

Exercice 1 : Manège de fête foraine : « La chenille »

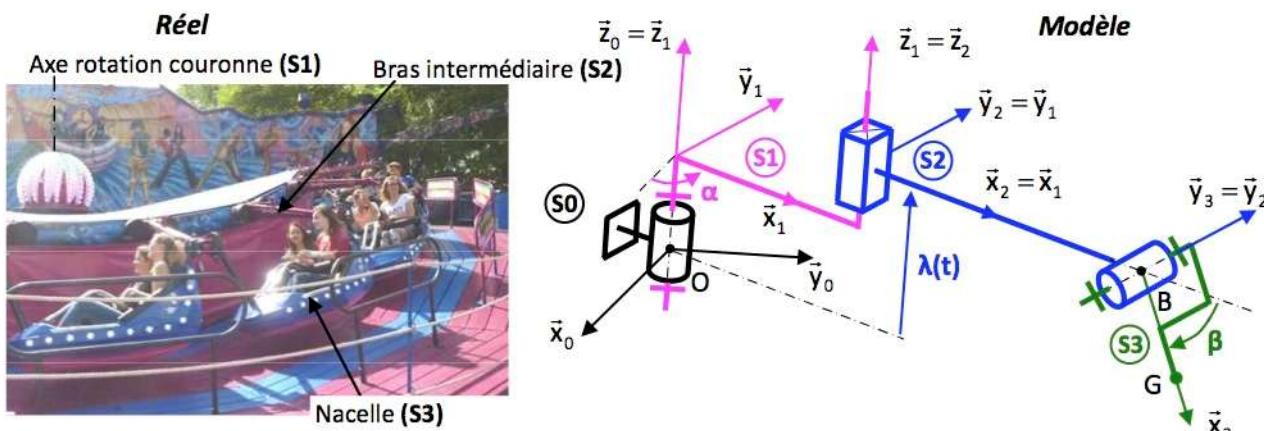
On s'intéresse dans ce problème à un manège rencontré dans les fêtes foraines, inspiré du manège communément appelé « la chenille » et qui est une version améliorée pour plus de sensations fortes.



Ce type d'attraction permet de procurer des sensations importantes aux passagers, à la fois en marche avant et en arrière par un mouvement de « brassage ». L'ensemble tourne à une vitesse maximale de 14 tours/min. Les voitures sont suspendues par le haut et peuvent basculer de gauche à droite à chaque dos d'âne. Au plus haut de ces bosses, les nacelles se retournent quasiment « à l'envers ».

Exigences	Critères	Niveaux
Le système doit respecter les exigences techniques suivantes	... Valeur maximale l'accélération reçue par un passager d'une masse de 70 kg pour un angle $\beta = \text{cte} = \pi/2$ et une accélération radiale $\ddot{\lambda} = 1,6 \text{ m/s}^2$ 2g maximum

On s'intéresse au mouvement de la nacelle (S3) du manège dont on donne une description structurelle ainsi qu'une modélisation cinématique.



On considère que le système est constitué de quatre sous ensembles nommés (S0), (S1), (S2) et (S3) pour lesquels on associe un repère R_i . Chaque repère R_i possède la base notée $b_i = (\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$.

Le solide (S1) qui correspond à la couronne centrale du manège est en liaison pivot d'axe (O, \vec{z}_0) avec le bâti (S0). On pose $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$.

Le bras intermédiaire (S2) est en liaison glissière de direction $\vec{z}_0 = \vec{z}_1 = \vec{z}_2$ avec la couronne centrale (S1).

Enfin la nacelle (S3) est en liaison pivot d'axe (B, \vec{y}_2) avec le bras (S2). On pose $\beta = (\vec{x}_2, \vec{x}_3) = (\vec{z}_2, \vec{z}_3)$; $\overrightarrow{OB} = \lambda(t)\vec{z}_0 + a\vec{x}_1 + b\vec{x}_2$ et $\overrightarrow{BG} = l\vec{x}_3$. G correspond au centre de gravité de la nacelle (S3).

Q.1. Que peut-on dire de la base b_1 par rapport à la base b_2 compte tenu de la liaison entre (S2) et (S1).

Q.2. Tracer les figures géométriques (ou figures de calcul planes) représentant les angles α et β .

Q.3. Calculer le vecteur vitesse $\overrightarrow{V_{G,S3/S0}}$.

Exercice 2 : Robot cueilleur de fruits

On étudie un robot ramasseur de fruits. Il permet à un agriculteur de cueillir, de manière automatique, les fruits mûrs dans les arbres, et de les mettre dans un conteneur spécifique.

Exigences techniques	Critère	Niveau
Exigence 1.4	Vitesse d'approche du fruit	< 3 cm/s



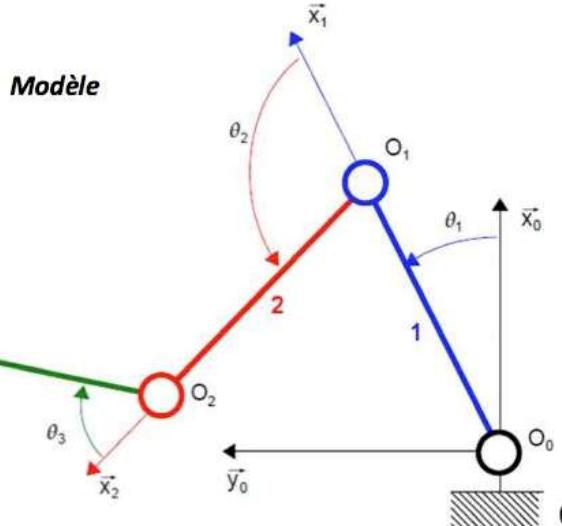
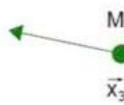
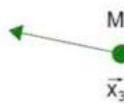
Le bras 1 tourne autour de l'axe (O_0, \vec{z}_0) par rapport au bâti 0. Le bras 2 tourne autour de l'axe (O_1, \vec{z}_0) par rapport à 1. Le bras 3 tourner autour de l'axe (O_2, \vec{z}_0) par rapport à 2.

On donne :

$$\overrightarrow{O_0 O_1} = R \cdot \vec{x}_1$$

$$\overrightarrow{O_1 O_2} = R \cdot \vec{x}_2$$

$$\overrightarrow{O_2 M} = L \cdot \vec{x}_3$$



Q.1. Construire les figures planes de repérage/paramétrage puis exprimer les vecteurs vitesse instantanée de rotation $\overrightarrow{\Omega_{1/0}}$, $\overrightarrow{\Omega_{2/1}}$, $\overrightarrow{\Omega_{3/2}}$.

Q.2. Déterminer $\overrightarrow{V_{O_1,1/0}}$.

Q.3. Déterminer $\overrightarrow{V_{O_2,2/0}}$.

Q.4. Déterminer $\overrightarrow{V_{M,3/0}}$.

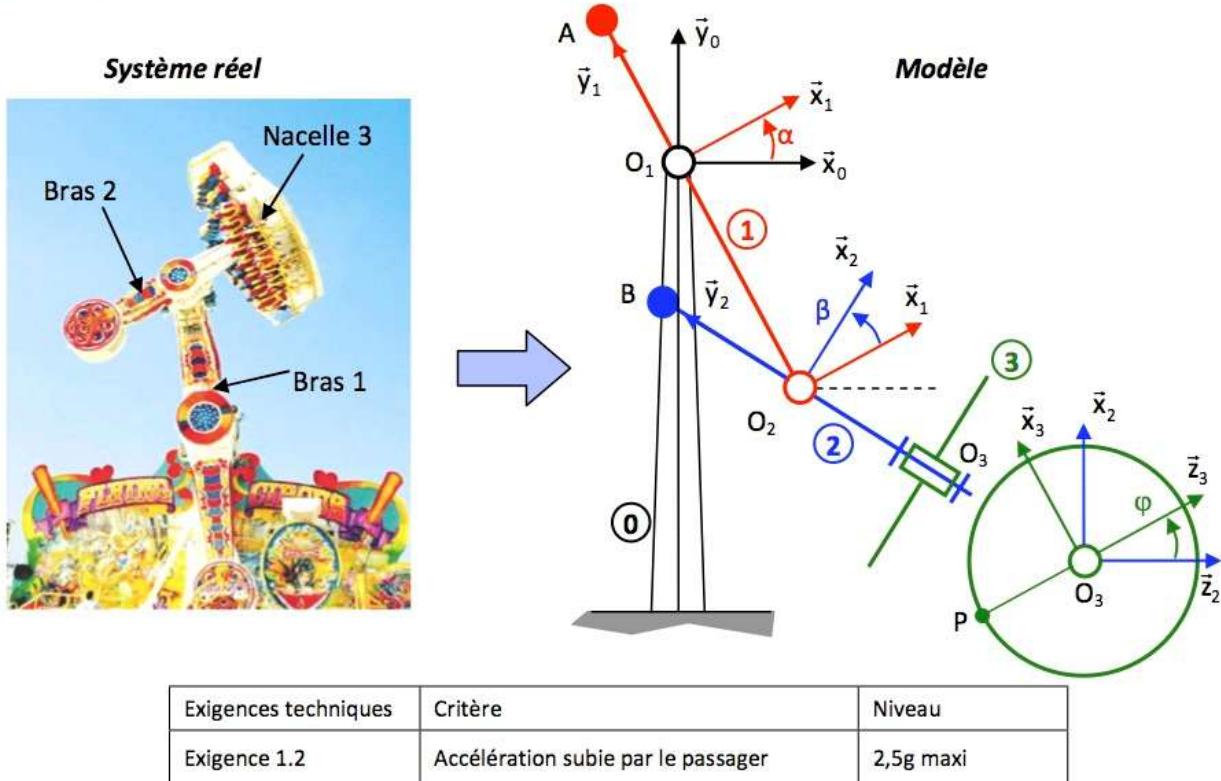
Q.5. Dans la configuration de rapprochement horizontal, ($\theta_2 = \pi - 2\theta_1$ et $\theta_3 = \theta_1 - \frac{\pi}{2}$) montrer que

$$\overrightarrow{V_{M,3/0}} \cdot \vec{x}_0 = 0 \text{ et déterminer } \|\overrightarrow{V_{M,3/0}}\|.$$

Q.6. Déterminer la valeur numérique de la vitesse maximale ($R = 48 \text{ cm}$, $L = 72 \text{ cm}$ et $\dot{\theta}_1 = 0,08 \text{ tr/min}$) et conclure quant à la capacité du robot à satisfaire le critère de vitesse d'approche du fruit du cahier des charges.

Exercice 3 : Manège Magic Arms

Le manège Magic-Arms dont on la modélisation ainsi qu'un extrait de cahier des charges fonctionnel, est composé d'une structure métallique d'environ 12 m de haut avec deux bras mobiles. Les passagers s'assoient sur 39 sièges disposés sur une plate-forme tournante. Dès que tous les passagers sont assis et attachés, la nacelle tourne autour de son axe, le bras principal (bras 1) et le bras secondaire (bras 2), liés l'un à l'autre au début du cycle, commencent à tourner. Après 9 secondes, le maximum de hauteur est atteint et les deux bras se désindexent et se mettent à tourner indépendamment l'un de l'autre. Tous les mouvements sont pilotés par un ordinateur.



Le manège dont on donne la modélisation ci dessus comporte :

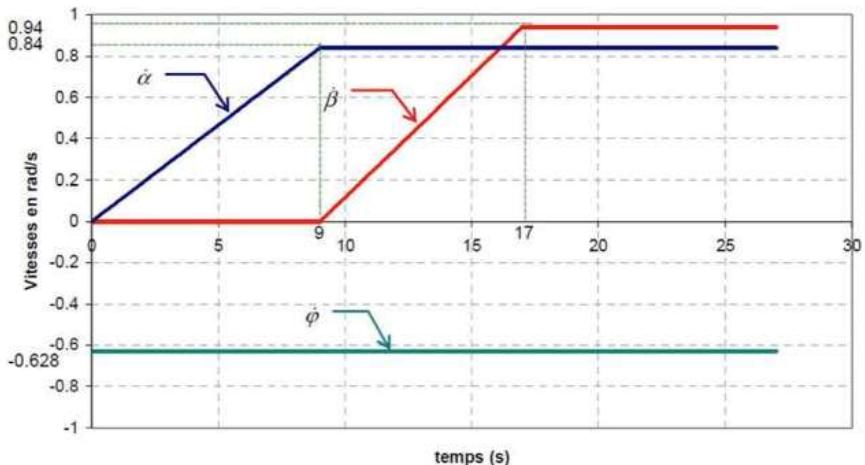
- un bras principal 1 assimilé à une barre AO_1O_2 . Il est en liaison pivot parfaite d'axe (O_1, \vec{z}_1) caractérisé par le paramètre α avec le bâti 0. On pose $\overrightarrow{O_1O_2} = -l_1 \vec{y}_1$.
- un bras secondaire 2 assimilé à une barre BO_2O_3 . Il est en liaison pivot parfaite d'axe (O_2, \vec{z}_2) caractérisé par le paramètre β avec le bras principal 1. On pose $\overrightarrow{O_2O_3} = -l_2 \vec{y}_2$.
- une nacelle 3 assimilée à un disque de centre O_3 et de rayon R . Elle est en liaison pivot parfaite d'axe (O_3, \vec{y}_3) caractérisé par le paramètre φ avec le bras 2. On s'intéresse plus particulièrement à un passager considéré comme un point matériel P tel que $\overrightarrow{O_3P} = -R \vec{z}_3$.

Q.1. Construire les figures planes de repérage/paramétrage puis Exprimer les vecteurs vitesses instantanées de rotation $\overrightarrow{\Omega_{10}}$, $\overrightarrow{\Omega_{20}}$ et $\overrightarrow{\Omega_{30}}$ de chacun des solides 1,2 et 3 dans leur mouvement respectif par rapport au bâti 0.

Q.2. Déterminer l'expression générale de la vitesse du point P associé au passager par rapport au bâti 0, notée $\overrightarrow{V_{P,3/0}}$.

On donne ci-contre l'évolution des vitesses angulaires des moteurs du manège en fonction du temps.

Q.3. Déterminer les valeurs des paramètres $\dot{\alpha}$, $\dot{\beta}$ et $\dot{\phi}$ puis l'expression analytique des positions angulaires $\alpha(t)$, $\beta(t)$ et $\phi(t)$ dans l'intervalle de temps [17-27] secondes en sachant qu'à l'instant $t=17s$, on a $\alpha = 10,5 \text{ rad}$, $\beta = 3,76 \text{ rad}$ et $\gamma = -10,676 \text{ rad}$.

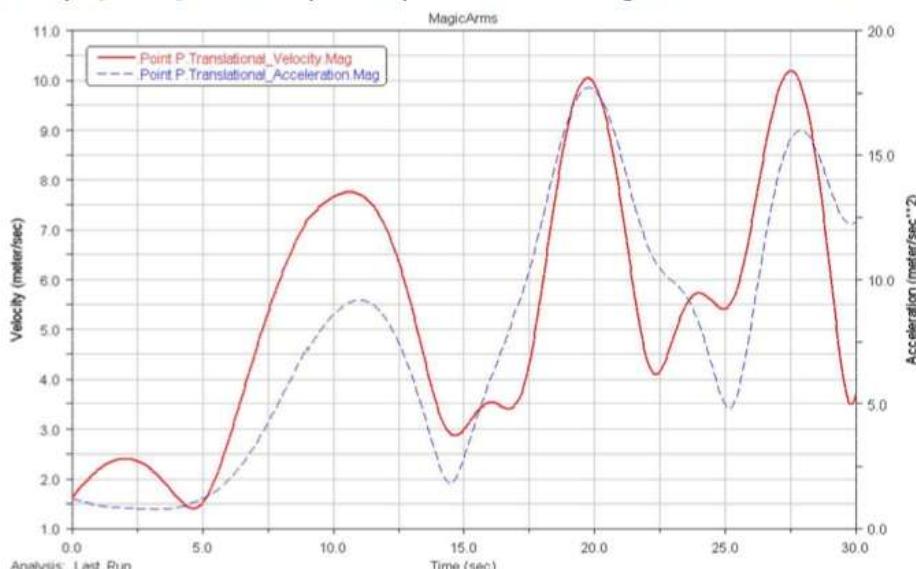


Q.4. Déterminer à partir des équations obtenues Q.3. les valeurs numériques à l'instant $t_1=19,8 \text{ s}$ de α , β et ϕ .

Q.5. On pose $\overrightarrow{V_{P,3/0}} = V_{x2} \cdot \vec{x}_2 + V_{y2} \cdot \vec{y}_2 + V_{z2} \cdot \vec{z}_2$. Déterminer les expressions littérales de V_{x2} , V_{y2} et V_{z2} puis les valeurs numériques de V_{x2} , V_{y2} et V_{z2} à l'instant $t_1=19,8 \text{ s}$. (Données : $l_1 = 3,9 \text{ m}$, $l_2 = 2,87 \text{ m}$, $R = 2,61 \text{ m}$).

Q.6. Déterminer l'expression générale de l'accélération du point P associé au passager par rapport au bâti 0, notée $\overrightarrow{\Gamma_{P,3/0}}$ dans l'intervalle de temps [17-27] secondes pour lequel les vitesses angulaires sont constantes.

Le graphe ci-contre, obtenu par simulation numérique, présente le module de la vitesse du passager P par rapport au bâti 0 ainsi que le module de l'accélération du passager P par rapport au bâti 0 en fonction du temps.



Q.7. Comparer les résultats obtenus Q.4. à ceux du graphe pour un temps $t_1=19,8 \text{ s}$.

Q.8. Relever l'accélération maximale subie par le passager et conclure vis-à-vis du cahier des charges.