

Durée de l'épreuve : 2h00

Aucun document autorisé - Calculatrice autorisée

Cet énoncé comporte 5 pages numérotées de 1 à 5.

Les réponses se feront exclusivement sur le document réponses – Aucun autre document ne sera corrigé.
La notation tiendra compte de la justesse des résultats ainsi que de la rédaction et du soin apporté à la composition.

Véhicule urbain Citroën AMI

D'après concours Centrale Supélec MP 2021 & ATS 2025

I. Présentation

AMI est une voiture sans permis 100% électrique à deux places du constructeur automobile français Citroën, produite et commercialisée à partir de mai 2020. Elle permet un déplacement urbain et écologique, puisque sans production de gaz à effet de serre (GES), pour 2 personnes. L'âge de conduite minimum est de 14 ans, l'AMI étant considérée comme un quadricycle léger à moteur



Figure 1 : Citroën AMI

On donne un extrait du diagramme des exigences de la Citroën AMI figure 2 :

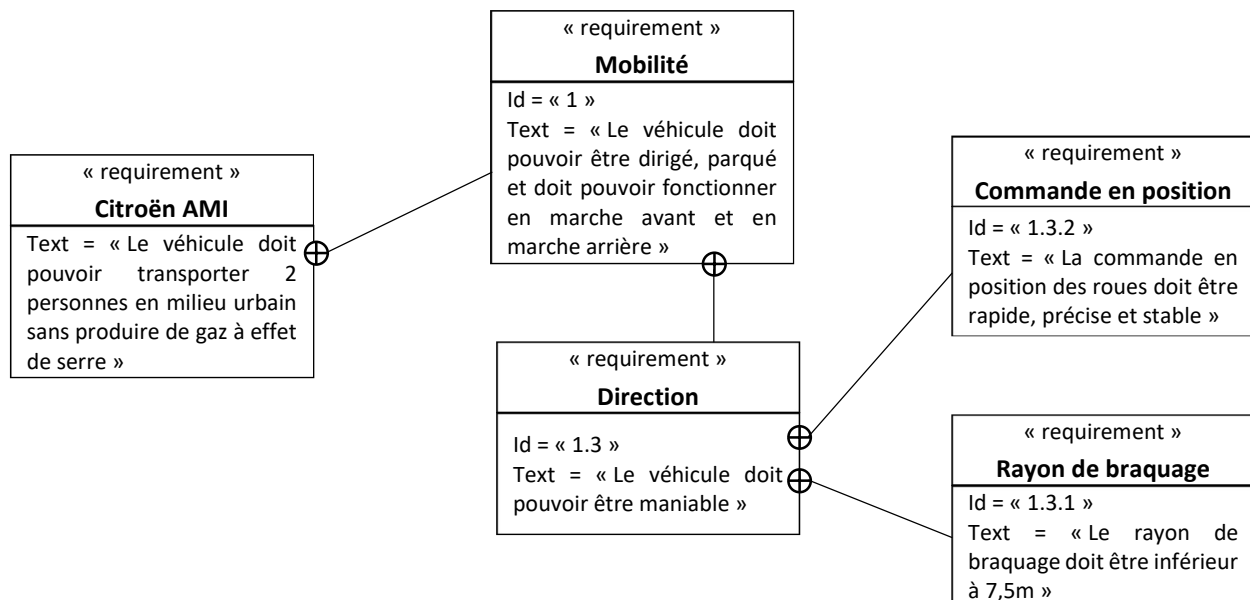


Figure 2 : Extrait du diagramme des exigences de la Citroën AMI

II. Validation de l'exigence 1.3.1

Objectif : Réaliser le modèle mécanique de la direction afin de valider la valeur numérique du rayon de braquage de 7,5 mètres.

La Citroën AMI possède des caractéristiques géométriques intéressantes pour la circulation en ville. Ses faibles dimensions permettent une conduite très efficace en circuit urbain avec un rayon de braquage très faible. Le modèle mécanique de la direction du véhicule, dans le cas d'un virage vers la droite, est représenté sur le schéma cinématique de la figure 3 (seule la roue gauche est représentée) :

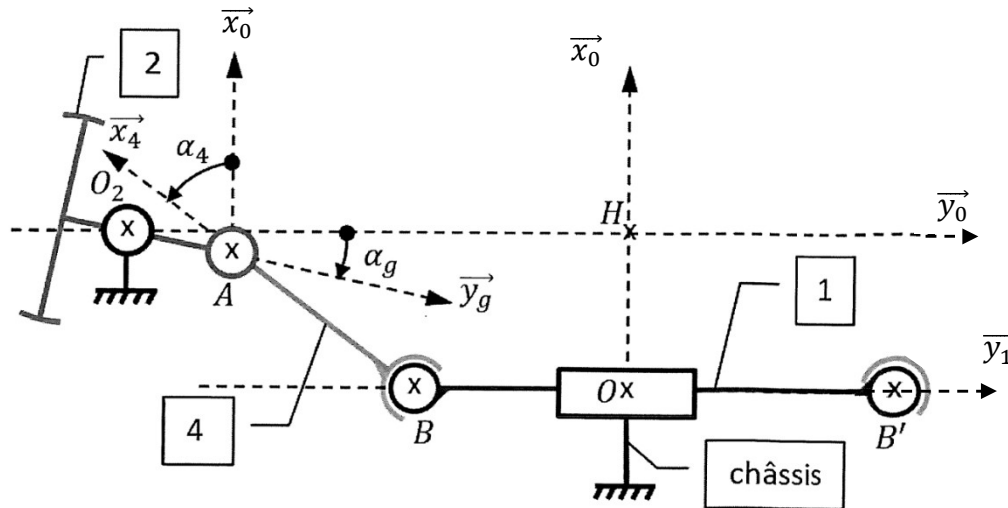


Figure 3 : Schéma cinématique de la direction du véhicule dans le cas d'un virage à droite (seule la roue gauche est représentée)

- La **crémaillère 1** est reliée à la colonne de direction par l'intermédiaire d'un ensemble pignon-crémaillère (non représenté) de rayon 15 mm, l'amplitude de rotation du volant est de deux tours (un tour dans un sens et un tour dans le sens opposé). Cette crémaillère, auquel est associé le repère $R_1(B, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$, est en liaison glissière de direction \vec{y}_0 avec le **châssis 0** auquel est associé le repère $R_0(0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$. On note $\vec{OB} = -y(t) \cdot \vec{y}_1$;
- Les **bielles de direction 4 et 4'** sont en liaison sphérique (rotule) de centre B (respectivement B') avec la crémaillère. On note $\alpha_4(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_4)$;
- Les **ensembles roue avant gauche 2 et droite 2'** sont en liaison pivot d'axe (A, \vec{z}_0) (respectivement (A', \vec{z}_0)) avec les bielles de direction. Ces ensembles roue avant gauche et droite sont en liaison pivot d'axe (O_2, \vec{z}_0) (respectivement (O'_2, \vec{z}_0)) avec le châssis du véhicule. On note $\alpha_g(t) = (\vec{y}_0, \vec{y}_g)$.

On pose :

$$\begin{aligned} \vec{O_2O'_2} &= d \cdot \vec{y}_0 & \vec{OH} &= e \cdot \vec{x}_0 & \vec{O_2H} &= \frac{d}{2} \cdot \vec{y}_0 & \vec{BB'} &= b \cdot \vec{y}_1 \\ \vec{O_2A} &= a \cdot \vec{y}_g & \vec{O'_2A'} &= -a \cdot \vec{y}_d & \vec{AB} &= -c \cdot \vec{x}_4 & \vec{A'B'} &= -c \cdot \vec{y}_4 \end{aligned}$$

où a, d, e, l, l' et L sont des longueurs constantes.

Le rayon de braquage du véhicule dépend de l'angle de braquage des roues avant, c'est-à-dire des angles α_g et α_d , il faut donc pouvoir déterminer l'amplitude de ces angles lors de la rotation d'un tour du volant dans un sens ou dans l'autre.

- Q1.** Réaliser le graphe des liaisons du mécanisme de la direction représenté sur la figure 3.
- Q2.** Réaliser les figures géométrales associées aux paramètres cinématiques $\alpha_4(t)$, $\alpha_g(t)$ et $y(t)$.
- Q3.** Écrire la fermeture géométrique associée à la chaîne de solides 0-1-4-2-0.
- Q4.** Projeter l'équation vectorielle issue de la fermeture géométrique précédente dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.
- Q5.** En déduire l'expression de $y(t)$ en fonction de $\alpha_g(t)$ et des constantes du modèle.

Nous considérerons que la position centrale du volant, et donc de la crémaillère, correspond au couple de valeurs : $(\alpha_g = 0^\circ, y = 200 \text{ mm})$. La rotation du volant se fait vers la droite, pour un tour entier. On rappelle que le rayon du pignon de l'ensemble pignon-crémaillère vaut 15mm.

Q6. En s'appuyant sur la figure 4 ci-contre, exprimer la relation entre le déplacement d de la crémaillère et la rotation q du pignon.

Q7. Indiquer alors les valeurs extrêmes (y_{\min}, y_{\max}) à prendre pour déterminer toutes les valeurs de α_g lors du déplacement de la crémaillère.

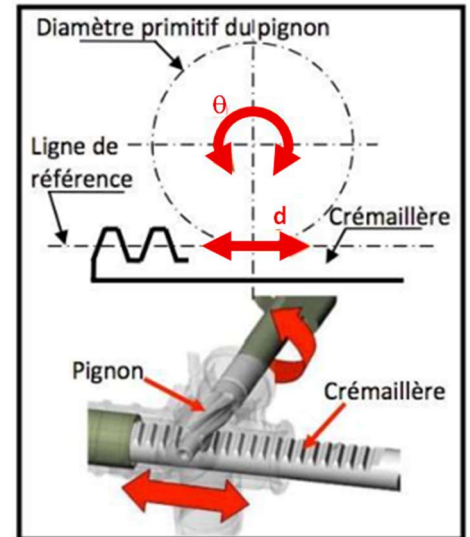


Figure 4 : Ensemble pignon-crémaillère

Q8. Compléter le schéma cinématique du document réponses en représentant l'ensemble roue droite 2' et la biellette 4' (ainsi que les symboles de liaisons). Faire apparaître les traits de construction. Les angles α_g et α_d sont-ils positifs ou négatifs dans le cas d'un virage à droite ?

Sur la Citroën AMI, les roues avant sont directrices et motorisées. Lors d'un virage, les vitesses des roues s'adaptent automatiquement afin d'assurer en permanence le roulement sans glissement. Les roues arrière sont non motorisées et non directrices. Un différentiel mécanique permet d'assurer la compatibilité des vitesses de rotation des roues avant avec la condition de roulement sans glissement.

Supposons une prise de virage vers la gauche du véhicule. Le modèle mécanique de cette étude de cas est représenté sur la figure 5 :

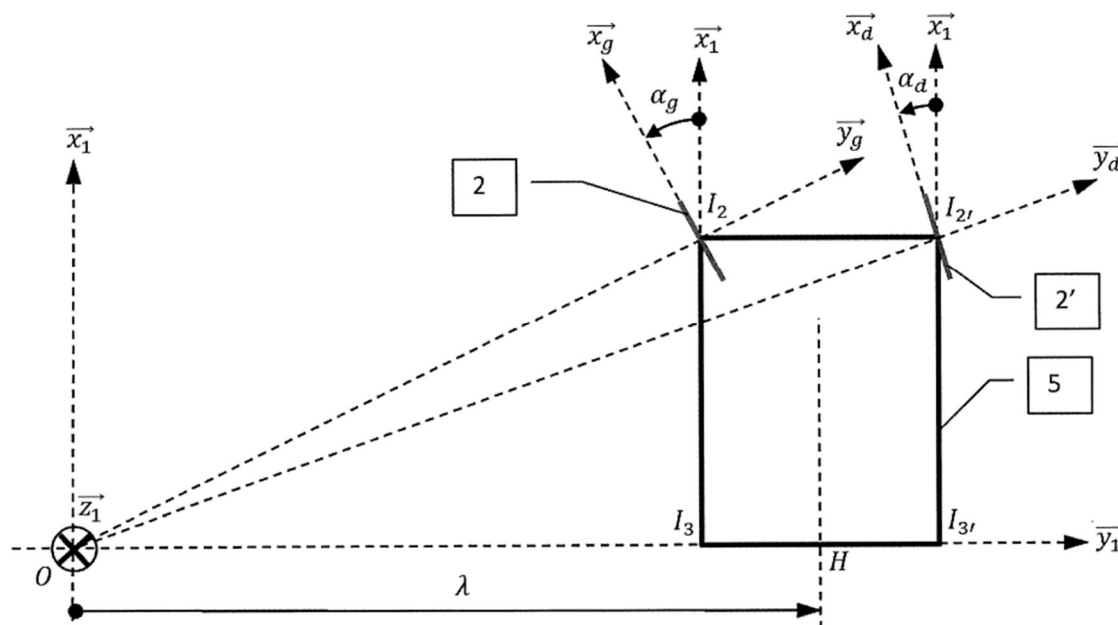


Figure 5 : Modèle mécanique « prise de virage »

On pose :

$\overrightarrow{I_2 I_{2'}} = d \cdot \overrightarrow{y_1}$	$\overrightarrow{OH} = \lambda \cdot \overrightarrow{y_1}$	$\overrightarrow{I_3 I_{2'}} = L \cdot \overrightarrow{x_1}$
$\overrightarrow{I_3 I_{3'}} = d \cdot \overrightarrow{y_1}$	$\overrightarrow{I_3 I_2} = L \cdot \overrightarrow{x_1}$	$\overrightarrow{HI_{3'}} = \frac{d}{2} \cdot \overrightarrow{y_1}$
$\overrightarrow{I_2 O_2} = \overrightarrow{I_{2'} O_{2'}} = -R \cdot \overrightarrow{z_1}$	$\overrightarrow{I_3 O_3} = \overrightarrow{I_{3'} O_{3'}} = -R \cdot \overrightarrow{z_1}$	$\overrightarrow{I_2 \vec{O}} = -l \cdot \overrightarrow{y_g}$ $\overrightarrow{I_{2'} \vec{O}} = -l' \cdot \overrightarrow{y_d}$

Avec $L = 1,85 \text{ m}$ et $d = 1,23 \text{ m}$.

Q9. Les angles α_g et α_d sont-ils positifs ou négatifs dans le cas d'un virage à gauche ?

Q10. Déterminer alors $\tan(\alpha_g)$, et $\tan(\alpha_d)$ en fonction de d , L et λ .

Q11. En déduire les valeurs numériques des angles α_g et α_d (en degrés) pour assurer un rayon de braquage $\lambda = 7,5 \text{ m}$.

III. Validation de l'exigence 1.3.2

Objectif : Réaliser le modèle de la commande en position des roues afin de valider les performances de précision, rapidité et stabilité.

L'asservissement en position des ensembles roue gauche et roue droite est modélisé par le schéma blocs de la figure 6 :

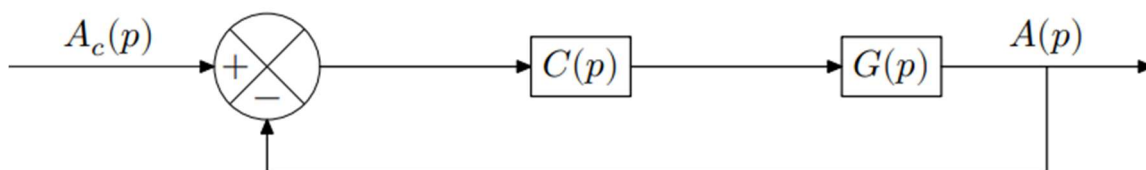


Figure 6 : Schéma blocs de la commande en position des ensembles roues.

$A_c(p)$: consigne de position image de la position angulaire du volant ;

$C(p)$: correcteur de la commande en position programmé dans le calculateur du véhicule ;

$G(p)$: fonction de transfert modélisant la chaîne de puissance associée au moteur à courant continu assurant le mouvement de la colonne de direction : $G(p) = \frac{K_\alpha}{p \cdot (1 + \tau \cdot p)}$ avec $K_\alpha = 2,2 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$ et $\tau = 0,015 \text{ s}$.

Le cahier des charges associé à la commande en position des ensembles roues est donné figure 7 :

Performance	Critère	Niveau
Précision	Erreur statique pour une consigne en échelon	Nulle
Rapidité	Temps de réponse à 5%	< 0,4 s
Stabilité	Dépassements	Aucun

Figure 7 : CDC commande en position des ensembles roues.

Il est décidé d'utiliser un correcteur à action proportionnelle $C(p) = K_p$.

L'objectif est de déterminer le paramètre K_p afin d'assurer les performances attendues spécifiées dans le cahier des charges figure 7.

Q12. Montrer que la fonction de transfert $H(p) = \frac{A(p)}{A_c(p)}$ peut se mettre sous la forme $H(p) = \frac{K}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0}p + \frac{1}{\omega_0^2}p^2}$ où K , ξ et ω_0 sont trois constantes à exprimer en fonction de K_p , K_α , et τ . Préciser les unités de K , ξ et ω_0 .

Q13. En calculant l'erreur statique ε_s pour un échelon de consigne d'amplitude α_{c0} , montrer que la performance de précision de la commande en position est satisfaite quelle que soit la valeur de K_p .

Un système d'ordre deux ne présente pas de dépassement si son amortissement est supérieur à 1 (propriété démontrée lors du cycle 5).

Q14. Calculer la valeur K_{pMAX} du correcteur afin de satisfaire l'exigence de stabilité du cahier des charges.

La figure 8 montre l'évolution du temps de réponse réduit $Tr_{5\%} \cdot \omega_0$ d'un système d'ordre deux en fonction de la valeur de son amortissement ξ .

Q15. Pour la valeur de K_{pMAX} calculée à la question précédente, calculer ω_0 et en déduire la valeur du temps de réponse à 5% de la commande en position des ensembles roues.

Conclure sur la satisfaction de l'exigence de rapidité du cahier des charges.

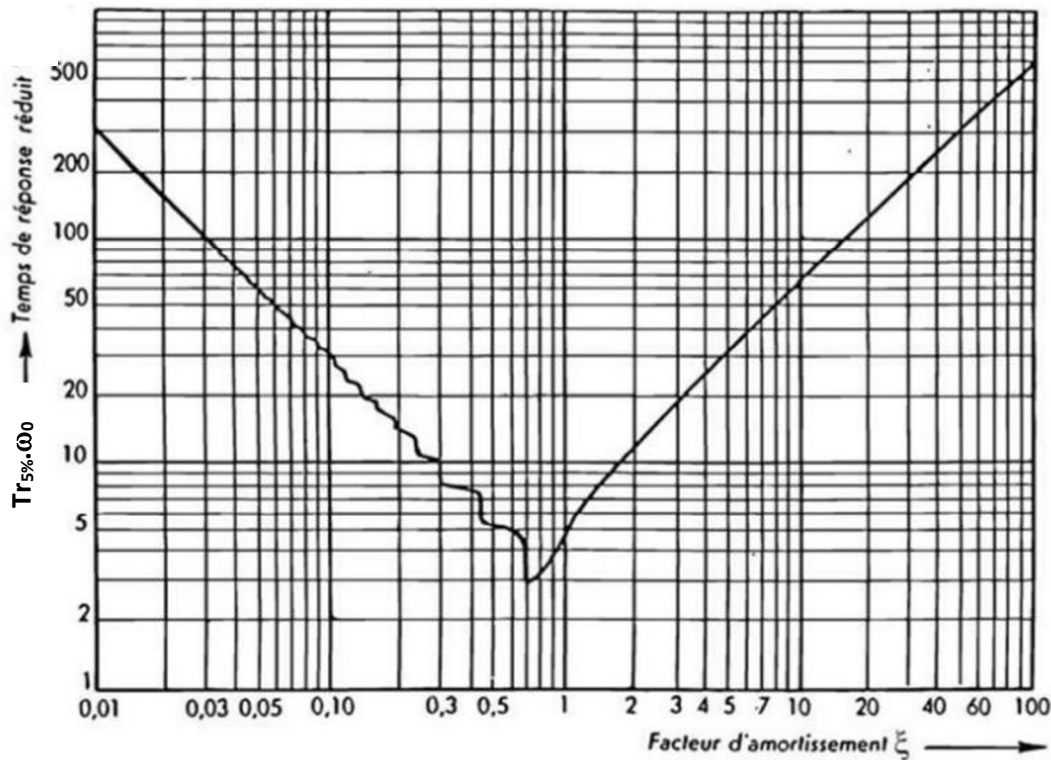


Figure 8 : Temps de réponse réduit pour un système du 2^{ème} ordre