

- Exprimer le vecteur vitesse d'un point M appartenant à un solide S dans son mouvement par rapport à $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ en fonction du vecteur position du point M .
- Relation de dérivation vectorielle : On peut déterminer la dérivée, par rapport au temps, d'un vecteur $\vec{U}$ dans un repère de référence $R_j(O, \vec{x}_j, \vec{y}_j, \vec{z}_j)$ et dont on connaît les coordonnées dans une base $(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$ par la relation ?
- Relation du champ des vecteurs vitesses d'un solide (changement de point) : Soient A et B , 2 points appartenant à un solide S . Exprimer la vitesse du point B appartenant à S dans son mouvement par rapport à $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ en fonction de celle du point A et de toute grandeur utile.

Exercice : Robot portique

Le support étudié est un robot de la marque Kuka (11.19) qui a la particularité d'être monté sur un portique. Il possède donc, par rapport aux robots classiques, un mouvement de translation supplémentaire.

L'objectif est d'étudier une partie de la cinématique du robot.

Une modélisation simplifiée de ce robot est donnée sur le graphe de liaisons figure 11.20. Dans cette modélisation, les deux dernières mobilités du robot (rotations entre (5) et (4) et entre (6) et (5)) sont supposées bloquées.

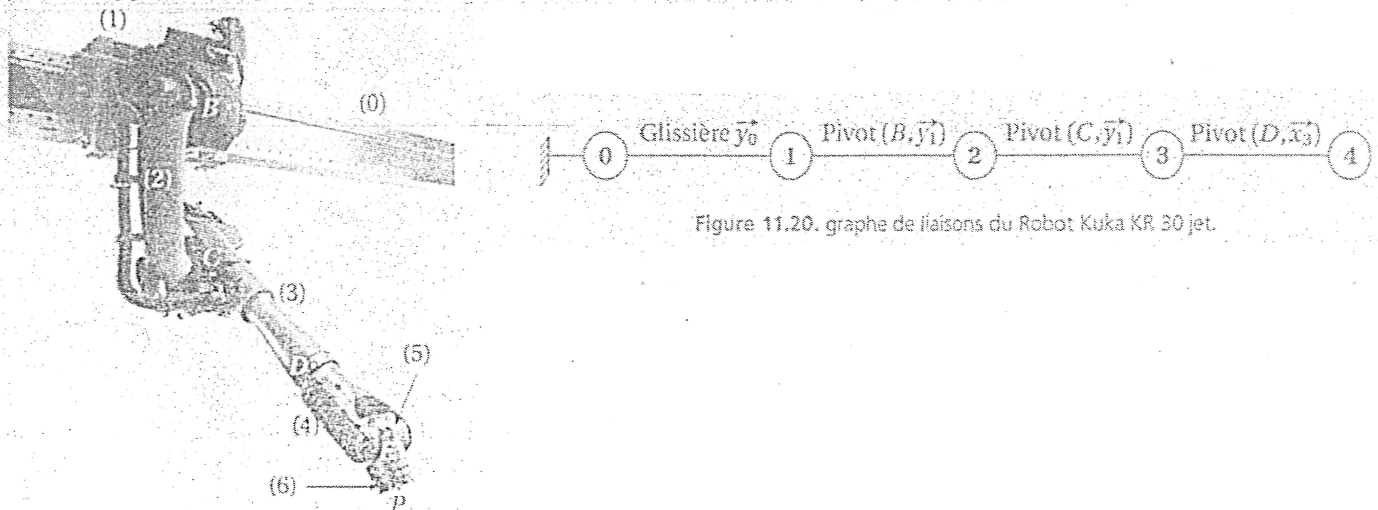


Figure 11.20. graphe de liaisons du Robot Kuka KR 30 jet.

Figure 11.19. Robot Kuka KR 30 jet.

Le robot est composé de quatre pièces :

- Le carter (0), auquel est associé le repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$
- La pièce (1), à laquelle est associé le repère $R_1(A, \vec{x}_1, \vec{y}_{0,1}, \vec{z}_1)$, est en translation rectiligne de direction $\vec{y}_0$ par rapport au solide (0) tel que $\vec{OA} = \mu \vec{y}_0$ et $\vec{AB} = a \vec{x}_1$.
- La pièce (2), à laquelle est associé le repère $R_2(B, \vec{x}_2, \vec{y}_{1,2}, \vec{z}_2)$, est en rotation autour de l'axe $(B, \vec{y}_{0,1})$ par rapport au solide (1) tel que $\alpha = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{z}_1, \vec{z}_2)$ et $\vec{BC} = b \vec{x}_2$.
- La pièce (3), à laquelle est associé le repère $R_3(C, \vec{x}_3, \vec{y}_{2,3}, \vec{z}_3)$, est en rotation autour de l'axe $(C, \vec{y}_{2,3})$ par rapport au solide (2) tel que $\beta = (\vec{x}_2, \vec{x}_3) = (\vec{z}_2, \vec{z}_3)$ et $\vec{CD} = c \vec{x}_3$.
- La pièce (4), à laquelle est associé le repère $R_4(D, \vec{x}_4, \vec{y}_{3,4}, \vec{z}_4)$, est en rotation autour de l'axe $(D, \vec{x}_3)$ par rapport au solide (3) tel que $\gamma = (\vec{y}_3, \vec{y}_4) = (\vec{z}_3, \vec{z}_4)$ et $\vec{DP} = d \vec{x}_3 + e \vec{y}_4$.

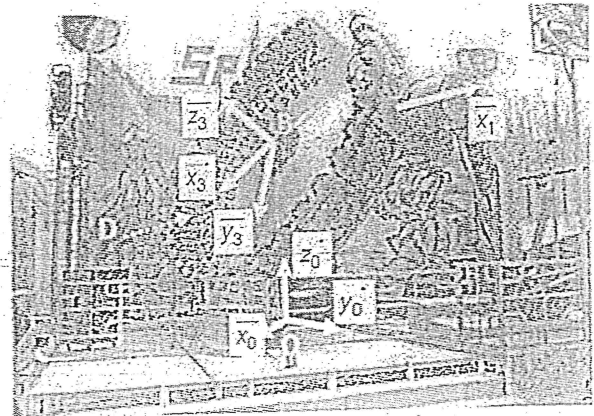
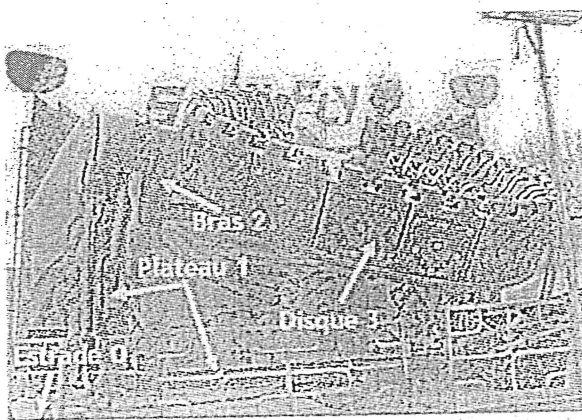
1) Dessiner les figures de changement de base (ou « de calcul ») relatives à ce paramétrage.

2) Donner les vecteurs vitesse angulaires $\vec{\Omega}_{1/0}$, $\vec{\Omega}_{2/1}$, $\vec{\Omega}_{3/2}$ et $\vec{\Omega}_{4/3}$.

3) Exprimer $\vec{V}_{B,4/0}$ par composition des mouvements et champ des vecteurs vitesse.

- Exprimer le vecteur vitesse d'un point M appartenant à un solide S dans son mouvement par rapport à $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ en fonction du vecteur position du point M .
- Relation de dérivation vectorielle. On peut déterminer la dérivée par rapport au temps, d'un vecteur $\vec{U}$, dans un repère de référence $R_i(O, \vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$ et dont on connaît les coordonnées dans une base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ par la relation ?
- Relation du champ des vecteurs vitesses d'un solide (changement de point). Soient A et B , 2 points appartenant à un solide S . Exprimer la vitesse du point B appartenant à S dans son mouvement par rapport à $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ en fonction de celle du point A et de toute grandeur utile.

Exercice : Manège Spin Fly



On s'intéresse au manège Spin Fly présent dans de nombreuses fêtes foraines.

Objectif : déterminer l'accélération subie par un client du manège dans le but de vérifier que la limite (sans inconfort pour l'homme) d'une valeur de $2g$ n'est pas dépassée.

Ce système est constitué de 4 solides :

- L'**estrade 0** (plancher), de repère associé $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, fixe par rapport à la terre tel que l'axe $(O, \vec{z}_0)$ soit dirigé suivant la verticale ascendante.
- Le **plateau 1**, de repère associé $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$, en mouvement de rotation d'axe $(O, \vec{z}_0)$ par rapport à l'estrade 0 tel que $\vec{z}_1 = \vec{z}_0$ et $(\vec{x}_0, \vec{x}_1) = \psi$.
- Le **bras 2**, de repère associé $R_2(B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$, en mouvement de rotation d'axe $(B, \vec{x}_1)$ par rapport au plateau 1 tel que $\vec{OB} = b \cdot \vec{z}_0$ (b constant), $\vec{x}_2 = \vec{x}_1$ et $(\vec{y}_1, \vec{y}_2) = \theta$.
- Le **disque 3**, de repère associé $R_3(B, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$, en mouvement de rotation d'axe $(B, \vec{z}_2)$ par rapport au bras 2 tel que $\vec{z}_3 = \vec{z}_2$ et $(\vec{x}_2, \vec{x}_3) = \Phi$.

La position du point D du disque 3 est défini par $\vec{BD} = c \cdot \vec{x}_3$ (avec c constant).

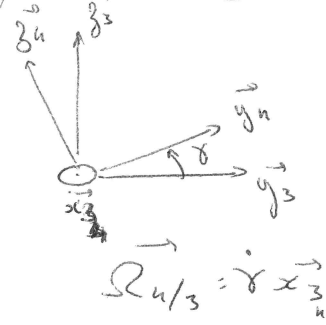
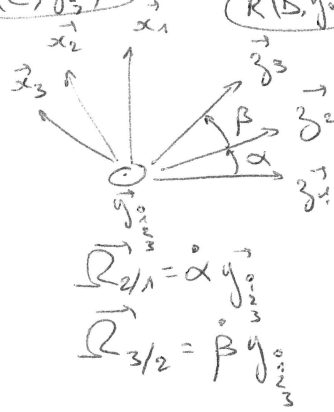
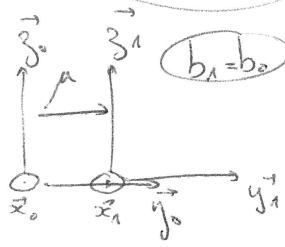
Question 1 : Réaliser les figures de changement de bases illustrant les 3 paramètres d'orientation.

Question 2 : En déduire sous chaque figure, le vecteur rotation traduisant la figure.

Question 3 : Exprimer $\vec{v}_{D/3/0}$ par composition des mouvements et champ des vecteurs vitesse.

Robot Portique

$$\vec{V}_{P,4/0} = \vec{V}_{P,4/3} + \vec{V}_{P,3/2} + \vec{V}_{P,2/1} + \vec{V}_{P,1/0} \rightarrow T(\vec{y}_0)$$



$$\textcircled{*} \vec{V}_{P,4/3} = \vec{V}_{P,4/3} + \vec{PD} \wedge \vec{Q}_{4/3} = -(d\vec{x}_3 + e\vec{y}_4) \wedge \dot{\gamma} \vec{x}_3 = e \dot{\gamma} \vec{z}_4$$

$$\textcircled{*} \vec{V}_{P,3/2} = \vec{V}_{P,3/2} + \vec{PC} \wedge \vec{Q}_{3/2} = -(d\vec{x}_3 + e\vec{y}_4 + c\vec{x}_3) \wedge \dot{\beta} \vec{y}_2 = \dot{\beta} [(d+c)\vec{z}_3 - e \sin \gamma \vec{x}_3]$$

$$\textcircled{*} \vec{V}_{P,2/1} = \vec{V}_{P,2/1} + \vec{PB} \wedge \vec{Q}_{2/1} = -((d+c)\vec{x}_3 + e\vec{y}_4 + b\vec{x}_2) \wedge \dot{\alpha} \vec{y}_1 = -\dot{\alpha} [(d+c)\vec{z}_3 - e \sin \gamma \vec{x}_3 + b\vec{z}_2]$$

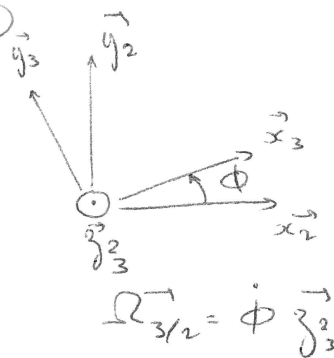
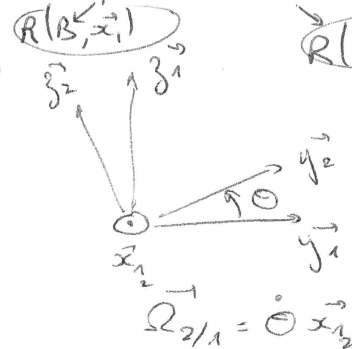
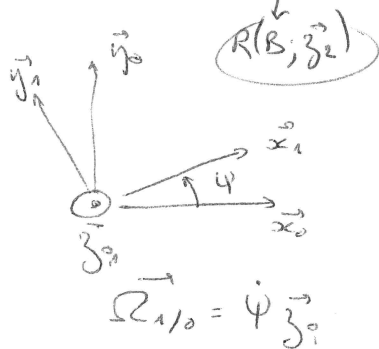
$$\textcircled{*} \vec{V}_{P,1/0} = \dot{\mu} \vec{y}_1$$

D'où

$$\boxed{\vec{V}_{P,4/0} = \dots}$$

SPIN FLY

$$\vec{V}_{D,3/0} = \vec{V}_{D,3/2} + \vec{V}_{D,2/1} + \vec{V}_{D,1/0}$$



$$(*) \quad \vec{V}_{D,3/2} = \vec{V}_{B,3/2} + \vec{DB} \wedge \vec{\Omega}_{3/2} = -c \vec{x}_3 \wedge \dot{\phi} \vec{z}_2 = c \dot{\phi} \vec{y}_3$$

$$(*) \quad \vec{V}_{D,2/1} = \vec{V}_{B,2/1} + \vec{DB} \wedge \vec{\Omega}_{2/1} = -c \vec{x}_3 \wedge \dot{\theta} \vec{x}_1 = c \dot{\theta} \sin \phi \vec{z}_3$$

$$(*) \quad \begin{aligned} \vec{V}_{D,1/0} &= \vec{V}_{B,1/0} + \vec{DO} \wedge \vec{\Omega}_{1/0} = (-c \vec{x}_3 - b \vec{z}_1) \wedge \dot{\psi} \vec{z}_0 \\ &= -c \vec{x}_3 \wedge \dot{\psi} \vec{z}_0 \\ &= -c (\cos \phi \vec{x}_2 + \sin \phi \vec{y}_2) \wedge \dot{\psi} \vec{z}_0 \\ &= -c \dot{\psi} (-\cos \phi \vec{y}_1 + \sin \phi \cos \theta \vec{x}_1) \end{aligned}$$

Don't $\boxed{\vec{V}_{D,3/0} = \dots}$