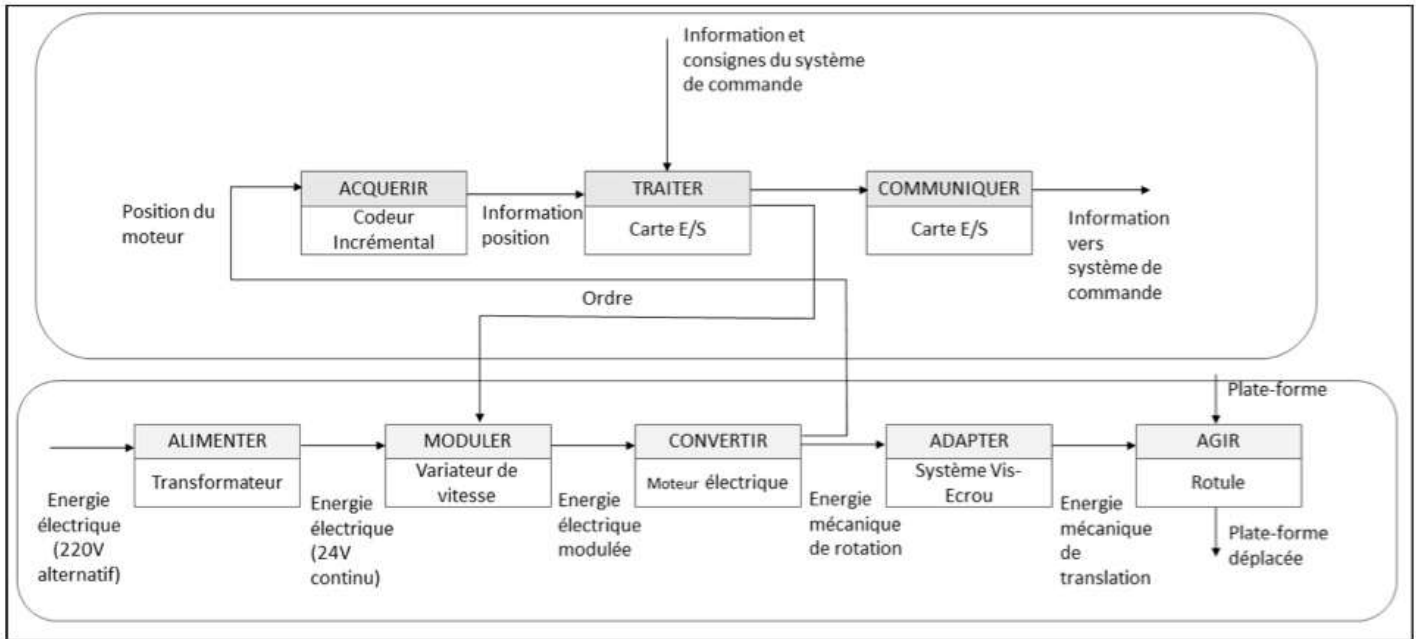
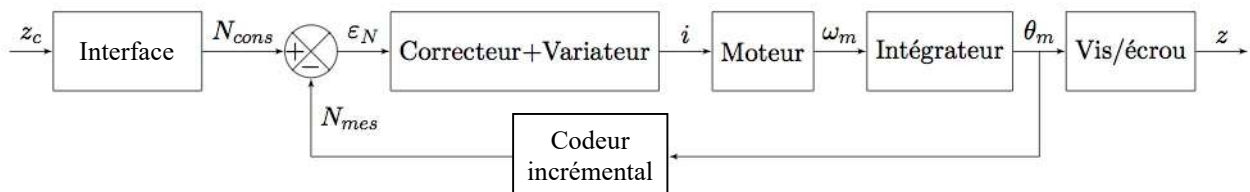


CORRIGÉ

Q1. Chaînes d'information et d'énergie du vérin :



Q2. Schéma-bloc fonctionnel de l'asservissement en position du vérin :



Remarque : l'intégrateur n'est pas un composant physique. Il apparaît sur le schéma bloc fonctionnel pour assurer que la grandeur mesurée par le capteur soit l'angle θ_m .

Q3. Transformée de Laplace du modèle de connaissance du vérin :

$$[J_{eq} \cdot p + f_v] \Omega_m(p) = C_m(p) + C_r(p)$$

Q4. Fonction de transfert $H_1(p)$ et caractéristiques :

On a donc $H_1(p) = \frac{1}{J_{eq} p + f_v}$ soit, sous forme canonique $H_1(p) = \frac{\frac{1}{f_v}}{1 + \frac{J_{eq}}{f_v} p}$. Soit une fonction de transfert d'ordre 1, un gain $K_v = \frac{1}{f_v}$ et une constante de temps $\tau_v = \frac{J_{eq}}{f_v}$.

Q5. Relation temporelle entre $\omega_m(t)$ et $\theta_m(t)$. Expression de $H_2(p)$:

La vitesse est la dérivée de la position, on a donc $\omega_m(t) = \frac{d\theta_m(t)}{dt}$ soit, dans le domaine de Laplace, $p\theta_m(p) = \Omega_m(p)$, d'où $H_2(p) = \frac{1}{p}$.

Q6. Expression de $\omega_m(t)$ en fonction de $i(t)$ et de $C_r(t)$ en régime permanent :

En régime permanent, $\frac{d\omega_m(t)}{dt} = 0$. On obtient donc $f_v \omega_m(t) = K_T i(t) + C_r(t)$.

Q7. Valeurs de C_r et de f_v :

Dans le cas où C_r est **supposé constant**, on a, de la question précédente, $\omega_m(t) = \frac{K_T}{f_v} i(t) + \frac{C_r}{f_v}$.

Le coefficient $\frac{K_T}{f_v}$ correspond à la pente de la droite approximée soit donc $\frac{K_T}{f_v} \approx \frac{120 - 20}{3,5 - 1,5} = 50$ et comme $K_T = -0,69 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, on en déduit $f_v = 0,014 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$.

La valeur particulière $\omega_m = 0$ permet d'avoir $i = 1 \text{ A}$, et donc $C_r = -K_T = -0,69 \text{ N} \cdot \text{m}$ soit $C_r = -0,7 \text{ N} \cdot \text{m}$.

Q8. Gain K_{VE} du dispositif Vis/Ecrou

Le pas de la vis est de 3 mm, soit une avance de 3 mm de l'écrou pour 1 tour de la vis.

$$K_{VE} = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{2\pi} \approx 4,8 \times 10^{-4} \text{ m/rad}.$$

Q9. Gain K_{cap} du codeur incrémental en points/radian :

256 fentes par tour par voie, soit $2 \times 2 \times 256$ informations par tour.

$$K_{cap} = \frac{1024}{2\pi} \approx 163 \text{ pt/rad}.$$

Q10. Gain K_A pour que le système soit correctement asservi :

Le système est bien asservi si l'écart ε_{cons} est nul pour une sortie z égale à la consigne z_c . Soit donc

$$K_A z_c - \frac{K_{cap}}{K_{VE}} z = 0. \text{ On a donc } K_A = \frac{K_{cap}}{K_{VE}} \approx 341\,333 \text{ pt/m}.$$

Q11. Expression de $H_p(p)$ et ses caractéristiques :

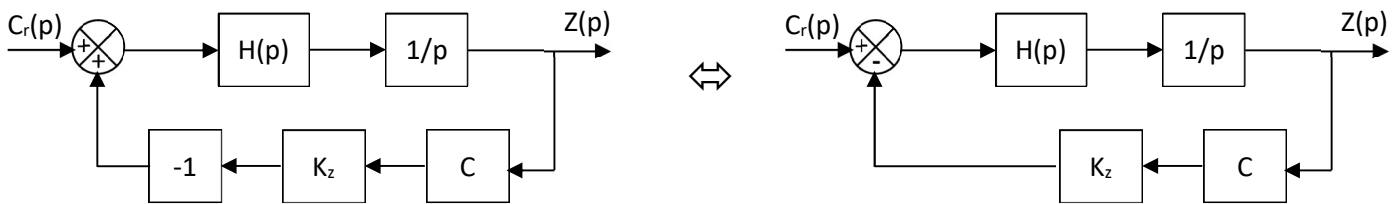
D'après la relation de Black, $H_p(p) = \frac{D(p)}{1+D(p)R(p)}$ avec $D(p) = \frac{CK_zK}{p(1+\tau p)}$ et $R(p) = 1$ (retour unitaire)

$$\text{Soit donc } H_p(p) = \frac{CK_zK}{p(1+\tau p) + CK_zK} \text{ et sous forme canonique } H_p(p) = \frac{1}{1 + \frac{1}{CK_zK}p + \frac{\tau}{CK_zK}p^2}.$$

$$\text{Par identification, } K_p = 1, \omega_p = \sqrt{\frac{CK_zK}{\tau}} \text{ et } \xi_p = \frac{1}{2\sqrt{\tau CK_zK}}.$$

Q12. Expression de $H_r(p)$ et ses caractéristiques :

En considérant $Z_c(p) = 0$, le schéma bloc devient :



$$\text{D'où } H_r(p) = \frac{H(p) \cdot \frac{1}{p}}{1 + H(p) \cdot \frac{1}{p} K_z C} \text{ soit } H_r(p) = \frac{K}{p(1+\tau p) + CK_zC}$$

$$\text{soit } H_r(p) = \frac{\frac{1}{CK_z}}{1 + \frac{1}{CK_zK}p + \frac{\tau}{CK_zK}p^2}, \text{ et donc } K_r = \frac{1}{CK_z}, \omega_r = \omega_p \text{ et } \xi_r = \xi_p.$$

Q13. Définition de l'erreur dans le domaine temporel et dans le domaine de Laplace :

$$e_r(t) = z_c(t) - z(t) \xrightarrow{L} E_r(p) = Z_c(p) - Z(p) = Z_c(p) - \frac{[K_p \cdot Z_c(p) + K_r \cdot C_r(p)]}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0}p + \frac{1}{\omega_0^2}p^2}$$

Q14. Erreur statique ε_s en mode poursuite :

$$\text{En mode poursuite, } C_r = 0 \text{ donc } E_r(p) = Z_c(p) - \frac{K_p \cdot Z_c(p)}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0}p + \frac{1}{\omega_0^2}p^2}$$

On cherche l'erreur statique, c'est à dire l'erreur en RP pour une consigne $z_c(t)$ de type échelon. Soit $Z_c(p) = \frac{Z_{c0}}{p}$.

$$\text{D'après le TVF, } \varepsilon_s = \lim_{t \rightarrow +\infty} e_r(t) = \lim_{p \rightarrow 0} [p \cdot E_r(p)] = \lim_{p \rightarrow 0} \left[p \cdot \left(1 - \frac{K_p}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0}p + \frac{1}{\omega_0^2}p^2} \right) \cdot \frac{Z_{c0}}{p} \right] = Z_{c0}(1 - K_p)$$

$$\text{Or } K_p = 1 \text{ donc } \varepsilon_s = 0 \text{ mm}$$

Le système est précis en mode poursuite.

Q15. Valeur limite de C pour respecter le critère de précision en mode régulation :

En mode régulation ($z_c = 0$), d'après le TVF, l'erreur statique vaut :

$$\mu_s = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{-K_r C_r(p)}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{1}{\omega_0^2} p^2}$$

avec $C_r(p) = \frac{-1}{p}$ (échelon) soit donc $\mu_s = K_r = \frac{1}{100C}$.

Or, le cahier des charges impose $\mu_s \leq 2 \times 10^{-3} \text{ m}$ soit donc $C \geq 5$.

Q16. Valeur limite de C pour respecter le critère d'amortissement :

Ici, on ne veut pas de dépassements, soit $\xi \geq 1$

Soit $C \leq 1,63^2$

Finalement $C \leq 2,7$

Q17. Conclusion sur l'utilisation d'une correction proportionnelle :

Les critères de dépassement et de précision imposent des intervalles de valeurs de C disjoints, il n'est donc pas possible de trouver une valeur de C qui permette de respecter toutes les exigences du cahier des charges.

Q18. Validation des performances :

R21. Precision : OK : la sortie vaut l'entrée sans perturbation. Avec la perturbation, l'erreur est de $1 \text{ mm} < 2 \text{ mm}$.

Rapidité : OK : $t_{5\%} \approx 0,05 \text{ s} < 0,1 \text{ s}$.

Dépassement : OK : il n'y a pas de dépassements.

