

Durée de l'épreuve : 1h30

Aucun document autorisé - Calculatrice interdite

La notation tiendra compte de la rigueur des raisonnements et de la qualité graphique de la composition.

Manège TECHNO POWER

Le **Techno Power** est un manège unique au monde, il se déplace sur **3 axes** et promet des sensations d'apesanteur intenses.

Ce manège peut accueillir 32 visiteurs dans huit baquets qui s'élèvent jusqu'à 20 mètres de hauteur.

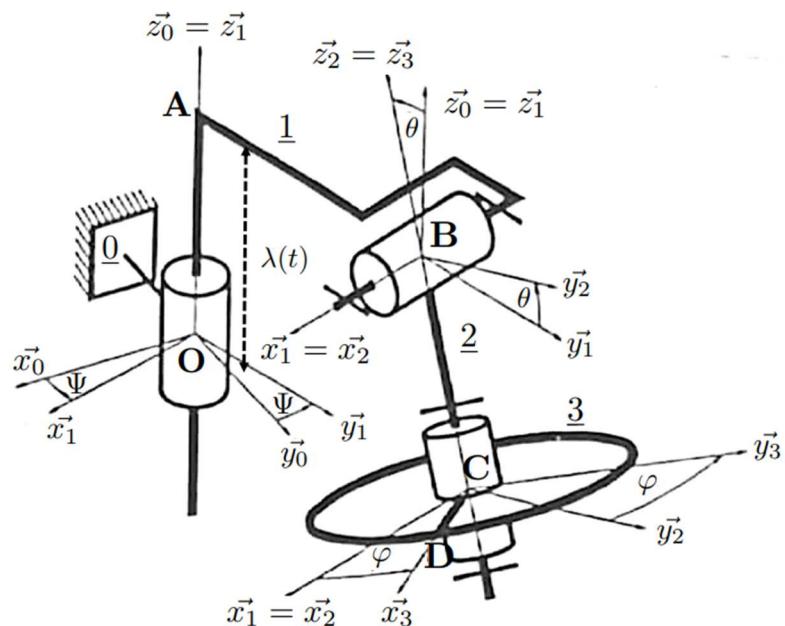
La construction du Techno Power a pris 3 ans, elle a été réalisée par les Suisses d'ABC Rides. Le manège pèse plus de 160 tonnes et promet entre 3 et 6 minutes de sensations fortes.



1. Etude cinématique du Techno Power

Afin de réaliser l'étude cinématique du Techno Power, on définit les 4 classes d'équivalence cinématique suivantes :

- **0** : le **châssis**, supposé fixe par rapport au sol,
- **1** : le **mât**, en liaison pivot glissant avec le châssis 0,
- **2** : le **bras**, en liaison pivot avec le mât 1,
- **3** : la **nacelle**, en liaison pivot avec le bras 2.



Paramétrage :

- On attache au châssis 0 le repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ supposé fixe par rapport au repère terrestre.
- On attache au mât 1 le repère $R_1(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ tel que $\overrightarrow{OA} = \lambda \cdot \vec{z}_1$

La liaison entre le mât 1 et le châssis 0 est modélisée par une liaison pivot glissant parfaite d'axe (O, \vec{z}_0) .
Le paramètre de rotation est noté $\psi = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$.

- On attache au bras 2 le repère $R_2(B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ tel que $\overrightarrow{AB} = a \cdot \vec{y}_1$

La liaison entre le bras 2 et le mât 1 est modélisée par une liaison pivot parfaite d'axe (B, \vec{x}_1) .
Le paramètre de rotation est noté $\theta = (\vec{y}_1, \vec{y}_2) = (\vec{z}_1, \vec{z}_2)$.

- On attache à la nacelle 3 le repère $R_3(C, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ tel que $\overrightarrow{BC} = -b \cdot \vec{z}_2$

La liaison entre la nacelle 3 et le bras 2 est modélisée par une liaison pivot parfaite d'axe (C, \vec{z}_2) .
Le paramètre de rotation est noté $\varphi = (\vec{x}_2, \vec{x}_3) = (\vec{y}_2, \vec{y}_3)$.

- Le point D modélise un passager installé dans la nacelle tel que $\overrightarrow{CD} = c \cdot \vec{x}_3$

Les résultats des vecteurs vitesse et accélération demandés devront être présentés sous forme factorisée en classant les vecteurs unitaires par indice croissant.

Exemple : $\vec{V}_{K,6/3} = (a + b)\dot{\theta} \cdot \vec{x}_1 + d\dot{\alpha} \cdot \vec{z}_1 - f\dot{\theta} \cdot \vec{x}_2 + (e + L)\dot{\theta} \cdot \vec{y}_3$

Q1. Proposer un graphe des liaisons du manège Techno Power.

Q2. Représenter les figures géométriques associées au paramétrage cinématique.

Q3. Déterminer, par calcul direct, l'expression de $\vec{V}_{D,3/0}$, vecteur vitesse du passager appartenant à la nacelle 3 par rapport au châssis 0.

Q4. Déterminer alors l'expression de $\vec{r}_{D,3/0}$, vecteur accélération du passager appartenant à la nacelle 3 par rapport au châssis 0 (on supposera $\dot{\psi}$ constant).

On souhaite retrouver le résultat du vecteur vitesse à l'aide de la composition des mouvements.

Q5. Exprimer les torseurs cinématiques de chacune des liaisons aux points où leurs expressions sont les plus simples.

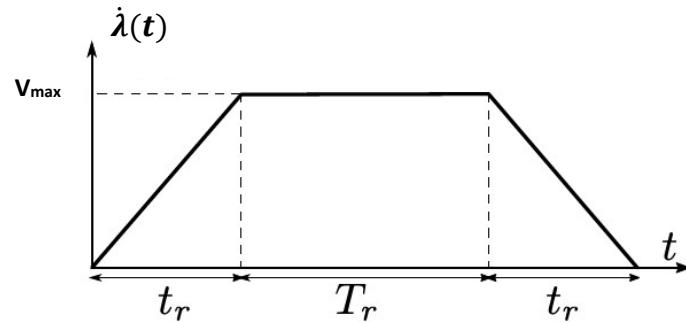
Q6. Exprimer, à l'aide de la composition des vitesses et du champ des vecteurs vitesse, $\vec{V}_{D,3/0}$, vecteur vitesse du passager appartenant à la nacelle 3 par rapport au châssis 0 et vérifier le résultat obtenu en Q3.

Q7. En déduire le torseur cinématique de la nacelle 3 par rapport au châssis 0 exprimé au point D.

2. Phase de mise en position du mât

Lors du démarrage du cycle du Techno Power, le mât doit passer de sa position initiale ($\lambda_0 = 6\text{m}$) à la position prévue ($\lambda_{\text{départ}}$) pour que le bras et la nacelle débutent leurs mouvements.

Durant cette phase de mise en position, le mât 1 translate à une vitesse non constante, suivant le profil de vitesse $\dot{\lambda}(t)$ en trapèze défini ci-dessous :



Loi de vitesse en phase de mise en position du mât

Sur ce profil de vitesse angulaire on distingue 3 phases :

- phase 1 : accélération uniforme d'une durée t_r ,
- phase 2 : vitesse constante d'une durée T_r ,
- phase 3 : décélération uniforme d'une durée t_r .

Les temps caractéristiques sont $t_r = 1\text{ s}$ (accélération/décélération uniformes) et $T_r = 5\text{ s}$ (vitesse constante).

La vitesse en phase de vitesse constante vaut $V_{\text{max}} = 1\text{ m.s}^{-1}$

Q8. En justifiant vos réponses tracer sur le document réponse le profil d'accélération $\ddot{\lambda}(t)$.

Calculer et reporter les valeurs remarquables sur les courbes.

NB : Pour tracer le profil d'accélération $\ddot{\lambda}(t)$, on dérivera la vitesse $\dot{\lambda}(t)$ sur chacune des 3 phases.

Q9. Tracer sur le document réponse l'allure du profil de déplacement $\lambda(t)$.

Q10. Calculer la hauteur $\lambda_{\text{départ}}$ du mât 1

NB : On remarquera que la distance parcourue durant la phase de mise en position est telle que :

$$\Delta\lambda = \int_{t=0}^{t=T_r+2t_r} \dot{\lambda}(t) \cdot dt.$$

Afin de calculer $\lambda_{\text{départ}}$, on fera le lien entre cette intégrale et son interprétation graphique (aire sous la courbe $\dot{\lambda}(t)$).

Document Réponse

NOM : _____

