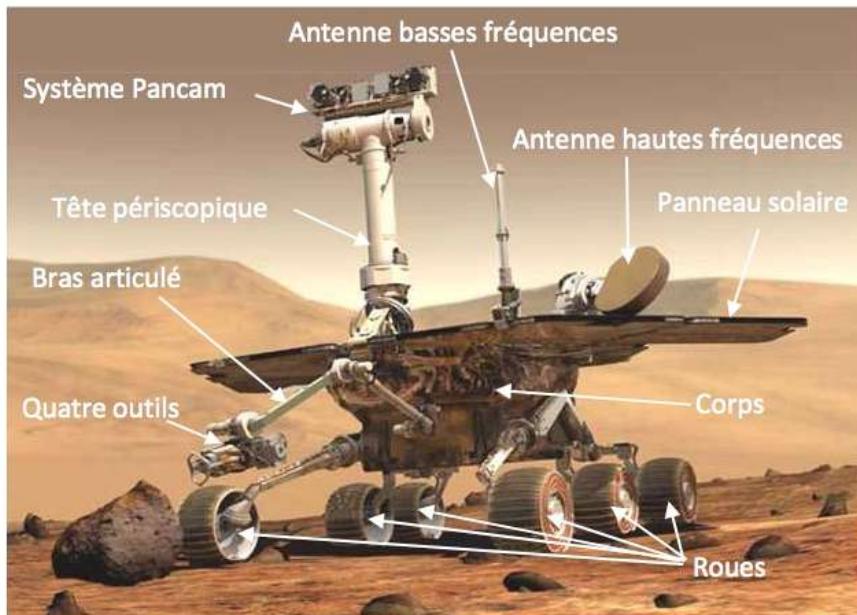


Exercice 1 : Bras manipulateur du robot Spirit

La mission Mars Exploration Rover (MER) est une mission spatiale confiée à la NASA. Elle a pour but d'explorer les sols de la planète Mars pour y rechercher la présence ancienne et prolongée d'eau. Cette exploration a été possible notamment grâce à deux rovers automatiques lancés depuis Cap Canaveral. Le premier rover se nomme robot Spirit. Il a été lancé le 10 juin 2003 et s'est posé le 3 janvier 2004 dans le cratère Gusev, une dépression de 170 km de diamètre qui a peut-être accueilli un lac. Le second rover se nomme robot Opportunity, il a été lancé le 8 juillet 2003 et s'est posé le 24 janvier 2004 sur Meridiani Planum.

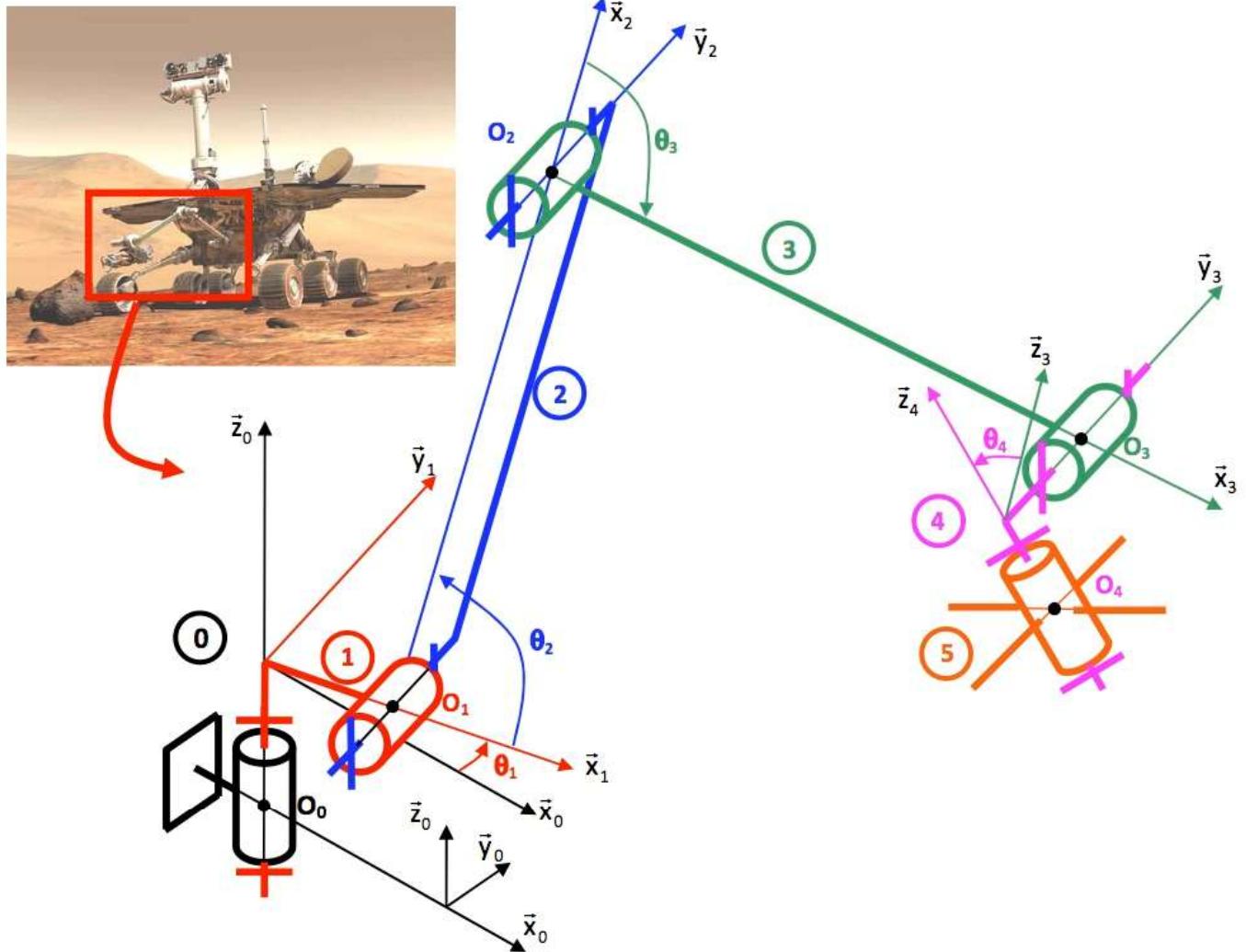


Présentation générale du robot :

Les principaux composants du robot Spirit sont :

- Un corps dont la fonction est d'assurer la liaison entre les divers composants. Il supporte des batteries qui sont chargées par des capteurs solaires et protège également l'électronique embarquée des agressions extérieures.
- Une tête périscopique orientable dont la fonction est d'orienter le système de vision appelé «Pancam» qui se trouve à 1,4 m de hauteur. Ce dernier fournit une vue 3D de l'environnement. Le traitement des images acquises par les caméras du système Pancam permet à Spirit de réaliser une cartographie des terrains et donc de trouver de manière autonome son chemin en évitant les obstacles. Cette autonomie est renforcée par l'utilisation de 4 caméras de direction supplémentaires situées sur le corps.
- Six roues, animées chacune par un motoréducteur, dont la fonction est d'assurer le déplacement de Spirit sur un sol caillouteux. Les deux roues avant et arrière possèdent en supplément un moteur de direction permettant au robot d'effectuer des changements de direction jusqu'à un demi tour sur place.
- Un bras articulé, dont la fonction est d'amener quatre outils (une foreuse, un microscope et deux spectromètres) à proximité d'une roche à étudier. L'étude de la roche par ces quatre outils se fait par des carottages horizontaux.
- Un système de communication et des antennes hautes et basses fréquences, dont la fonction est de permettre à Spirit de communiquer avec la terre.

Modélisation cinématique et paramétrage du bras articulé



- Le corps du robot est repéré 0. On lui attache un repère $\mathcal{R}_0 = (O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ et le point O_0 est à la hauteur h_0 du sol, supposé constante.
- La liaison entre le solide 1 et le corps du robot est modélisée par une liaison pivot parfaite d'axe (O_0, \vec{z}_0) . On attache au solide 1 le repère $\mathcal{R}_1 = (O_0, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$, on pose $\overrightarrow{O_0O_1} = a_1 \cdot \vec{x}_1 + c_1 \cdot \vec{z}_1$ et $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$ avec $-\pi/2 \leq \theta_1 \leq \pi/2$.
- La liaison entre le bras 2 et le solide 1 est modélisée par une liaison pivot parfaite d'axe (O_1, \vec{y}_1) . On attache au solide 2 le repère $\mathcal{R}_2 = (O_1, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$, on pose $\overrightarrow{O_1O_2} = a_2 \cdot \vec{x}_2$ et $\theta_2 = (\vec{x}_1, \vec{x}_2)$ avec $-\pi/4 \leq \theta_2 \leq \pi/4$.
- La liaison entre l'avant bras 3 et le bras 2 est modélisée par une liaison pivot parfaite d'axe (O_2, \vec{y}_2) . On attache au solide 3 le repère $\mathcal{R}_3 = (O_2, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$, on pose $\overrightarrow{O_2O_3} = a_3 \cdot \vec{x}_3$ et $\theta_3 = (\vec{x}_2, \vec{x}_3)$ avec $0 \leq \theta_3 \leq \pi$.
- La liaison entre le solide 4 et l'avant bras 3 est modélisée par une liaison pivot parfaite d'axe (O_3, \vec{y}_3) . On attache au solide 4 le repère $\mathcal{R}_4 = (O_3, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$, on pose $\overrightarrow{O_3O_4} = -b_4 \cdot \vec{y}_4 - c_4 \cdot \vec{z}_4$ et $\theta_4 = (\vec{x}_3, \vec{x}_4)$ avec $-\pi \leq \theta_4 \leq \pi$.
- La liaison entre le solide 5 (sur lequel se trouvent les quatre outils d'étude de la roche) et le solide 4 est modélisée par une liaison pivot parfaite d'axe (O_4, \vec{z}_4) .
- Les positions relatives $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ de chaque solide sont pilotées par 4 actionneurs indépendants notés M_1, M_2, M_3, M_4 constitués d'un moteur, d'un réducteur irréversible et d'un codeur.

Données:

$$h_0 = 0,5\text{m} \quad a_1 = 0,1\text{m} \quad c_1 = 0,1\text{m} \quad a_2 = 0,5\text{m} \quad a_3 = 0,8\text{m} \quad b_4 = 0,1\text{m} \quad c_4 = 0,15\text{m}$$

On définit les positions particulières du bras articulé suivantes :

- ✓ La position de repos, notée P_r ($\theta_1 = -\pi/2, \theta_2 = 0, \theta_3 = \pi$), est la position du bras articulé lorsqu'il n'est pas en fonctionnement.
- ✓ La position initiale de déploiement, notée P_i ($\theta_1 = 0, \theta_2 = -\pi/4, \theta_3 = \pi/2$), est la position adoptée par le bras avant de se déployer complètement vers la roche.
- ✓ La position horizontale, notée P_h ($\theta_1 = 0, \theta_2 = 0, \theta_3 = 0$).
- ✓ La position verticale, notée P_v ($\theta_1 = 0, \theta_2 = -\pi/4, \theta_3 = 0$).

On considère par la suite que les solides 4 et 5 restent toujours immobiles l'un par rapport à l'autre et que l'ensemble 4+5 reste toujours vertical par rapport au sol ($\vec{z}_0 = \vec{z}_4$)

Q.1. Effectuer le graphe des liaisons du bras articulé du robot Spirit et poser toutes les figures géométriques.

Q.2. Compléter sur le document réponse les deux schémas cinématiques en couleur permettant de visualiser dans le plan $(O_0, \vec{x}_0, \vec{z}_0)$ les solides 1, 2, 3 et 45 dans les positions particulières P_h et P_v . (Remarque : On fera attention au sens positif des angles dans les schémas proposés document réponse, par exemple, $\theta_2 = -\pi/4$ correspond à une orientation du bras vers le haut).

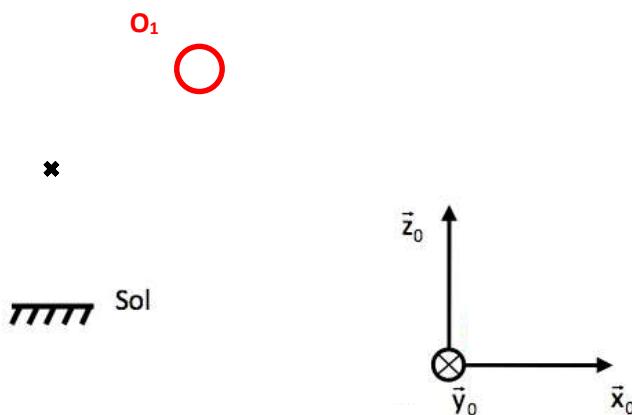
Q.3. Déterminer l'expression littérale et analytique du vecteur position $\overrightarrow{O_0 O_3}$ dans la base B_0 .

Q.4. Calculer la hauteur maximale d'étude de la roche par rapport au sol. Construire un schéma cinématique en couleurs dans le plan $(O_0, \vec{x}_0, \vec{z}_0)$ pour cette position particulière.

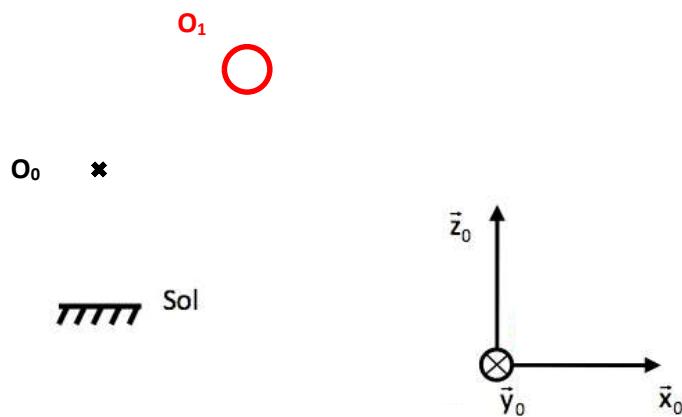
Q.5. Le cahier des charges demande une hauteur maximale d'étude de la roche par rapport au sol de $1,35 \pm 0,05\text{m}$, conclure quand aux performances obtenues.

Document réponse

Position P_h : $\theta_1 = 0, \theta_2 = 0$ et $\theta_3 = 0$

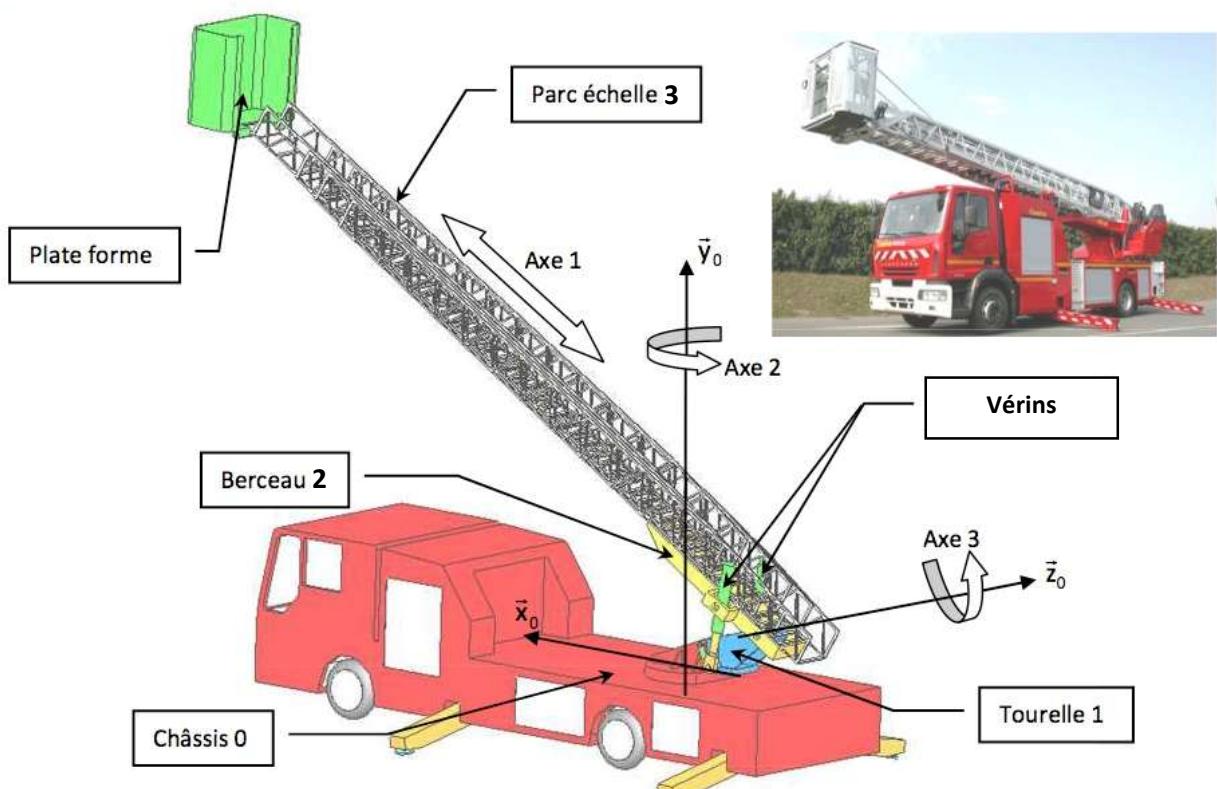


Position P_v : $\theta_1 = 0$, $\theta_2 = -\pi/4$ et $\theta_3 = 0$



Exercice 2 : Echelle Pivotante Automatique

Une E.P.A.S. est une Echelle Pivotante Automatique à commande Séquentielle. Ce système, conçu et commercialisé par la société CAMIVA, est monté sur le châssis d'un camion de pompiers et permet de déplacer une plate-forme pouvant recevoir deux personnes et un brancard le plus rapidement possible et en toute sécurité.



Le déplacement de la plate-forme est réalisé suivant trois axes :

- Le déploiement du parc échelle 3 (axe 1) : Chaque plan de l'échelle peut se translater par rapport aux autres, seul le quatrième plan d'échelle est solidaire du berceau 2.
- Le pivotement (axe 2) : La tourelle 1 peut pivoter par rapport au châssis 0 autour d'un axe vertical.
- L'inclinaison (axe 3) : Le berceau 2 peut tourner par rapport à la tourelle 1 autour d'un axe horizontal grâce à l'action de 2 vérins.

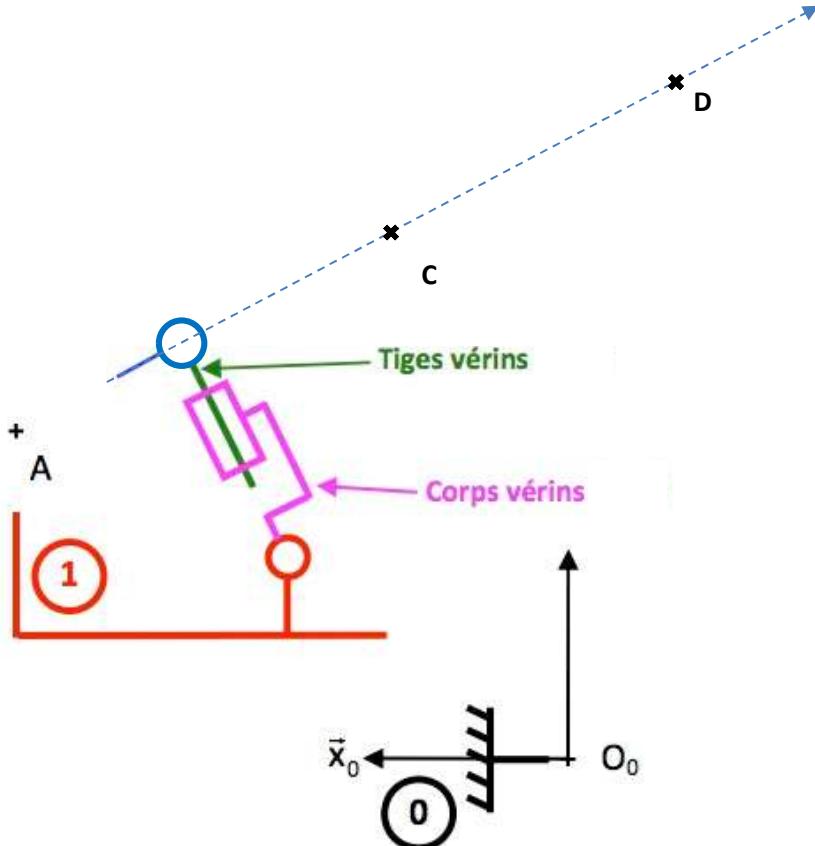
Repérage et paramétrage du modèle :

- Le châssis 0, fixe par rapport au sol, a pour repère associé $R_0(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ tel que l'axe (O_0, \vec{y}_0) est dirigé suivant la verticale ascendante ;
- La tourelle 1, de repère associé $R_1(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ est en mouvement de rotation d'axe $(O_1, \vec{y}_1 = \vec{y}_0)$ par rapport au châssis 0. On note $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$;
- Le berceau 2, de repère associé $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ est en mouvement de rotation d'axe $(A, \vec{z}_2 = \vec{z}_1)$ par rapport à la tourelle 1. On note $\theta_2 = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$. De plus on note $\overrightarrow{O_0 A} = -b \cdot \vec{x}_1 + a \cdot \vec{y}_1$ et $\overrightarrow{AC} = c \cdot \vec{x}_2$ (a, b et c constants) ;
- L'échelle 3, de repère associé $R_3(D, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ est en mouvement de translation rectiligne de direction $\vec{x}_2 = \vec{x}_3$ par rapport au berceau 2. On note $\overrightarrow{CD} = d(t) \cdot \vec{x}_2$ (a, b et c constants)

Q.1. Compléter le schéma cinématique plan du système donné document réponse.

Q.2. Poser les figures géométrales.

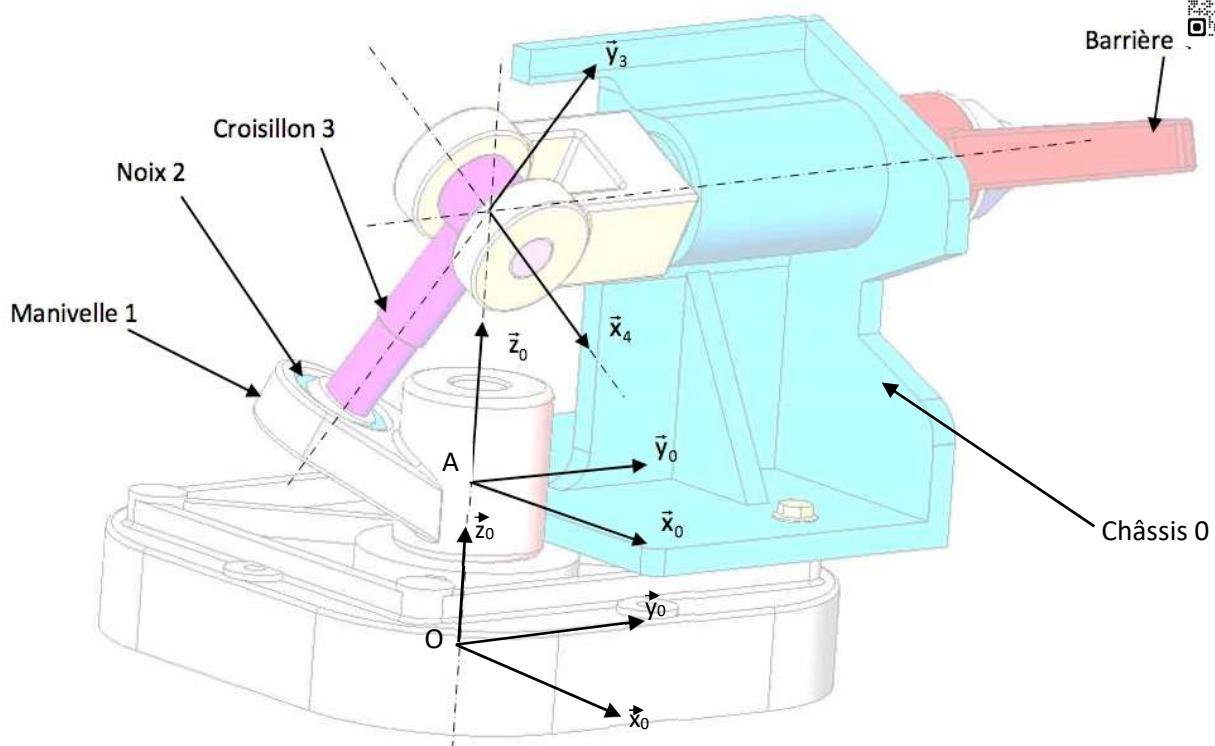
Q.3. Définir le vecteur position $\overrightarrow{O_0 D}$ en fonction de a, b, c et d(t) en projection dans la base 0.



Exercice 3 : Barrière Sinusmatic

On donne le modèle 3D (ci-dessous) et le dessin d'ensemble (page suivante) du mécanisme de transformation de mouvement d'une barrière de parking appelée barrière Sinusmatic ainsi qu'une animation de ce système en fonctionnement.

[Vidéo Sinusmatic](#)



Question 1 : On donne le nom des différentes CEC sur le modèle 3D ci-dessus.

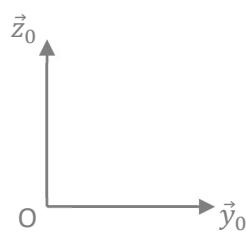
Colorier ces différentes CEC sur le dessin d'ensemble page suivante.

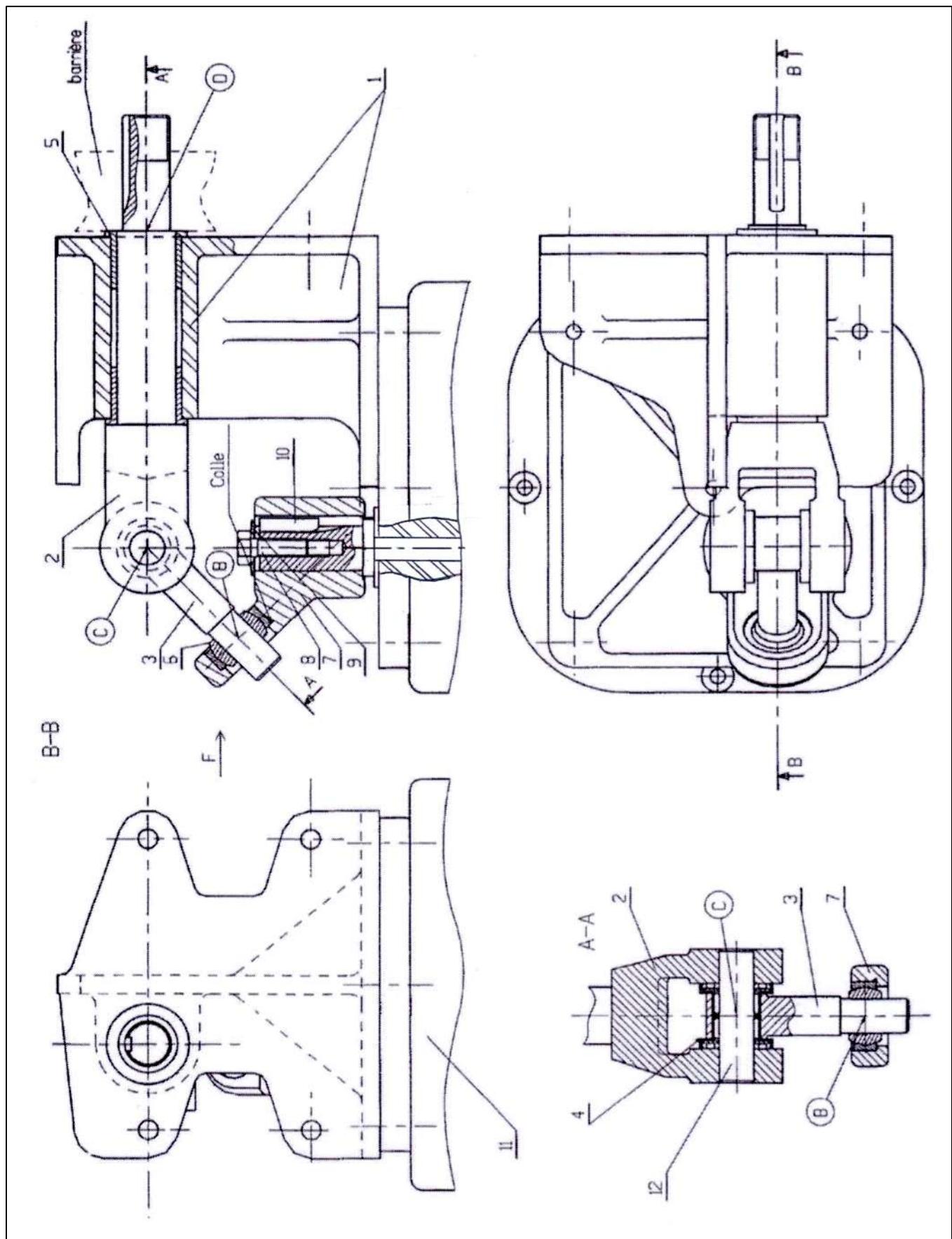
Question 2 : Identifier les liaisons entre les différentes CEC et réaliser le graphe des liaisons de ce mécanisme.

Question 3 : Réaliser le schéma cinématique 3D de ce mécanisme en superposition du modèle 3D.

Question 4 : Réaliser ci-dessous le schéma cinématique 2D dans le plan $(O, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ lorsque le mécanisme est positionné tel que $\vec{x}_0 = \vec{x}_4$

Schéma cinématique 2D dans le plan $(O, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ pour $\vec{x}_0 = \vec{x}_4$:

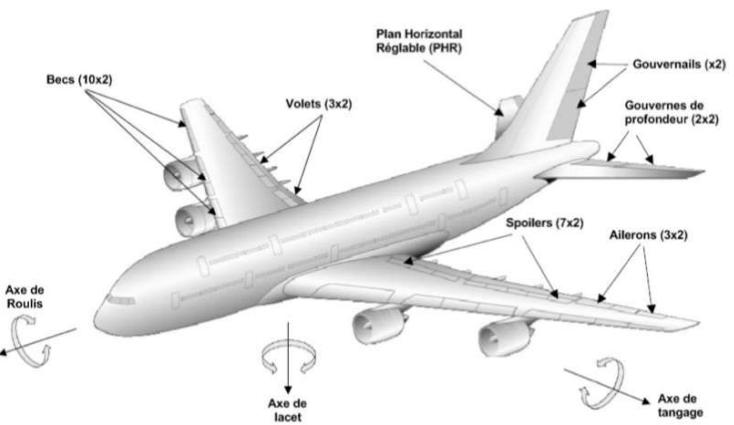
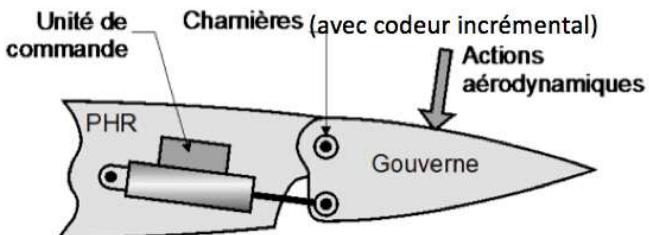




Exercice 4 : Gouvernes de profondeur de l'Airbus A380 : Loi E/S

L'Airbus A380 est équipé de 4 gouvernes de profondeur disposées symétriquement sur le Plan Horizontal Réglable (PHR) permettant de contrôler le mouvement de tangage de l'appareil

Chaque gouverne est reliée au PHR par des charnières et est mise en rotation par un vérin.



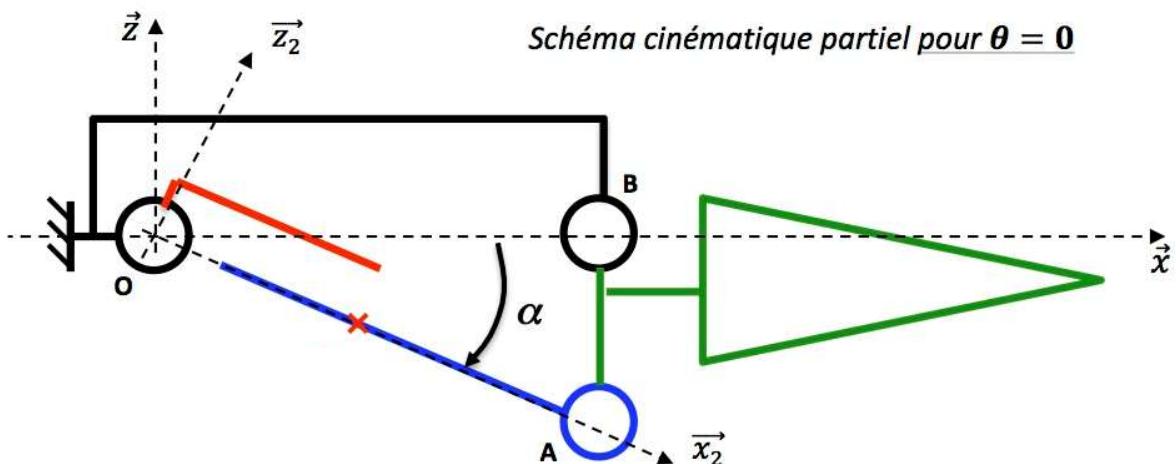
On s'intéresse au mécanisme d'orientation de la **gouverne**, dont le schéma cinématique partiel est donné ci-dessous.

Paramétrage du mécanisme :

- **S1** : le Plan Horizontal Réglable (**PHR**), auquel on associe le repère $R_1(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ fixe.

On note $\overrightarrow{OB} = L \cdot \vec{x}$

- **S2** : le **corps du vérin**, auquel on associe le repère $R_2(O, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ en rotation par rapport au PHR autour de l'axe (O, \vec{y}) tel que $\alpha = (\vec{x}, \vec{x}_2) = (\vec{z}, \vec{z}_2)$.
- **S3** : la **tige du vérin**, à laquelle on associe le repère $R_3(A, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ en liaison pivot glissant d'axe (O, \vec{x}_2) avec le corps du vérin. On note $\overrightarrow{OA} = \lambda(t) \cdot \vec{x}_2$
- **S4** : la **gouverne**, à laquelle on associe le repère $R_4(B, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$ en rotation par rapport au PHR autour de l'axe (B, \vec{y}) tel que $\theta = (\vec{x}, \vec{x}_4) = (\vec{z}, \vec{z}_4)$. On note $\overrightarrow{AB} = D \cdot \vec{z}_4$



Q1. Représenter le graphe de liaisons du mécanisme.

Q2. Compléter le schéma cinématique proposé.

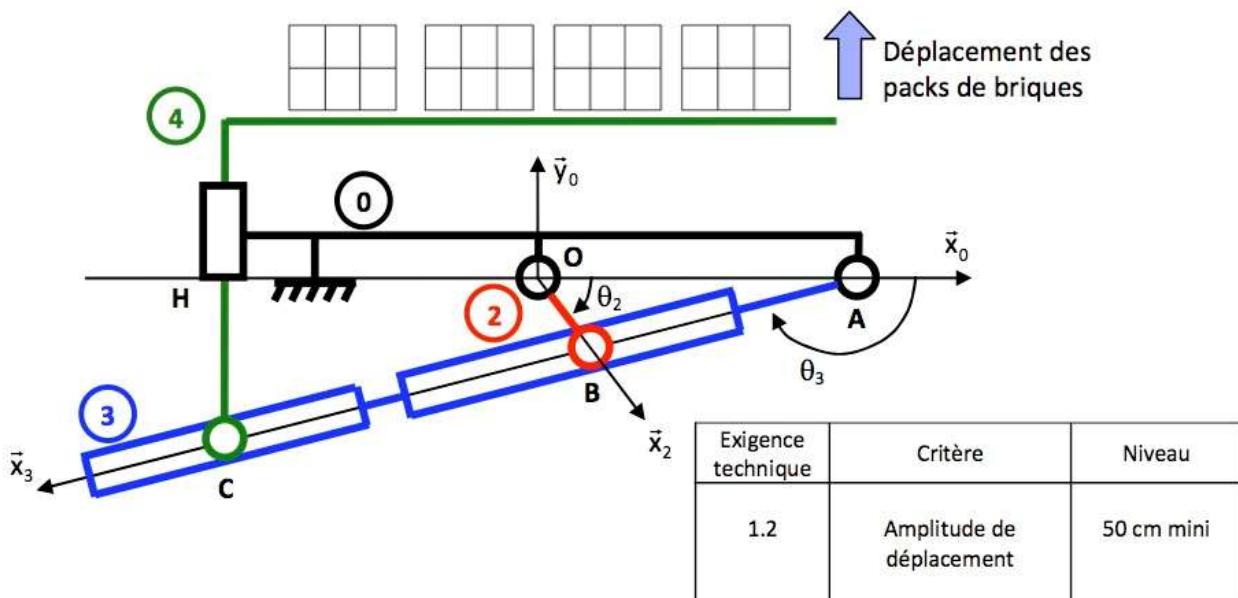
Q3. Poser les figures géométriques.

Q4. Identifier le paramètre d'entrée et le paramètre de sortie du mécanisme.

Q5. Déterminer la loi entrée-sortie du mécanisme.

Exercice 5 : Palettiseur pour l'industrie laitière

Les briques de lait de 1L sont stockées par groupe de 6, et déposée sur des palettes (ce qui facilite leur transport dans les camions). Dans une chaîne de conditionnement de briques de lait, on utilise souvent des pousoirs qui poussent tout un lot de 6 briques de lait. On se propose d'étudier un de ces pousoirs dont on donne le modèle ci-dessous ainsi qu'un extrait de cahier des charges fonctionnel. L'objectif d'étude est de vérifier si le système permet d'atteindre l'exigence demandée.



Le bâti 0 est fixe. Un motoréducteur anime en rotation la manivelle 2. Par l'intermédiaire d'une liaison en B, la manivelle 2 déplace la tige 3 en rotation autour de l'axe (A, \vec{z}_0) qui déplace elle même le poussoir 4 en translation suivant l'axe \vec{y}_0 .

Données : $\theta_2 = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$; $\theta_3 = (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3)$; $\overrightarrow{AB} = \mu \cdot \vec{x}_3$; $\overrightarrow{AC} = \lambda \cdot \vec{x}_3$; $\overrightarrow{CH} = y \cdot \vec{y}_0$; $\overrightarrow{OB} = R \cdot \vec{x}_2$; $\overrightarrow{HA} = L \cdot \vec{x}_0$ et ; $\overrightarrow{OA} = L_1 \cdot \vec{x}_0$; $R = 0,15\text{m}$; $L = 2 \cdot L_1 = 0,5\text{m}$.

On se place en modèle plan. Les distances λ , μ et y sont variables.

Q1. Construire de graphe des liaisons du système et représenter les figures géométriques B_2/B_0 et B_3/B_0 .

Q2. Écrire les équations de fermeture géométrique (OAB) en projection dans la base 0.

Q3. Écrire les équations de fermeture géométrique (HAC) en projection dans la base 0.

Q4. Identifier le paramètre cinématique d'entrée et le paramètre cinématique de sortie du système.

Q5. En déduire la loi entrée sortie du système $y = f(\theta_2)$.

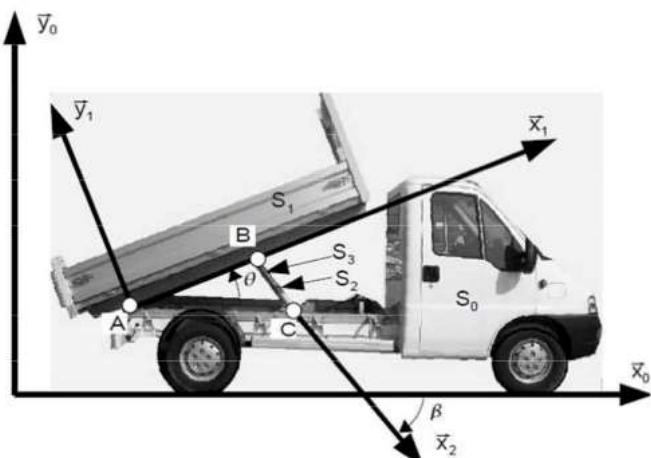
Q6. Déterminer l'amplitude de déplacement (=course) du poussoir $\Delta y = y_{\max} - y_{\min}$ en remarquant que les positions extrêmes haute ou basse sont obtenues quand \vec{x}_3 et \vec{x}_2 sont orthogonaux, soit $\theta_2 = \pm 53^\circ$.
Conclure vis à vis du cahier des charges.

Exercice 6 : Benne de camion

On s'intéresse à un camion en phase de déchargement dont on donne une description structurelle ainsi qu'un extrait de cahier des charges fonctionnel.

Le camion noté S_0 en déchargement soulève l'ensemble S_1 (benne + chargement) de centre de gravité G et de masse $M = 7000 \text{ kg}$ constitué de la benne et de la matière transportée. Un vérin (corps de vérin S_2 et tige S_3) commande le mouvement.

Exigence technique	Critère	Niveau
1.5	Vitesse angulaire de la benne	< 0,5 tr/min



L'objectif est de déterminer la vitesse de rotation de la benne 1 en fonction du débit dans le vérin afin de vérifier la performance en vitesse angulaire de cette benne.

On donne les caractéristiques géométriques suivantes :

$$\vec{AB} = L\vec{x}_1 \quad \vec{AG} = x_G\vec{x}_1 + y_G\vec{y}_1 \quad \vec{BC} = \lambda\vec{x}_2 \quad \vec{AC} = x_C\vec{x}_0 + y_C\vec{y}_0 \quad \theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) \quad \beta = (\vec{x}_0, \vec{x}_2)$$

Q.1. Réaliser le schéma cinématique du système et représenter les figures géométrales.

On donne les caractéristiques du vérin :

- débit volumique d'huile injectée dans le vérin Q (en m^3/s),
- Surface du piston du vérin S (en m^2),
- vitesse de déploiement du vérin V (en m/s).

Q.2. Exprimer le débit Q dans le vérin en fonction de sa vitesse de déploiement V et de la surface du piston S .

Q.3. Écrire l'équation vectorielle de fermeture géométrique linéaire et projeter l'équation vectorielle obtenue dans la base 0.

Q.4. A partir des équations issues de la fermeture géométrique, exprimer λ en fonction de θ .

Q.5. Dériver l'expression obtenue question précédente et déterminer Q en fonction de $\dot{\theta}$ et de θ .

Q.6. L'étude de l'application numérique de la formule précédente aboutit à $\dot{\theta}_{\max} = 70.Q$. Le vérin délivrant 0,4 Litres/s, conclure quant à la capacité de la benne à satisfaire la performance en vitesse angulaire.

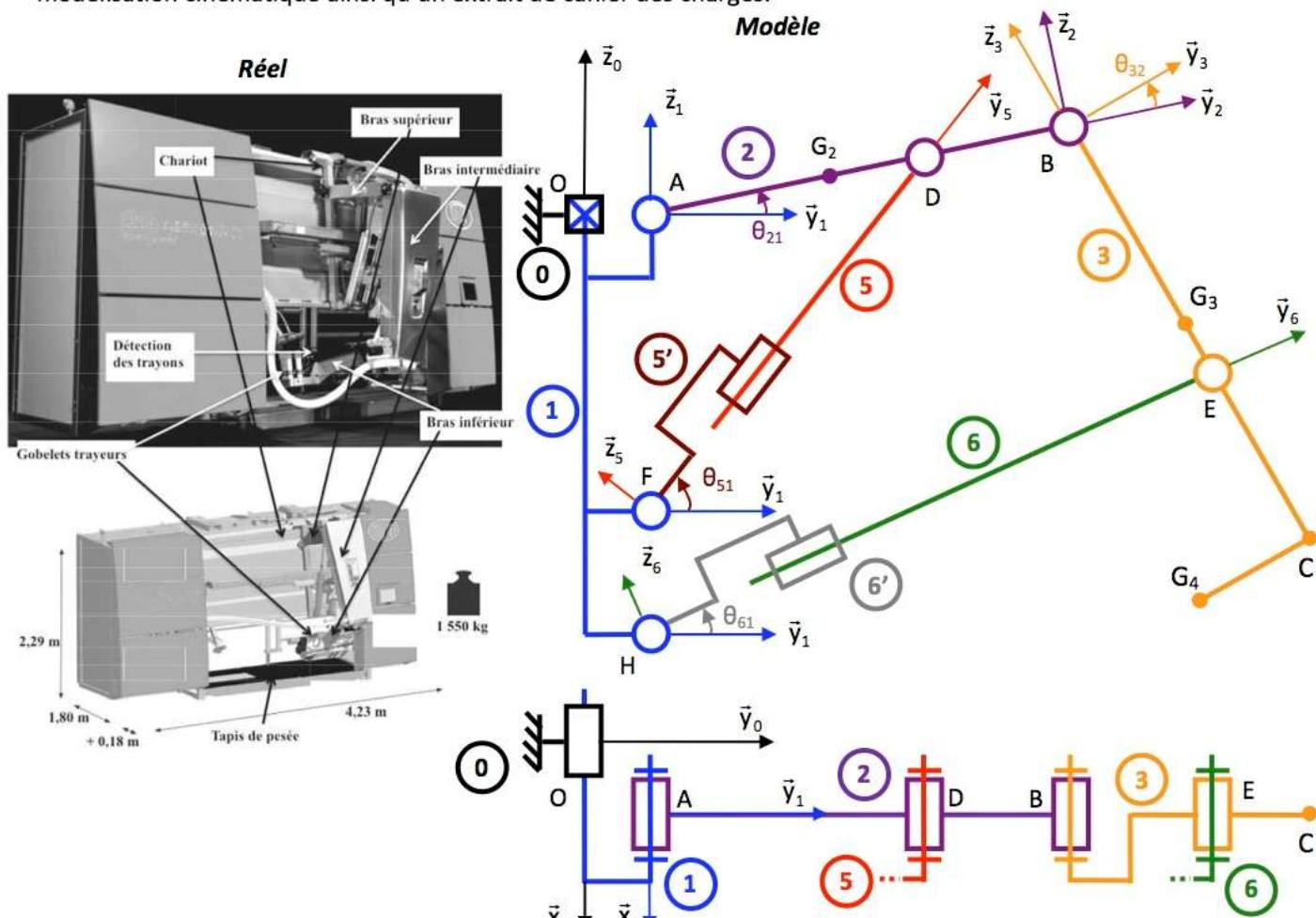
Exercice 7 : Treilleuse automatique pour vaches

Les agriculteurs producteurs laitiers sont soumis à des réglementations strictes en termes de respect de l'environnement, de mesures d'hygiène ou de qualité de vie des animaux. De plus la traite des vaches est une opération pénible, répétitive et soumise à des horaires contraignants.

D'autre part, les agriculteurs souhaitent désormais disposer de plus de temps pour gérer leur exploitation agricole et pouvoir concilier vie professionnelle et personnelle. Dans cette optique, des sociétés ont développé des systèmes de traite automatique.



On s'intéresse dans ce sujet à un bras articulé d'une machine de traite automatisée dont on donne une modélisation cinématique ainsi qu'un extrait de cahier des charges.



L'ensemble bras articulé de traite est embarqué sur le chariot 1 monté en liaison glissière d'axe (O, \bar{x}_0) par rapport au bâti 0. Cette liaison permet le déplacement horizontal du bras articulé. Le bras articulé est ensuite composé :

- du bras supérieur 2 en liaison pivot d'axe (A, \bar{x}_1) par rapport au chariot 1. Deux vérins montés en parallèle (seul un deux des vérins est modélisé ici par l'ensemble corps de vérin 5'+ tige de vérin 5) entre le chariot 1 et le bras supérieur 2 assurent les déplacements du bras supérieur 2 ;
- du bras intermédiaire 3, lié au bras supérieur 2 par une liaison pivot d'axe (B, \bar{x}_2). Un vérin (ici par l'ensemble corps de vérin 6'+ tige de vérin 6) monté entre le bras intermédiaire 3 et le chariot 1 assure les déplacements du bras intermédiaire 3 ;
- d'un bras inférieur en liaison complète (encastrement) avec le bras intermédiaire 3. Ce bras inférieur porte le système de branchement aux pis, le système pulsateur, le système de nettoyage par brosses et la tête de traite.

Lorsque la vache est installée dans la machine, la tête de traite est automatiquement positionnée sous la vache, dans une position telle que la tête de traite soit au plus proche des pieds de la vache. Par simplification, on modélisera par un point nommé G_4 , la zone de contact de la tête de traite du bras inférieur avec les pieds de la vache.

Données :

$R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ repère lié au bâti du robot de traite, supposé galiléen ;

$R_1 = (A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ repère lié au chariot 1 tel que $\overrightarrow{OA} = x(t) \cdot \vec{x}_0 + L_1 \cdot \vec{y}_1$;

$R_2 = (B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ repère lié au bras supérieur 2 tel que $\theta_{21} = (\vec{y}_1, \vec{y}_2) = (\vec{z}_1, \vec{z}_2)$;

$R_3 = (C, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ repère lié au bras intermédiaire 3 tel que $\theta_{32} = (\vec{y}_2, \vec{y}_3) = (\vec{z}_2, \vec{z}_3)$;

$R_5 = (F, \vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z}_5)$ repère lié au vérin de tige 5 et de corps 5' tel que $\theta_{51} = (\vec{y}_1, \vec{y}_5) = (\vec{z}_1, \vec{z}_5)$;

$R_6 = (H, \vec{x}_6, \vec{y}_6, \vec{z}_6)$ repère lié au vérin de tige 6 et de corps 6' tel que $\theta_{61} = (\vec{y}_1, \vec{y}_6) = (\vec{z}_1, \vec{z}_6)$.

$\overrightarrow{AB} = L_2 \cdot \vec{y}_2$	$\overrightarrow{AD} = d_2 \cdot \vec{y}_2$	$\overrightarrow{BC} = -L_3 \cdot \vec{z}_3$	$\overrightarrow{BE} = -d_3 \cdot \vec{z}_3$
$\overrightarrow{AG_2} = \frac{L_2}{2} \cdot \vec{y}_2$	$\overrightarrow{BG_3} = -\frac{L_3}{2} \cdot \vec{z}_3$	$\overrightarrow{CG_4} = -L_4 \cdot \vec{y}_3$	$\overrightarrow{AF} = -h_5 \cdot \vec{z}_0$
$\overrightarrow{AH} = -h_6 \cdot \vec{z}_0$	$\overrightarrow{OA} = x(t) \cdot \vec{x}_0 + L_1 \cdot \vec{y}_1$	$\overrightarrow{FD} = L_5(t) \cdot \vec{y}_5$	$\overrightarrow{HE} = L_6(t) \cdot \vec{y}_6$

Extrait partiel du cahier des charges :

Exigences	Critères	Niveaux
Le système doit respecter les exigences techniques suivantes	... Vitesse d'approche verticale de la tête de traite/pies de la vache $V < 5 \pm 1$ cm/s ...

Q.1. Donner les paramètres géométriques qui permettent de piloter les mouvements du bras robotisé ?

Q.2. Tracer le graphe des liaisons associé à la modélisation représentée par le schéma cinématique page précédente.

Q.3. Etablir les 4 figures géométrales représentant le paramétrage angulaire.

Q.4. Représenter sur le document réponse le système lorsque les bras 2 et 3 sont en position horizontale. Donner la longueur finale des deux vérins (5 et 5') et (6 et 6') sur la figure pour cette position.

On considère pour toutes les questions suivantes que $x(t) = \text{cte}$.

Q.5. Ecrire la fermeture géométrique (AFD).

Q.6. Après avoir projeté dans B_0 , déduire une relation scalaire entre θ_{21} et $L_5(t)$.

Q.7. Etablir les relations géométriques liant le centre de gravité G_4 de la tête de traite 4 défini par les coordonnées (x_{G4}, y_{G4}, z_{G4}) dans le repère R_0 , les paramètres géométriques $x(t)$, θ_{21} et θ_{32} et les longueurs L_1 , L_2 , L_3 et L_4 .

Document réponse :

