

Durée de l'épreuve : 2h00

Aucun document autorisé - Calculatrice autorisée

Cet énoncé comporte 8 pages numérotées de 1 à 8. Les documents réponses doivent être rendus. **Les résultats doivent être encadrés.** L'écriture doit être de préférence à l'encre bleue et non pas au crayon à papier. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre. Il est conseillé de lire la totalité de l'énoncé avant de commencer l'épreuve.

Validation des performances cinématiques du robot chirurgical Da Vinci

On s'intéresse dans ce sujet à un robot chirurgical mini invasif nommé Da Vinci. Ce robot permet au chirurgien d'atteindre sa cible grâce à des outils longs et fins traversant le patient tout en limitant l'incision, de l'ordre du centimètre, au niveau du corps du patient.

Le robot étudié ici est constitué de deux sous-systèmes principaux :

- un ensemble console de commande + bras maîtres qui permet au chirurgien, d'une part de commander à distance les mouvements des outils adéquats à l'intérieur du patient et, d'autre part, de visualiser sur des écrans les images de la caméra haute définition installée à l'intérieur du corps du patient. Le chirurgien commande les mouvements de ces outils grâce à deux bras maîtres dont les extrémités sont maintenues dans chaque main ;
- des bras esclaves qui reçoivent les consignes issues du chirurgien par l'intermédiaire des bras maîtres et qui agissent à l'intérieur du corps du patient. Il y a au total 3 bras esclaves : deux bras manipulent chacun un outil, le troisième bras manipule une caméra.

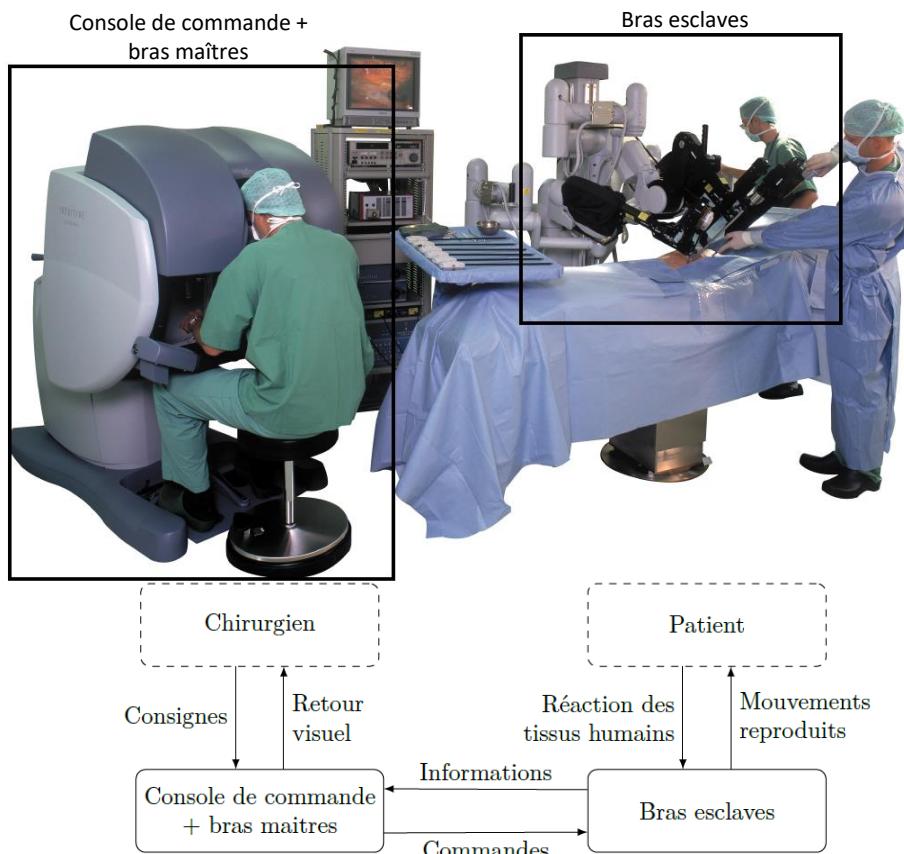


Figure 1 - Robot chirurgical Da Vinci.

L'objectif de ce sujet est de valider les performances cinématiques de ce robot dont on donne une description structurelle, une modélisation multi physique, ainsi qu'un extrait de cahier des charges.

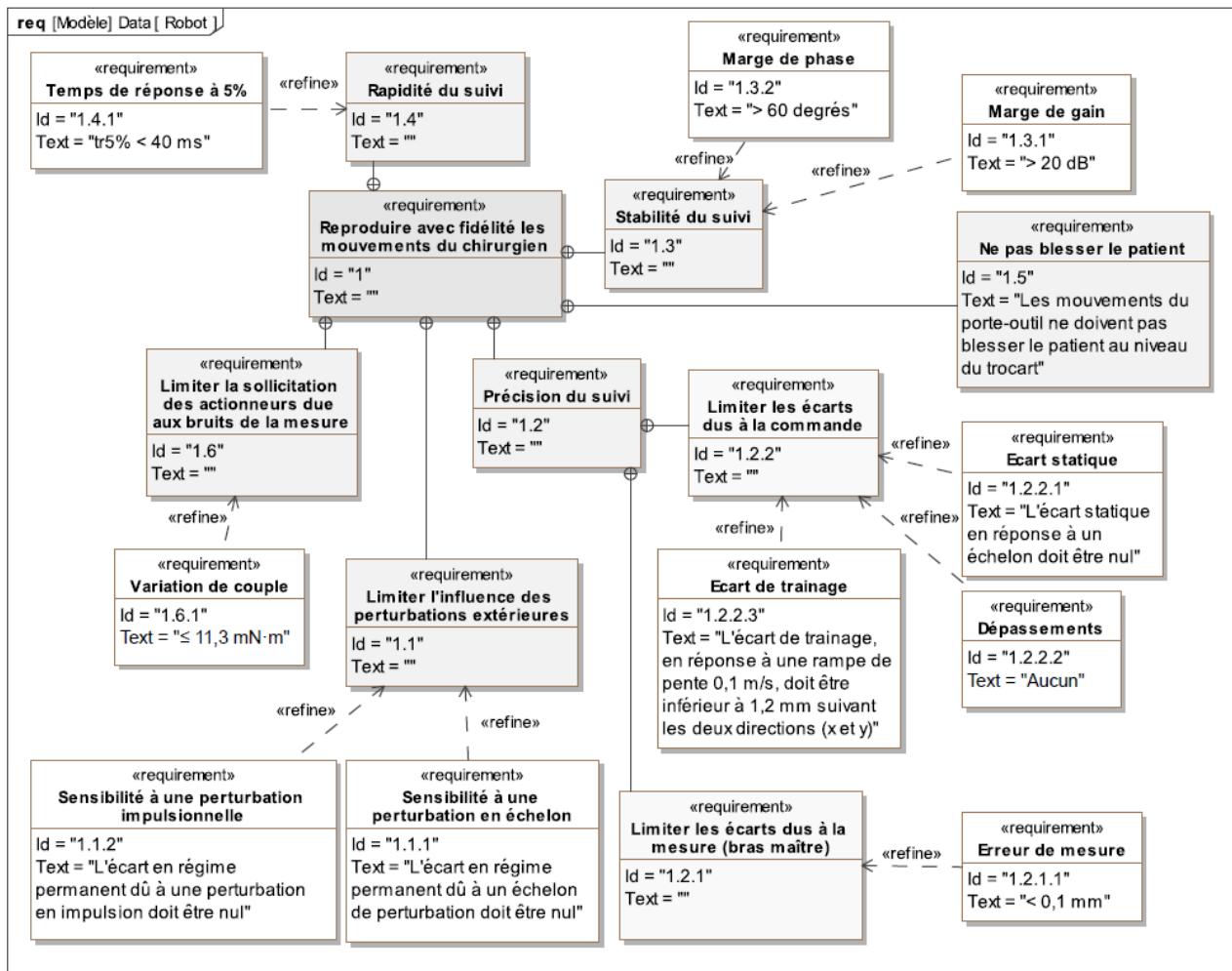


Figure 2 - Diagramme des exigences du robot Da Vinci.

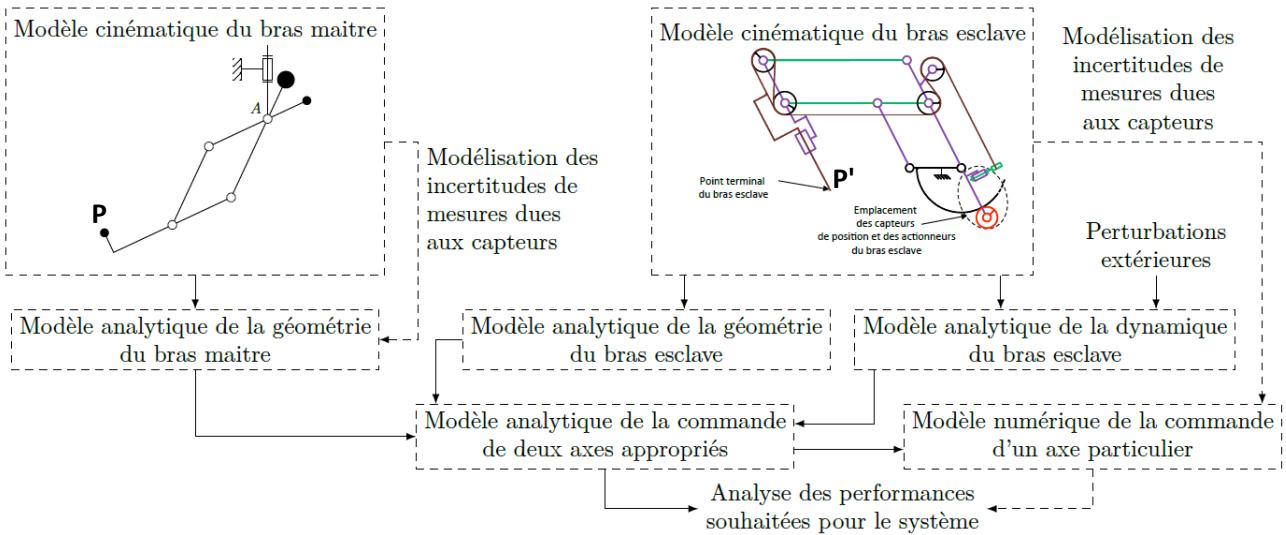


Figure 3 - Modèle multi physique du robot Da Vinci.

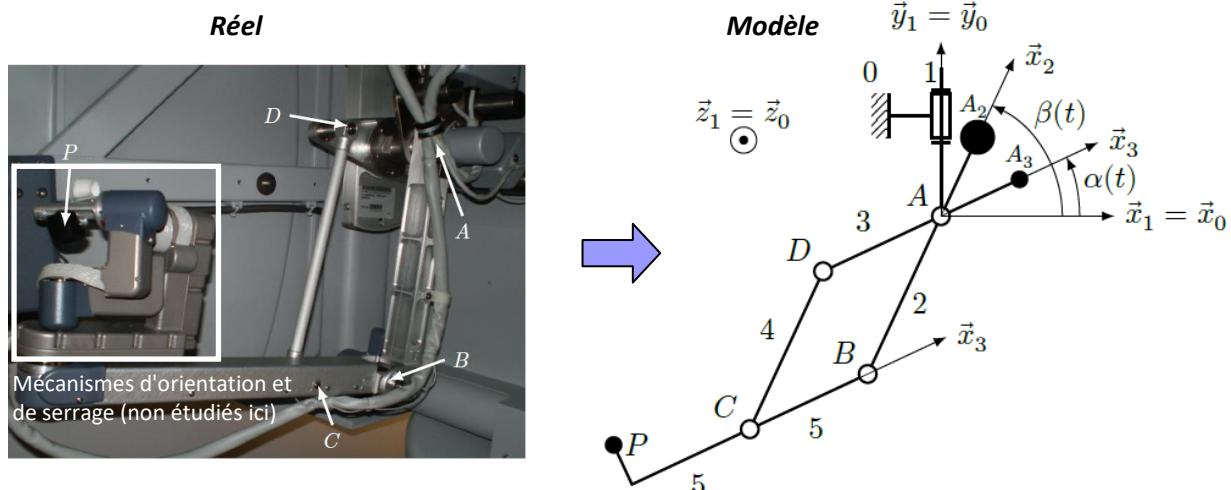
Pour manipuler le robot, le chirurgien utilise le bras maître en contrôlant la position du point d'accroche, noté P. Le bras esclave est asservi en position sur les consignes envoyées par le bras maître. Le point terminal du bras esclave, noté P', représente l'outil chirurgical. La stratégie de commande mise en place doit assurer un déplacement du point P' idéalement identique au déplacement du point P.

Partie 1 - Etude géométrique sur le bras maître

Le bras maître offre des mouvements dans l'espace selon 7 axes :

- 3 translations du point P par rapport au repère $R_0(A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ obtenues via le système modélisé figure 4 ;
- 3 rotations (non étudiées) réalisées via un mécanisme permettant d'orienter l'extrémité de l'outil chirurgical dans l'espace (non modélisé sur le schéma cinématique de la figure 4) ;
- 1 mouvement de serrage (non étudié) des outils munis d'une pince permettant de saisir les tissus humains (non modélisé sur le schéma cinématique de la figure 4).

Dans cette étude, le point P représente le point d'accroche de la main du chirurgien sur le bras maître. Les 3 translations imposées par le chirurgien sont obtenues via une combinaison de mouvements de rotation autour de différents axes une rotation d'axe (A, \vec{y}_0) (rotation de 1/0) et deux rotations d'axe (A, \vec{z}_1) (rotation de 2/1 et de 3/1). Le constructeur a choisi d'utiliser cette structure particulière pour les deux dernières rotations pour soulager le chirurgien lors de l'opération. En effet des contrepoids en A_2 et A_3 solidaires des éléments 2 et 3 assurent l'équilibre stable du bras maître lorsqu'il n'est soumis qu'à son propre poids.



Solide	Caractéristiques géométriques	Caractéristiques massiques	Situation géométrique/commentaires
2	$\overrightarrow{BA} = l_2 \vec{x}_2$ $l_2 = 500 \text{ mm}$ $\overrightarrow{BG_2} = \frac{l_2}{2} \vec{x}_2$	masse : $m_2 = 2,5 \text{ kg}$ centre de gravité : G_2	repère attaché : $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$ paramètres d'orientation : $\beta(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$
Contrepoids solidaire de 2	$\overrightarrow{AA_2} = e \vec{x}_2$ $e = 300 \text{ mm}$	masse : M_2 centre de gravité : A_2	
3	$\overrightarrow{DA} = l_3 \vec{x}_3$ $l_3 = 300 \text{ mm}$ $\overrightarrow{DG_3} = \frac{l_3}{2} \vec{x}_3$	masse : $m_3 = 3 \text{ kg}$ centre de gravité : G_3	repère attaché : $R_3(A, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$ paramètres d'orientation : $\alpha(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3)$
Contrepoids solidaire de 3	$\overrightarrow{AA_3} = e \vec{x}_3$	masse : M_3 centre de gravité : A_3	
4	$\overrightarrow{CD} = l_2 \vec{x}_2$ $\overrightarrow{CG_4} = \frac{l_2}{2} \vec{x}_2$	masse : $m_4 = 1,5 \text{ kg}$ centre de gravité : G_4	
5	$\overrightarrow{CB} = l_3 \vec{x}_3$ $\overrightarrow{BG_5} = -\frac{3l_3}{2} \vec{x}_3$ $\overrightarrow{BP} = -2l_3 \vec{x}_3 + h \vec{y}_3$ $h = 150 \text{ mm}$	masse : $m_5 = 2,5 \text{ kg}$ centre de gravité : G_5	ces caractéristiques prennent en compte le système d'orientation de l'outil non représenté

Figure 4 - Modèle pour l'étude géométrique du bras maître.

Pour toute la partie 1 concernant l'étude géométrique, on considère que le mouvement de rotation verticale (entre 0 et 1) est bloqué. Ainsi, on peut donc considérer pour cette étude géométrique que le solide 1 est fixe, on impose $\vec{x}_0 = \vec{x}_1$, $\vec{y}_0 = \vec{y}_1$, $\vec{z}_0 = \vec{z}_1$ et on adopte une modélisation plane dans le plan (A, \vec{x}_0, \vec{y}_0).

Lors de l'opération, le chirurgien impose le déplacement du point P (voir figure 4). Ce déplacement est de faible amplitude et varie autour de la position initiale caractérisée par le point P_0 . On pose :

- \vec{AP} le vecteur position du point P tel que $\vec{AP} = x(t).\vec{x}_0 + y(t).\vec{y}_0$ où $x(t)$ et $y(t)$ sont les coordonnées dites opérationnelles.
- \vec{AP}_0 le vecteur position du point initial de référence P_0 tel que $\vec{AP}_0 = x_0.\vec{x}_0 + y_0.\vec{y}_0$.
- $\vec{\Delta P} = \vec{P}_0\vec{P}$ le vecteur correspondant à la variation de position du point P par rapport au point P_0 tel que $\vec{\Delta P} = \Delta x(t).\vec{x}_0 + \Delta y(t).\vec{y}_0$ où $\Delta x(t)$ et $\Delta y(t)$ représentent les petites variations de position dépendant du temps suivant les axes \vec{x}_0 et \vec{y}_0 .

Q.1. A l'aide des relations vectorielles précédentes, donner l'expression de $x(t)$ en fonction de $\Delta x(t)$ et x_0 puis l'expression de $y(t)$ en fonction $\Delta y(t)$ de et y_0 .

Q.2. Compléter le document réponse DR1 en ajoutant le schéma cinématique du mécanisme dans la position finale tel que $\Delta x(t) = 40$ mm et $\Delta y(t) = 0$ mm.

Q.3. Ajouter ensuite sur le schéma document réponse DR1 les paramètres correspondant à $x(t)$, x_0 , et $\Delta x(t)$.

La petite variation en déplacement du point P par rapport au point P_0 entraîne une petite variation angulaire des pièces 2 et 3 par rapport à la pièce 1. On pose :

- α_0 et β_0 les positions angulaires lorsque le système est en position initiale de point P_0 .
- $\alpha(t)$ et $\beta(t)$ les positions angulaires lorsque le système est en position finale de point P, où $\alpha(t)$ et $\beta(t)$ sont les coordonnées dites articulaires.
- $\Delta\alpha(t)$ et $\Delta\beta(t)$ les petites variations de positions angulaires lorsque le système va de la position P_0 vers P tel que $\alpha(t) = \alpha_0 + \Delta\alpha(t)$ et $\beta(t) = \beta_0 + \Delta\beta(t)$.

Q.4. Exprimer le vecteur \vec{AP} dans la base 0 en fonction de L_2 , L_3 , h , $\alpha(t)$ et $\beta(t)$. En déduire les expressions de $x(t)$ et $y(t)$ en fonction de L_2 , L_3 , h $\alpha(t)$ et $\beta(t)$.

Partie 2 - Etude cinématique sur le bras maître

Pour toute la partie 2 concernant l'étude cinématique, on considère que le mouvement de rotation verticale (entre 0 et 1) n'est pas sollicité. Ainsi, on peut donc considérer pour cette étude géométrique que le solide 1 est fixe, on impose $\vec{x}_0 = \vec{x}_1$, $\vec{y}_0 = \vec{y}_1$, $\vec{z}_0 = \vec{z}_1$ et on adopte une modélisation plane dans le plan (A, \vec{x}_0, \vec{y}_0). Les 3 rotations réalisées via le mécanisme permettant d'orienter l'extrémité de l'outil chirurgical dans l'espace et le mouvement de serrage ne sont toujours pas étudiés ici.

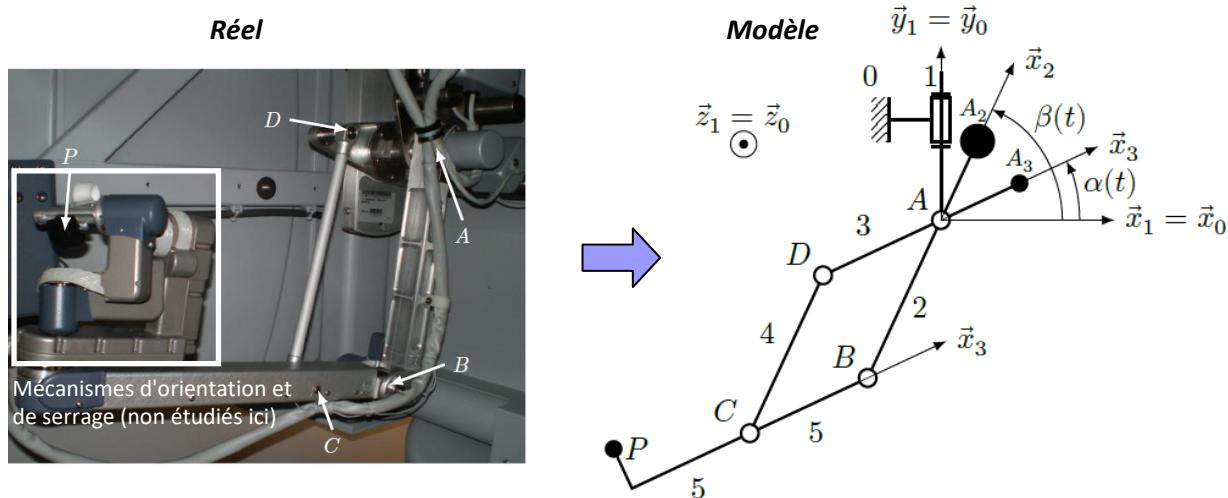


Figure 5 - Modèle pour l'étude cinématique du bras maître.

Q.5. Déterminer, par calcul direct, le vecteur vitesse $\overrightarrow{V_{P,5/1}}$ en fonction de L_2 , L_3 , h , $\dot{\alpha}(t)$ et $\dot{\beta}(t)$.

Q.6. Retrouver, par composition de mouvement et champ des vitesses, le vecteur vitesse $\overrightarrow{V_{P,5/1}}$.

Q.7. Calculer $\overrightarrow{V_{P,5/1} \cdot \vec{x}_1}$ et $\overrightarrow{V_{P,5/1} \cdot \vec{y}_1}$.

Q.8. A l'aide de la construction graphique du document réponse DR1, mesurer les variations angulaires $\Delta\alpha(t)$, $\Delta\beta(t)$ lorsque le point P s'est déplacé de 40 mm à partir de la position initiale P_0 uniquement suivant l'axe \vec{x}_0 .

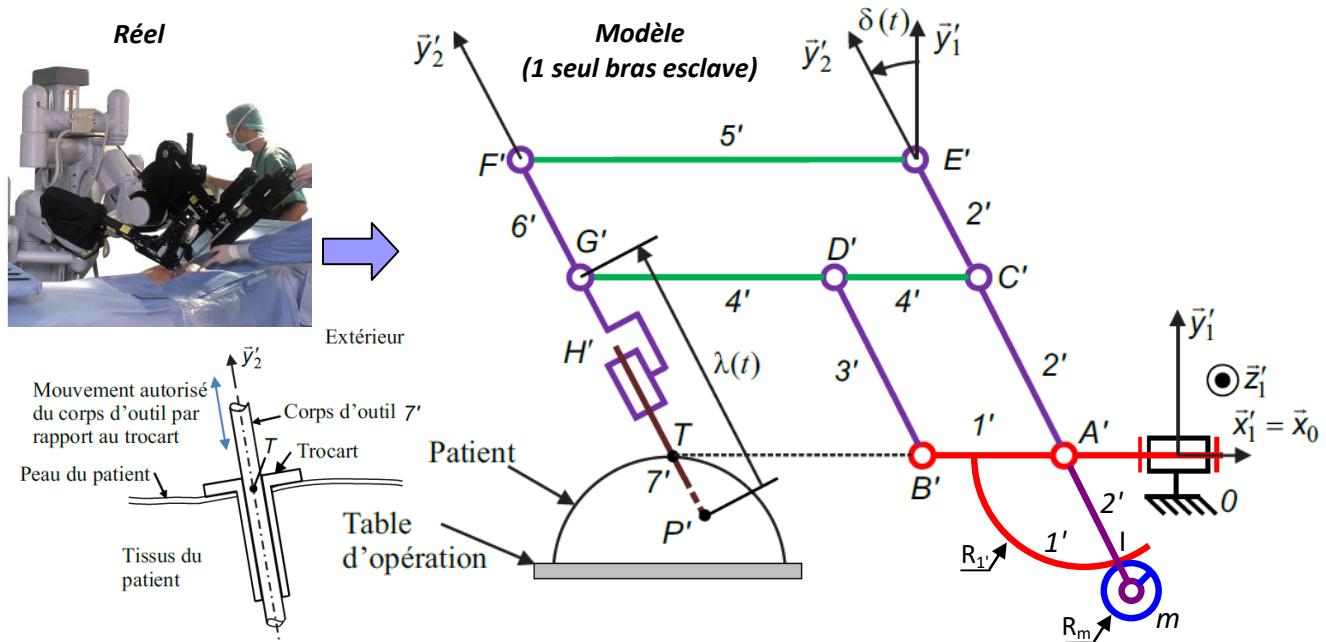
Q.9. En supposant que ce déplacement de 40 mm suivant \vec{x}_0 à partir de la position initiale P_0 est effectué en 2 secondes à vitesse constante déterminer $\|\overrightarrow{V_{P,5/1}}\|$. En déduire aussi les vitesses angulaires $\dot{\alpha}(t)$ et $\dot{\beta}(t)$ obtenues lors de ce mouvement.

Q.10. A partir du vecteur vitesse $\overrightarrow{V_{P,5/1}}$ donné sur le document DR2, construire en justifiant la démarche sur le document réponse DR2 le vecteur vitesse $\overrightarrow{V_{B,5/1}}$. En déduire en argumentant la vitesse angulaire $\dot{\beta}(t)$ obtenue lors de ce mouvement.

Partie 3 - Etude cinématique sur le bras esclave

Les consignes générées par le bras maître sont, après traitement, utilisées pour le système d'asservissement lié aux bras esclaves. Les 3 bras esclaves, de même structure, permettent de mouvoir les outils chirurgicaux. Ces derniers passent à travers le patient grâce à de fines incisions. L'interface entre l'outil chirurgical et le patient au niveau de l'incision est assurée par un trocart qui est une pièce tubulaire servant d'interface entre le corps du patient et l'outil. La figure 6 propose un modèle sous forme de schéma cinématique d'un bras

esclave. L'extrémité de l'outil chirurgical n'est pas représentée. Le point P' représente un point de référence au niveau de l'extrémité de l'outil et le **point T est le centre de l'incision** où l'outil rentre dans le corps du patient via le trocart. Les actionneurs et les systèmes d'entraînement utiles à la mise en mouvement ne sont pas représentés pour plus de lisibilité. Le solide $7'$ représente le corps d'outil.



Solide	Caractéristiques	Situation géométrique/commentaires
$1'$	$\overrightarrow{A'B'} = -h_1 \vec{x}_0$	repère attaché : $R'_1(A', \vec{x}_0, \vec{y}_1', \vec{z}_1')$ paramètres d'orientation : $\varphi(t) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1') = (\vec{z}_0, \vec{z}_1')$
$2'$		repère attaché : $R'_2(A', \vec{x}_2', \vec{y}_2', \vec{z}_1')$ paramètres d'orientation : $\delta(t) = (\vec{x}_1', \vec{x}_2') = (\vec{y}_1', \vec{y}_2')$
$3'$	$\overrightarrow{B'D'} = h_2 \vec{y}_2'$	
$4'$	$\overrightarrow{D'G'} = -h_4 \vec{x}_0$	
$7'$	$\overrightarrow{H'P'} = -l_0 \vec{y}_2'$ $\overrightarrow{G'P'} = -\lambda(t) \vec{y}_2'$	repère attaché : $R'_7(H', \vec{x}_7', \vec{y}_2', \vec{z}_7')$ paramètres d'orientation : $\gamma(t) = (\vec{x}_2', \vec{x}_7') = (\vec{z}_2', \vec{z}_7')$

Figure 6 - Modèle pour l'étude cinématique du bras esclave.

Q.11. Déterminer $\overrightarrow{V_{T,7'/0}}$ et l'exprimer dans la base $2'$.

Q.12. Exprimer le torseur cinématique de $7'/0$ au point T, par ses composantes dans la base $2'$ et, en analysant ses composantes non nulles qui traduisent les degrés de liberté, donner la liaison équivalente entre $7'$ et 0 au point T.

Q.13. Quelle exigence du cahier des charges justifie cette structure ? Expliquer sans calcul.

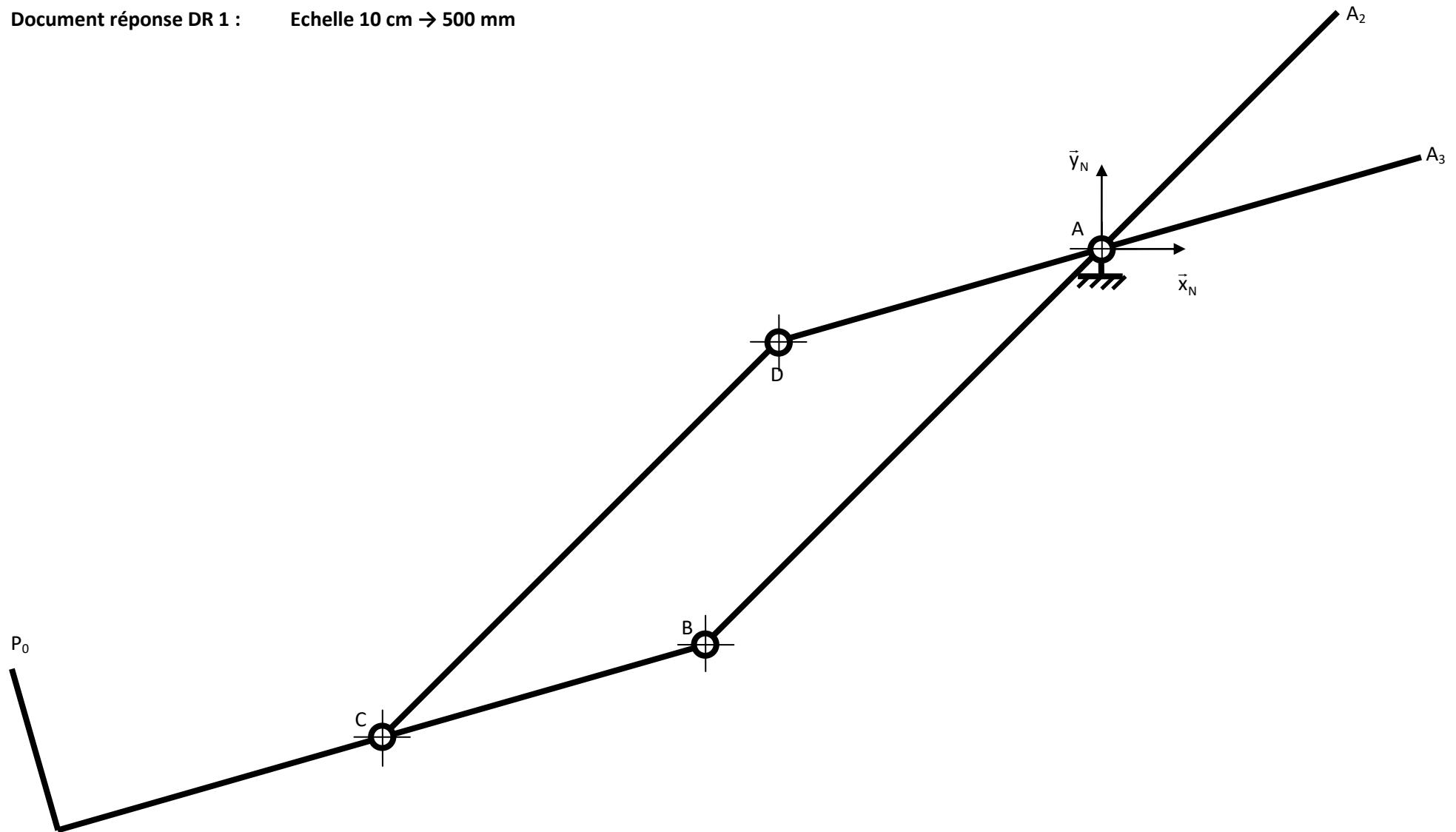
Le mouvement de rotation du bras $2'$ est obtenu grâce à une roue dentée motrice m de rayon R_m en liaison pivot d'axe (J', \vec{z}_2') qui tourne à une vitesse angulaire $\overrightarrow{\Omega_{m,2'}} = \dot{\theta}(t) \vec{z}'_2$ avec $\dot{\theta}(t) = (\vec{x}'_2, \vec{x}'_m) = (\vec{y}'_2, \vec{y}'_m)$ et qui roule sans glisser au point I' sur une came dentée circulaire de rayon $R_{1'}$.

Q.14. Proposer un modèle, sous forme de schéma cinématique, qui permettra de déterminer la loi entrée sortie cinématique entre la roue motrice et le bras $2'$.

NOM :

Prénom :

Document réponse DR 1 : Echelle 10 cm → 500 mm



Document réponse DR 2 : Echelle 10 cm → 500 mm
Echelle 1 cm → 5 mm/s

