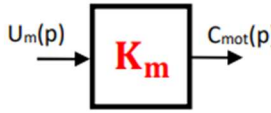
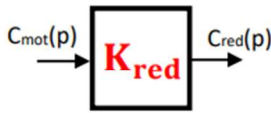
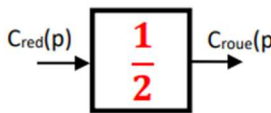
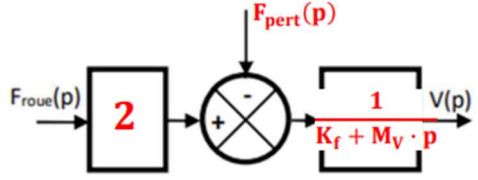
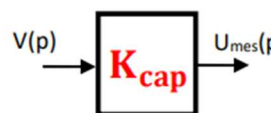
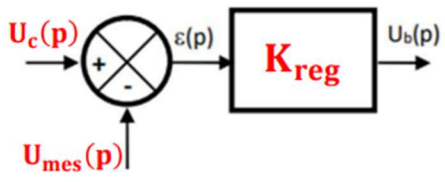
Régulateur de vitesse



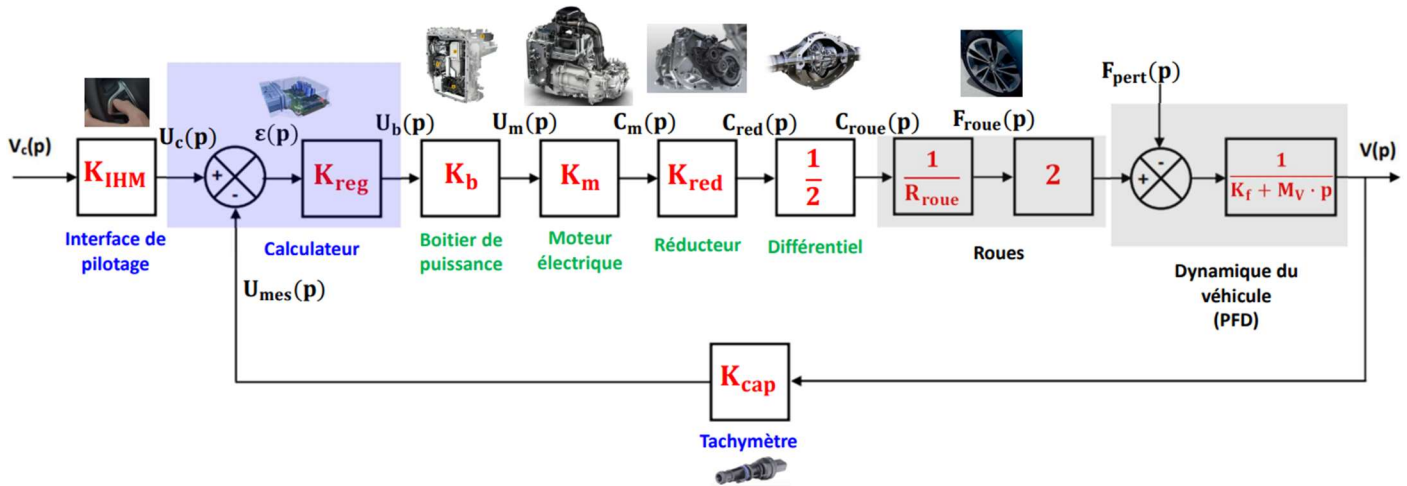
Q1. Q2.



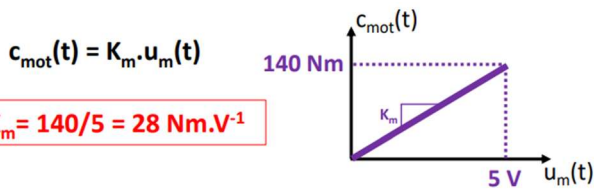
Q3. Q4.

| Relation temporelle                                                                                                        | Relation(s) dans le domaine de Laplace                                                                                                                                                                                                                                                                        | Schéma-bloc élémentaire correspondant                                                 |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Boîtier de puissance :</b><br>$u_m(t) = K_b \cdot u_b(t)$                                                               | $U_m(p) = K_b \cdot U_b(p)$                                                                                                                                                                                                                                                                                   |    |
| <b>Moteur électrique :</b><br>$c_{mot}(t) = K_m \cdot u_m(t)$                                                              | $C_{mot}(p) = K_m \cdot U_m(p)$                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |
| <b>Réducteur :</b><br>$c_{red}(t) = K_{red} \cdot c_{mot}(t)$                                                              | $C_{red}(p) = K_{red} \cdot C_{mot}(p)$                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |
| <b>Différentiel :</b><br>$c_{roue}(t) = \frac{1}{2} \cdot c_{red}(t)$                                                      | $C_{roue}(p) = \frac{1}{2} \cdot C_{red}(p)$                                                                                                                                                                                                                                                                  |    |
| <b>Roue :</b><br>$f_{roue}(t) = \frac{1}{R_{roue}} \cdot c_{roue}(t)$                                                      | $F_{roue}(p) = \frac{1}{R_{roue}} \cdot C_{roue}(p)$                                                                                                                                                                                                                                                          |   |
| <b>Dynamique du véhicule :</b><br>$M \frac{dv(t)}{dt} = 2 f_{roue}(t) - f_f(t) - f_{pert}(t)$<br>$f_f(t) = K_f \cdot v(t)$ | $\begin{aligned} & \blacksquare M_V \cdot p \cdot V(p) \\ &= 2F_{roue}(p) - F_f(p) - F_{pert}(p) \\ & \blacksquare F_f(p) = K_f \cdot V(p) \\ & M_V \cdot p \cdot V(p) \\ &= 2F_{roue}(p) - K_f \cdot V(p) - F_{pert}(p) \\ & 2F_{roue}(p) - F_{pert}(p) = \\ & (K_f + M_V \cdot p) \cdot V(p) \end{aligned}$ |  |
| <b>Interface de pilotage :</b><br>Gain pur $K_{IHM}$<br>$u_c(t) = K_{IHM} \cdot v_c(t)$                                    | $U_c(p) = K_{IHM} \cdot V_c(p)$                                                                                                                                                                                                                                                                               |  |
| <b>Prise tachymétrique :</b><br>Gain pur $K_{cap}$<br>$u_{mes}(t) = K_{cap} \cdot v(t)$                                    | $U_{mes}(p) = K_{cap} \cdot V(p)$                                                                                                                                                                                                                                                                             |  |
| <b>Calculateur :</b><br>$\varepsilon(t) = u_c(t) - u_{mes}(t)$<br>$u_b(t) = K_{reg} \cdot \varepsilon(t)$                  | $\varepsilon(p) = U_c(p) - U_{mes}(p)$<br>$U_b(p) = K_{reg} \cdot \varepsilon(p)$                                                                                                                                                                                                                             |   |

Q5.



Q6.



Q7.

L'écart doit être nul quand  $v(t) = v_c(t)$

Or  $\varepsilon(t) = u_c(t) - u_{mes}(t) = K_{IHM} \cdot v_c(t) - K_{cap} \cdot v(t)$

$\Rightarrow K_{IHM} = K_{cap}$

Q8. Q9.

$V(p) = H_1(p) \cdot V_c(p) + H_2(p) \cdot F_{pert}(p)$

avec  $H_1(p) = \frac{K_{cap} K^*}{R_{roue} K_f + K^* K_{cap} + R_{roue} M_v \cdot p}$

$H_2(p) = -\frac{R_{roue}}{R_{roue} K_f + K^* K_{cap} + R_{roue} M_v \cdot p}$

FORME CANONIQUE

$H_1(p) = \frac{K_{cap} K^*}{R_{roue} K_f + K^* K_{cap}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_{roue} M_v}{R_{roue} K_f + K^* K_{cap}} \cdot p}$

$H_2(p) = -\frac{R_{roue}}{R_{roue} K_f + K^* K_{cap}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_{roue} M_v}{R_{roue} K_f + K^* K_{cap}} \cdot p}$

Q10.

$V(p) = \frac{K_1}{1 + \tau \cdot p} \cdot V_c(p)$  car  $F_{pert}(p) = 0$

$\Rightarrow v(+\infty) = K_1 V_0$

Consigne de vitesse en échelon :  $V_c(p) = \frac{V_0}{p}$

$V(p) = \frac{K_1}{1 + \tau \cdot p} \cdot \frac{V_0}{p}$

Théorème de la VALEUR FINALE :

$\lim_{t \rightarrow +\infty} v(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot V(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{K_1}{1 + \tau \cdot p} \cdot \frac{V_0}{p} = K_1 V_0$

Q11.

$V(p) = \frac{K_1}{1 + \tau \cdot p} \cdot V_c(p) - \frac{K_2}{1 + \tau \cdot p} \cdot F_{pert}(p)$

$\Rightarrow \Delta v(+\infty) = -K_2 F_0$

$\Delta V(p) = -\frac{K_2}{1 + \tau \cdot p} \cdot F_{pert}(p)$  Perturbation constante (échelon) :  $F_{pert}(p) = \frac{F_0}{p}$

Théorème de la VALEUR FINALE :

$\Delta V(p) = -\frac{K_2}{1 + \tau \cdot p} \cdot \frac{F_0}{p}$

$\lim_{t \rightarrow +\infty} \Delta v(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \Delta V(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{-K_2}{1 + \tau \cdot p} \cdot \frac{F_0}{p} = -K_2 F_0$

Q12.

$v(+\infty) \neq V_0$  et  $\Delta v(+\infty) \neq 0 \Rightarrow \text{CDC KO !}$

Q13.

$$U_m(p) = \frac{1}{p} (K_{reg} \varepsilon(p)) \xrightarrow[\text{(Heaviside)}]{\mathcal{Z}^{-1}} u_m(t) = K_{reg} \int_0^t \varepsilon(t) dt$$

D'où l'appellation correcteur intégral

NB: Intégrer dans le domaine temporel "revient" à diviser par  $p$  dans le domaine symbolique.

Q14.

À l'aide de l'expression de  $H(p)$  donnée et en modifiant  $K_{reg} \leftrightarrow \frac{K_{reg}}{p}$  on a:

$$H_c(p) = \frac{3 \frac{K_{reg}}{p}}{10 + 3 \frac{K_{reg}}{p} + 25p} = \frac{3 K_{reg}}{10p + 3K_{reg} + 25p^2}$$

D'où

$$H_c(p) = \frac{1}{1 + \frac{10}{3K_{reg}} p + \frac{25}{3K_{reg}} p^2}$$

On a donc, par identification

$$\begin{cases} K_3 = 1 \text{ (gain statique sans unité)} \\ \frac{2\xi}{\omega_0} = \frac{10}{3K_{reg}} \quad (1) \\ \frac{1}{\omega_0^2} = \frac{25}{3K_{reg}} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{3K_{reg}}{25}} = \frac{\sqrt{3K_{reg}}}{5} = \omega_0 \text{ (pulsation propre en rad.s}^{-1}\text{)} \end{cases}$$

En remplaçant  $\omega_0$  par son expression dans (1) on obtient:

$$\xi = \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{3K_{reg}} \cdot \frac{\sqrt{3K_{reg}}}{5}$$

Soit

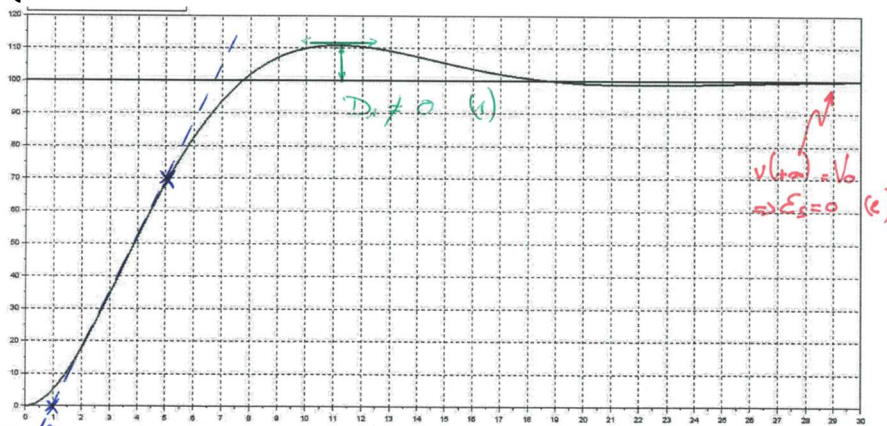
$$\xi = \frac{1}{\sqrt{3K_{reg}}} \text{ (amortissement sans unité)}$$

Q15.

$$K_3 = 1 \Rightarrow v(+\infty) = V_0$$

$\Rightarrow$  CDC OK pour une consigne de vitesse en échelon

Q16.



$v(t)$  en fonction du temps en secondes pour un échelon de consigne de  $100 \text{ km.h}^{-1}$  avec  $K_{reg} = 1$

On peut calculer l'accélération ressentie par le conducteur en déterminant la pente de la droite  $\Delta$ :

$$\gamma \approx \frac{70-0}{5-1} \Rightarrow \gamma \approx 14 \text{ m.s}^{-2} \approx 1,5g > 0,5g \Rightarrow \text{CDC KO (rapidité)}$$

(1)  $\Rightarrow$  CDC KO (dépassements)

(2)  $\Rightarrow$  CDC OK (précision)

Q17.

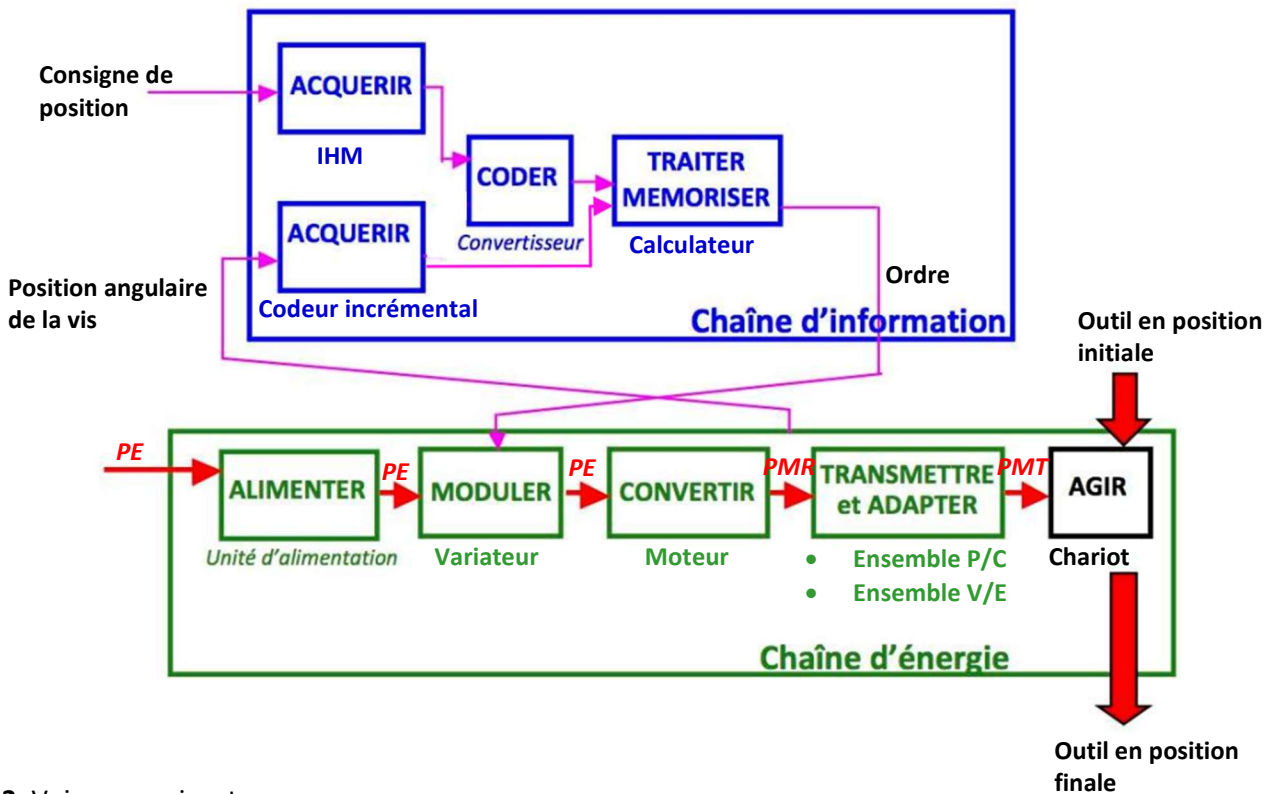
$$\xi \geq 1 \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{3K_{reg}}} \geq 1$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3K_{reg}} \leq 1 \Leftrightarrow K_{reg} \leq \frac{1}{3}$$

D'où  $K_{reg \text{ max}} = \frac{1}{3}$

## Exercice 2 : Axe linéaire d'une machine-outil

Q1.



Q2.Q3. Voir page suivante

Q4. La position angulaire de la vis  $\theta_v(t)$  est l'intégrale de sa vitesse angulaire  $\omega_v(t)$ .

Or intégrer dans le domaine temporel revient à diviser par  $p$  dans le domaine symbolique

$\Rightarrow$  la fonction de transfert permettant de passer de  $\Omega_v(p)$  à  $\Theta_v(p)$  est donc  $1/p$

Q5.

Afin que le système soit correctement asservi, il faut  $\varepsilon(t) = 0$  quand  $x(t) = x_c(t)$ .

Or  $\varepsilon(t) = u_c(t) - u_{mes}(t) = K_{IHM} \cdot x_c(t) - K_{cap} \cdot \theta_v(t) = K_{IHM} \cdot x_c(t) - K_{cap}/K_{VE} \cdot x(t) =$

$\Rightarrow K_{IHM} = K_{cap}/K_{VE}$

Q2. Q3.

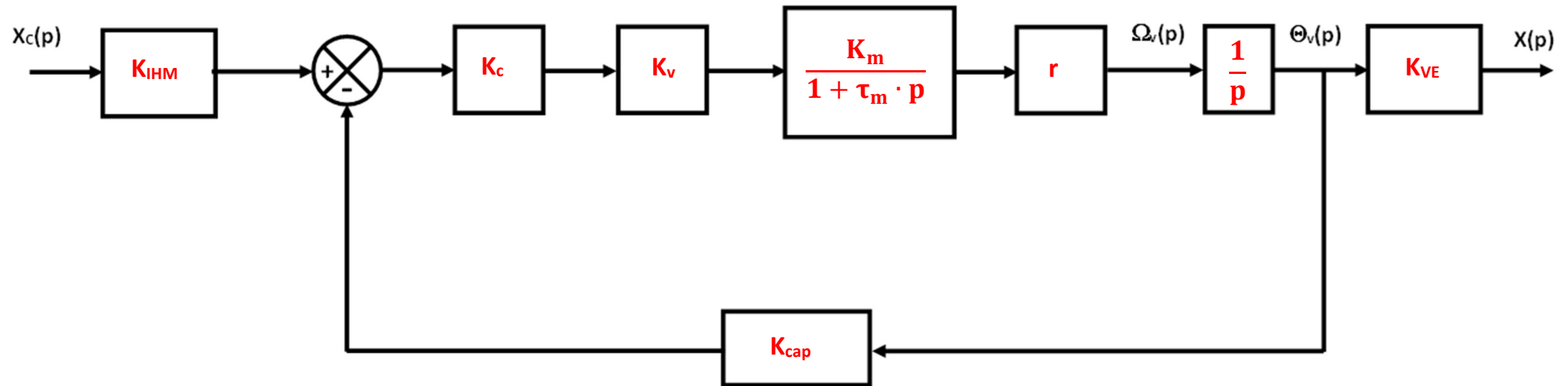
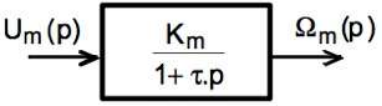
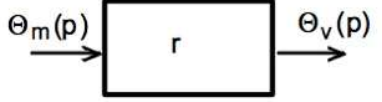
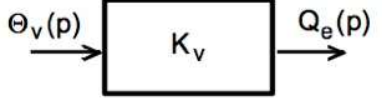
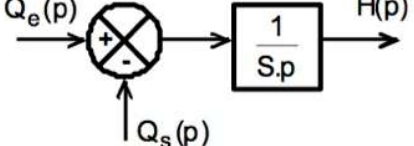
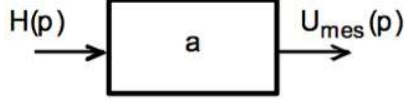
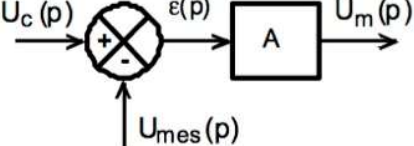


Schéma-blocs de l'axe linéaire complet

### Exercice 3 : Régulation de niveau

**Question 1 :** Appliquer, pour chacun des modèles de connaissance des constituants du système, la transformation de Laplace. Puis indiquer sa fonction de transfert, et enfin en déduire son schéma-bloc.

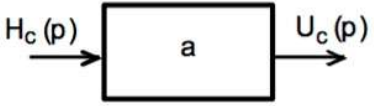
| Composant                             | Relation temporelle                                                         | Relation dans le domaine de Laplace                                                                                                                                                           | Schéma-bloc                                                                           |
|---------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| Moteur                                | $\tau \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} + \omega_m(t) = K_m \cdot u_m(t)$       | $\tau \cdot p \cdot \Omega_m(p) + \Omega_m(p) = K_m \cdot U_m(p)$<br>$\Omega_m(p) \cdot (1 + \tau \cdot p) = K_m \cdot U_m(p)$<br>$\frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{K_m}{1 + \tau \cdot p}$ |    |
| Réducteur                             | $\theta_v(t) = r \cdot \theta_m(t)$                                         | $\Theta_v(p) = r \cdot \Theta_m(p)$<br>$\frac{\Theta_v(p)}{\Theta_m(p)} = r$                                                                                                                  |    |
| Vanne                                 | $q_e(t) = K_v \cdot \theta_v(t)$                                            | $Q_e(p) = K_v \cdot \Theta_v(p)$<br>$\frac{Q_e(p)}{\Theta_v(p)} = K_v$                                                                                                                        |    |
| Réservoir                             | $q_e(t) - q_s(t) = S \cdot \frac{dh(t)}{dt}$                                | $Q_e(p) - Q_s(p) = S \cdot p \cdot H(p)$<br>$\frac{H(p)}{Q_e(p) - Q_s(p)} = \frac{1}{S \cdot p}$                                                                                              |   |
| Limnimètre (capteur)                  | $u_{mes}(t) = a \cdot h(t)$                                                 | $U_{mes}(p) = a \cdot H(p)$<br>$\frac{U_{mes}(p)}{H(p)} = a$                                                                                                                                  |  |
| Régulateur (comparateur + correcteur) | $\varepsilon(t) = u_c(t) - u_{mes}(t)$<br>$u_m(t) = A \cdot \varepsilon(t)$ | $\frac{U_m(p)}{A} = U_c(p) - U_{mes}(p)$<br>$\frac{U_m(p)}{U_c(p) - U_{mes}(p)} = A$                                                                                                          |  |

Le modèle de connaissance du potentiomètre (transducteur) n'est jamais donné dans les sujets de concours, il faut donc le retrouver !

**Question 2 :** Donner cette relation entre  $h_c(t)$  et  $u_c(t)$  qui assure que  $\varepsilon(t)$  soit bien une image de l'erreur du niveau d'eau. En déduire le schéma-bloc correspondant au potentiomètre.

Lorsque la réponse du système est égale à la consigne, il faut  $e(p) = 0$  afin de cesser la commande de la chaîne d'énergie.

Or  $\varepsilon(p) = U_c(p) - U_{mes}(p) = H_{potentio}(p) \cdot H_c(p) - a \cdot H(p)$ . Lorsque  $H(p) = H_c(p)$ , il faut donc  $\boxed{H_{potentio}(p) = a}$ , soit un gain pur.

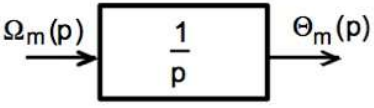
| Composant                    | Relation temporelle | Relation dans le domaine de Laplace             | Schéma-bloc                                                                         |
|------------------------------|---------------------|-------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| Potentiomètre (transducteur) | $u_c(t) = a.h_c(t)$ | $U_c(p) = a.H_c(p)$ $\frac{U_c(p)}{H_c(p)} = a$ |  |

La relation entre vitesse angulaire  $\omega_m(t)$  et position angulaire  $\theta_m(t)$  du moteur, n'est aussi jamais donnée dans les sujets de concours, il faut donc la connaître.

**Question 3 :** Donner donc cette relation temporelle générale qui lie vitesse et position. En déduire le schéma-bloc qui passe de  $\Omega_m(p)$  à  $\Theta_m(p)$

La vitesse instantanée linéaire est la dérivée de la position linéaire :  $v(t) = \frac{dv(t)}{dt}$ .

De même, la vitesse instantanée angulaire est la dérivée de la position angulaire :  $\omega_m(t) = \frac{d\theta_m(t)}{dt}$ .

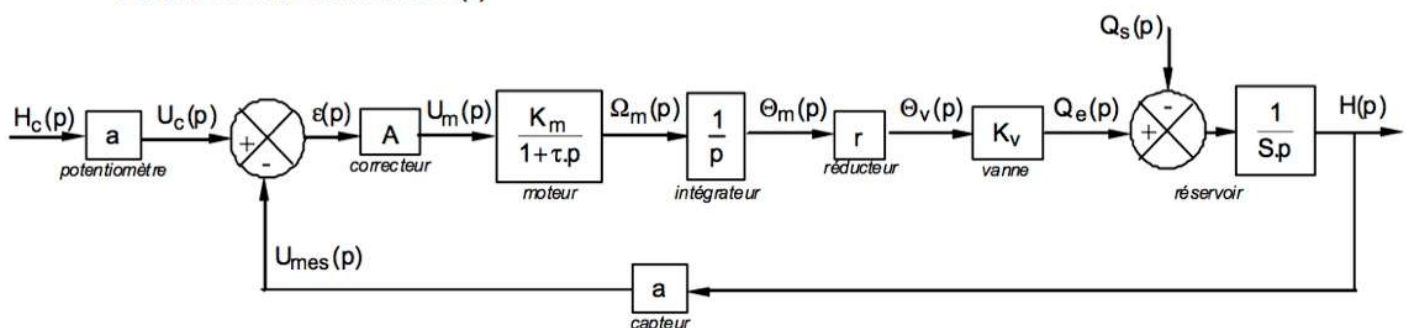
| Composant                         | Relation temporelle                     | Relation dans le domaine de Laplace                                           | Schéma-bloc                                                                           |
|-----------------------------------|-----------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| Intégrateur (composant "virtuel") | $\omega_m(t) = \frac{d\theta_m(t)}{dt}$ | $\Omega_m(p) = p.\Theta_m(p)$ $\frac{\Theta_m(p)}{\Omega_m(p)} = \frac{1}{p}$ |  |

Ce bloc est appelé intégrateur car la vitesse angulaire est intégrée en position angulaire...

**Question 4 :** Donner la variable d'entrée et la variable de sortie du système. Puis, représenter le schéma-bloc du système entier en précisant le nom des constituants sous les blocs, ainsi que les flux d'énergie ou d'information entre les blocs.

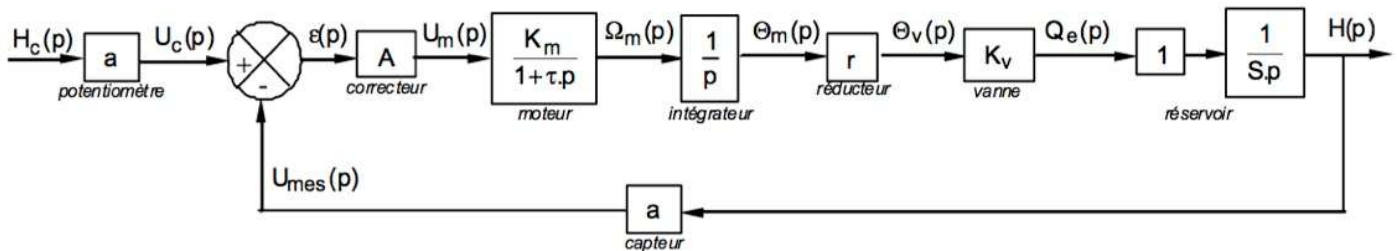
Variable d'entrée (consigne) :  $h_c(t)$

Variable de sortie à asservir :  $h(t)$



**Question 5 :** Déterminer les fonctions de transfert  $F_1(p) = \frac{H(p)}{H_c(p)} \Big|_{Q_s(p)=0}$  et  $F_2(p) = \frac{H(p)}{Q_s(p)} \Big|_{H_c(p)=0}$ .

Si  $Q_s(p) = 0$  alors le schéma est similaire à :



$$\text{Donc } F_1(p) = \frac{H(p)}{H_c(p)} \Big|_{Q_s(p)=0} = a \cdot \frac{A \cdot \frac{K_m}{1+\tau.p} \cdot \frac{1}{p} \cdot r \cdot K_v \cdot 1 \cdot \frac{1}{S.p}}{1 + a \cdot A \cdot \frac{K_m}{1+\tau.p} \cdot \frac{1}{p} \cdot r \cdot K_v \cdot 1 \cdot \frac{1}{S.p}}$$

$$F_1(p) = \frac{H(p)}{H_c(p)} \Big|_{Q_s(p)=0} = a \cdot \frac{A \cdot K_m \cdot r \cdot K_v}{(1+\tau.p) \cdot p \cdot S.p + a \cdot A \cdot K_m \cdot r \cdot K_v}$$

$$F_1(p) = \frac{H(p)}{H_c(p)} \Big|_{Q_s(p)=0} = \frac{a \cdot A \cdot K_m \cdot r \cdot K_v}{S.p^2 + \tau.S.p^3 + a \cdot A \cdot K_m \cdot r \cdot K_v}$$

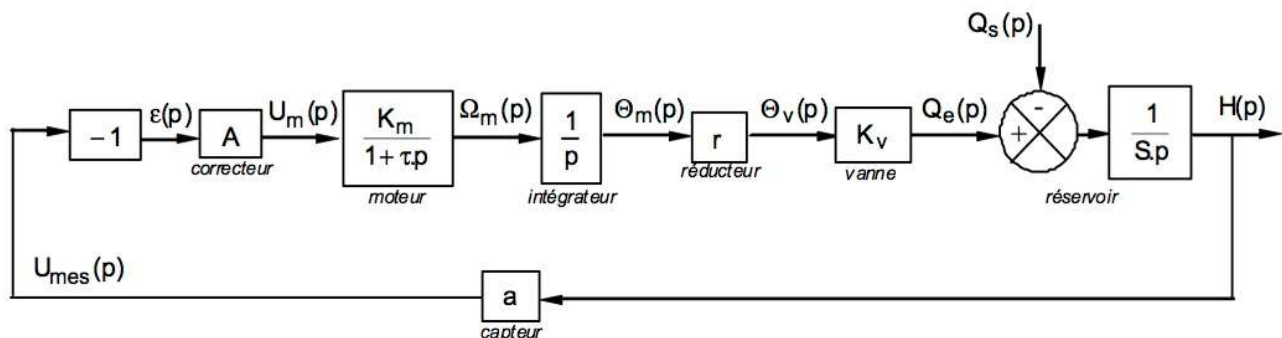
$$F_1(p) = \frac{H(p)}{H_c(p)} \Big|_{Q_s(p)=0} = \frac{a \cdot A \cdot K_m \cdot r \cdot K_v}{a \cdot A \cdot K_m \cdot r \cdot K_v \cdot 1 + \frac{S}{a \cdot A \cdot K_m \cdot r \cdot K_v} \cdot p^2 + \frac{\tau.S}{a \cdot A \cdot K_m \cdot r \cdot K_v} \cdot p^3}$$

$$F_1(p) = \frac{H(p)}{H_c(p)} \Big|_{Q_s(p)=0} = \frac{1}{1 + \frac{S}{a \cdot A \cdot K_m \cdot r \cdot K_v} \cdot p^2 + \frac{\tau.S}{a \cdot A \cdot K_m \cdot r \cdot K_v} \cdot p^3}$$

On multiplie le numérateur et le dénominateur, par le dénominateur du dénominateur...

Ainsi si  $Q_s(p) = 0$  alors  $H(p) = F_1(p) \cdot H_c(p)$

Si  $H_c(p) = 0$  alors le schéma est similaire à :



$$\text{Donc } F_2(p) = \frac{H(p)}{Q_s(p)} \Big|_{H_c(p)=0} = \frac{-\frac{1}{S.p}}{1 - a.(-1).A. \frac{K_m}{1+\tau.p} \cdot \frac{1}{p} \cdot r.K_v \cdot \frac{1}{S.p}}$$

On multiplie le numérateur et le dénominateur, par le dénominateur du dénominateur...

$$F_2(p) = \frac{H(p)}{Q_s(p)} \Big|_{H_c(p)=0} = \frac{-(1+\tau.p).p}{(1+\tau.p).p.S.p + a.A.K_m.r.K_v}$$

$$F_2(p) = \frac{H(p)}{Q_s(p)} \Big|_{H_c(p)=0} = \frac{-p - \tau.p^2}{S.p^2 + \tau.S.p^3 + a.A.K_m.r.K_v}$$

$$F_2(p) = \frac{H(p)}{Q_s(p)} \Big|_{H_c(p)=0} = \frac{-p}{a.A.K_m.r.K_v} \cdot \frac{1 + \frac{-\tau.p^2}{-p}}{1 + \frac{S}{a.A.K_m.r.K_v} \cdot p^2 + \frac{\tau.S}{a.A.K_m.r.K_v} \cdot p^3}$$

$$F_2(p) = \frac{H(p)}{Q_s(p)} \Big|_{H_c(p)=0} = \frac{-p}{a.A.K_m.r.K_v} \cdot \frac{1 + \tau.p}{1 + \frac{S}{a.A.K_m.r.K_v} \cdot p^2 + \frac{\tau.S}{a.A.K_m.r.K_v} \cdot p^3}$$

Ainsi si  $H_c(p) = 0$  alors  $H(p) = F_2(p).Q_s(p)$

**Question 6 :** En déduire, à l'aide du théorème de superposition, l'expression de  $H(p) = f[H_c(p) + Q_s(p)]$ .

Si les 2 entrées sont présentes en même temps, le théorème de superposition nous donne :

$$H(p) = F_1(p).H_c(p) + F_2(p).Q_s(p)$$

### Interprétation de $F_1(p)$ :

Lorsque la consigne de hauteur  $h_c(t)$  est un échelon d'amplitude  $H_0$  :  $h_c(t) = H_0$  pour  $t > 0$ .

On peut donc exprimer :

$$H_c(p) = \frac{H_0}{p}$$

D'où :

$$H(p) = F_1(p) \cdot H_c(p) = \frac{1}{1 + \frac{S}{a.A.K_m.r.K_v} \cdot p^2 + \frac{\tau.S}{a.A.K_m.r.K_v} \cdot p^3} \cdot \frac{H_0}{p}$$

Le **théorème de la valeur finale** permet donc d'exprimer la hauteur atteinte en régime permanent :

$$h(+\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot H(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{1}{1 + \frac{S}{a.A.K_m.r.K_v} \cdot p^2 + \frac{\tau.S}{a.A.K_m.r.K_v} \cdot p^3} \cdot \frac{H_0}{p} = H_0$$

Ou encore l'erreur statique :

$$\epsilon_s = h_c(+\infty) - h(+\infty) = H_0 - H_0 = 0$$

### Conclusion :

Le système est on ne peut plus précis pour une consigne en échelon.

**Interprétation de  $F_2(p)$  :**

Lorsque la perturbation  $q_s(t)$  est un échelon d'amplitude  $Q_0$  :  $q_s(t) = Q_0$  pour  $t > 0$ .

On peut donc exprimer :

$$Q_s(p) = \frac{Q_0}{p}$$

D'où :

$$\Delta H(p) = F_2(p) \cdot Q_s(p) = -\frac{p}{aAK_m r K_v} \cdot \frac{1 + \tau \cdot p}{1 + \frac{S}{aAK_m r K_v} \cdot p^2 + \frac{\tau S}{aAK_m r K_v} \cdot p^3} \cdot \frac{Q_0}{p}$$

Le **théorème de la valeur finale** permet donc d'exprimer la variation de hauteur atteinte en régime permanent :

$$\Delta h(+\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \Delta H(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{-p}{aAK_m r K_v} \cdot \frac{1 + \tau \cdot p}{1 + \frac{S}{aAK_m r K_v} \cdot p^2 + \frac{\tau S}{aAK_m r K_v} \cdot p^3} \cdot \frac{Q_0}{p} = 0$$

**Conclusion :**

Le système est on ne peut plus précis pour une perturbation en échelon, c'est-à-dire, l'effet d'une perturbation en échelon est nul en régime permanent.