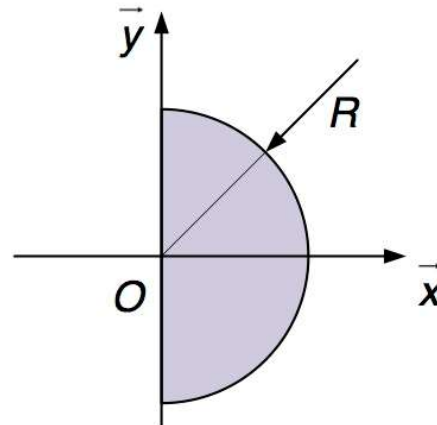
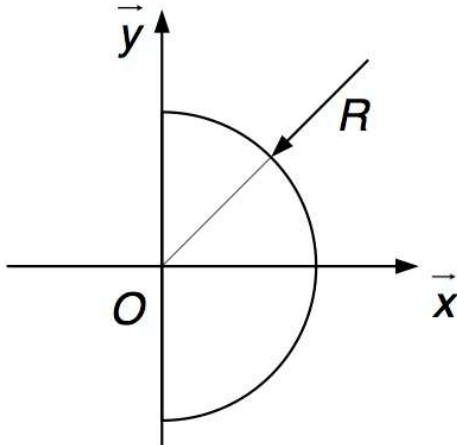


**EXERCICE 1 : Modélisation de l'action de pesanteur**



- Q1.** Déterminer en O le torseur des actions mécaniques exercées par la pesanteur sur le **demi-cercle** représenté sur la figure ci-dessus.
- Q2.** Déterminer en O le torseur des actions mécaniques exercées par la pesanteur sur le **demi-disque** représenté sur la figure ci-dessus.
- Q3.** Déterminer en O le torseur des actions mécaniques exercées par la pesanteur sur une **demi-boule**.

**ANNEXE :**

**Coordonnées cylindriques**  
Volume type : "cylindre"

Volume élémentaire:  $dv = r \cdot dr \cdot d\theta \cdot dz$  avec

$r \cdot \cos(\theta)$
$r \cdot \sin(\theta)$
$z_P$

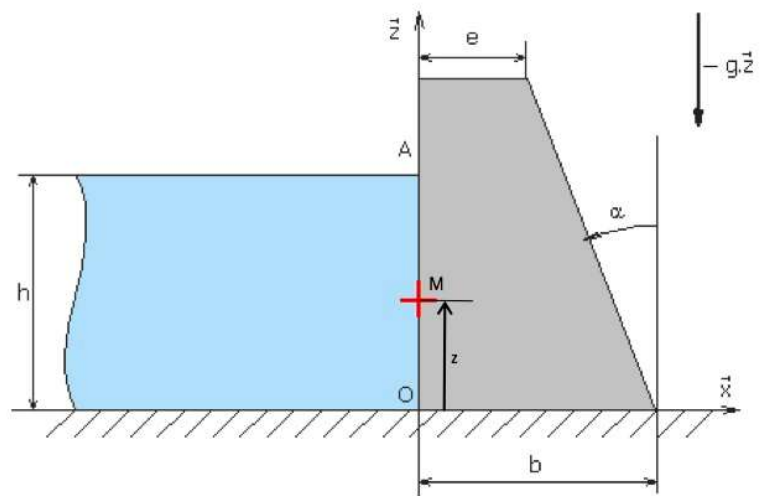
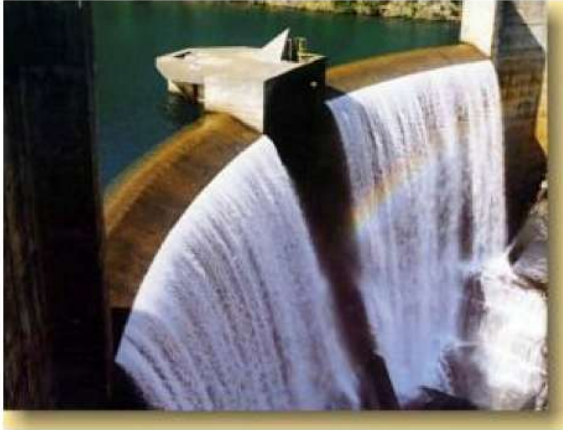
**Coordonnées sphériques**  
Volume type : "Sphère"

Volume élémentaire:  $dv = r^2 \cdot \sin(\varphi) \cdot dr \cdot d\theta \cdot d\varphi$

avec  $\vec{OP} = \begin{pmatrix} r \cdot \sin(\varphi) \cdot \cos(\theta) \\ r \cdot \sin(\varphi) \cdot \sin(\theta) \\ r \cdot \cos(\varphi) \end{pmatrix}$  et  $\vec{z}_G P = r \cdot \sin(\varphi) \cdot \vec{u}$

## EXERCICE 2 : Barrage pesant : modélisation de l'action de pesanteur

Considérons une portion de barrage dont la coupe transversale est représentée ci-dessous. Ce barrage est soumis à l'action de l'eau (pression hydrostatique), à l'action de la pesanteur et à l'action de la pression atmosphérique.



On s'intéresse à un élément de barrage de longueur unitaire (suivant la direction  $\vec{y}$ ), soumis à l'action de l'eau.

### **Hypothèses et données :**

La pression de l'eau n'est pas constante et dépend de la profondeur :  $p(z) = p_0 + \rho \cdot g \cdot (h - z)$ .

$p_0$  est la pression atmosphérique en Pa.

$\rho$  est la masse volumique de l'eau en  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .

$g$  est l'accélération gravitationnelle en  $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

### **TRAVAIL DEMANDÉ.**

- Q1)** Déterminer et exprimer le torseur représentant l'action mécanique élémentaire de l'eau sur le barrage en un point de contact M.
- Q2)** Déterminer le torseur de l'action mécanique de l'eau sur le barrage en O.
- Q3)** Déterminer la position du centre de poussée P où les actions mécaniques de l'eau sur le barrage sont réductibles à un glisseur.
- Q4)** Déterminer le torseur d'action des actions de gravitation sur le barrage en O.

### EXERCICE 3 : Guidage d'une vitre automobile : Modélisation des efforts de frottement

Les constructeurs automobiles sont sans cesse dans l'obligation d'innover pour rester attractifs vis-à-vis du client. Les ouvrants pilotés automobiles font partie des atouts différenciateurs. Le terme ouvrant désigne à la fois les lève-vitres électriques, les toits ouvrants, les toits escamotables, les coffres motorisés et les portes latérales coulissantes. Tous ces ouvrants sont une source d'attrait pour le client, de par leur praticité ou encore par leurs facteurs de différenciation importants.



Figure 1 – Différents types d'ouvrants du groupe PSA

On s'intéresse ici aux lève-vitres des portières.

Le guidage de la vitre est réalisé par un coulisseau en contact avec un rail parallélépipédique et par des coulisses en contact avec la vitre.

Les joints latéraux et intérieur sont également en contact avec la vitre (figure 6).

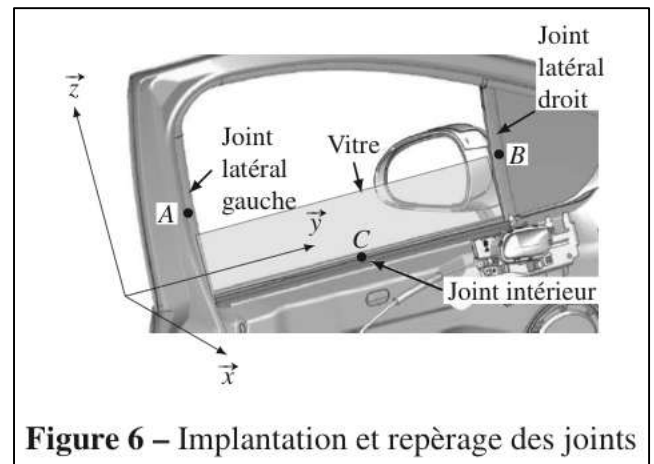


Figure 6 – Implantation et repérage des joints

#### Modélisation des efforts de frottement :

D'un point de vue des actions mécaniques, les joints jouent fortement sur le comportement de la motorisation de la vitre au cours du temps. C'est pourquoi il est important d'évaluer l'impact des frottements entre les joints et la vitre sur le comportement du système.

Les joints appliquent une action de part et d'autre de la vitre.

Le paramétrage est donné sur la figure 10 où seules les actions normales sont représentées. Le contact entre le joint inférieur et la vitre est permanent et se fait approximativement sur un segment de longueur

$L = 776 \text{ mm}$ .

Le contact entre les joints latéraux (gauche et droit) se fait progressivement au cours du déplacement de la vitre. La hauteur des deux joints, supposés identiques, est  $H = 450 \text{ mm}$ .

Le coefficient de frottement entre un joint et la vitre est pris égal à  $f = 0,5$ .

Les zones de contact sont supposées être linéiques et la densité linéique d'effort au contact entre un joint et la vitre est supposée constante égale à  $p = 25 \text{ N.m}^{-1}$ .

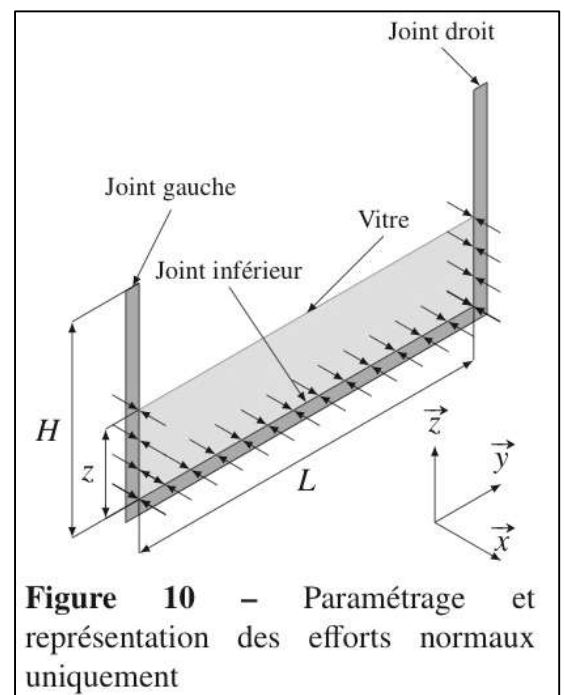


Figure 10 – Paramétrage et représentation des efforts normaux uniquement

### Action mécanique exercée par le joint inférieur sur la vitre :

- Q1.** À l'aide d'un schéma, représenter l'action mécanique élémentaire du joint inférieur sur la vitre.
- Q2.** Justifier que la résultante des actions mécaniques du joint inférieur sur la vitre est portée par  $\vec{z}$ .
- Q3.** Déterminer l'expression littérale de la résultante selon  $\vec{z}$  de l'action mécanique du joint inférieur sur la vitre au cours du déplacement de celle-ci en fonction de  $L$ ,  $f$  et  $p$ .  
Faire l'application numérique.

### Action mécanique exercée par les joints latéraux sur la vitre :

- Q4.** À l'aide d'un schéma, représenter l'action mécanique élémentaire d'un des deux joints latéraux sur la vitre.
- Q5.** Justifier que la résultante des actions mécaniques des joints latéraux sur la vitre est portée par  $\vec{z}$ .
- Q6.** Déterminer l'expression littérale de la résultante selon  $\vec{z}$  de l'action mécanique des joints latéraux sur la vitre en fonction de  $z(t)$ ,  $f$  et  $p$ .

On suppose que la vitesse de déplacement de la vitre est constante et que le temps du déplacement complet est de 4 s.

- Q7.** Déterminer l'expression de  $z(t)$  en fonction de  $H$ .
- Q8.** Représenter l'évolution au cours du temps de la résultante des efforts résistants selon  $\vec{z}$  de **l'ensemble des joints sur la vitre** (2 joints verticaux de hauteur  $H$  et un joint horizontal de longueur  $L$ ). Donner les valeurs numériques minimale et maximale de cet effort.

## Exercice 4 : Frein à disques d'une automobile : Modélisation du couple de freinage

Pour ralentir le véhicule, les forces de freinage s'ajoutent aux forces de frottement interne du mécanisme et aux forces de résistance de l'air.

L'énergie cinétique accumulée par la masse du véhicule mise en mouvement doit alors être dissipée en énergie thermique.

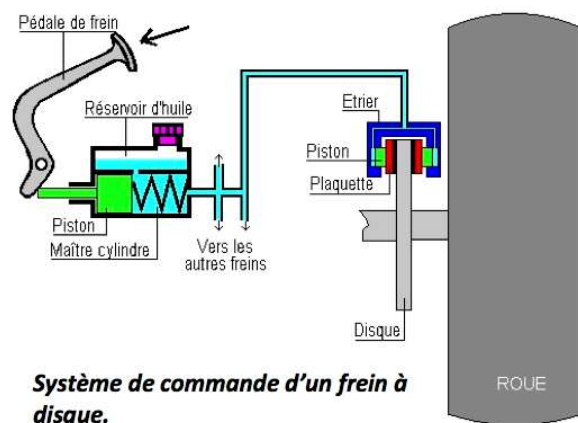
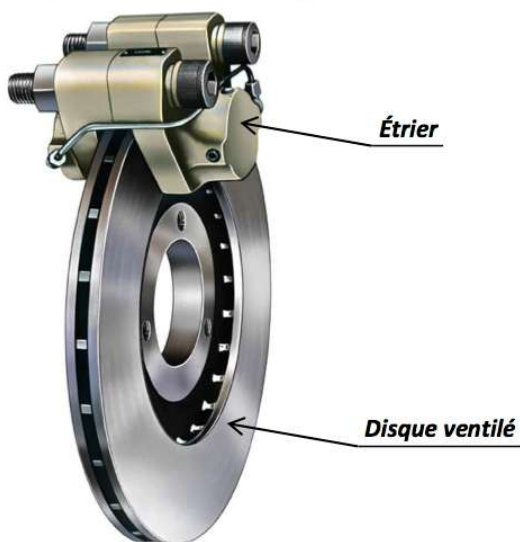
Cette transformation d'énergie se fait par mise en contact de surfaces de friction. La dissipation se produit par transfert thermique entre le disque de friction et l'air.

Selon la vitesse du véhicule, la masse à arrêter et la distance de freinage souhaitée, il faut agir sur l'effort presseur, la taille des disques de frein, la nature des matériaux.

Un frein à disque est un transformateur d'énergie mécanique en énergie calorifique. Il est constitué de trois parties principales :

- un **disque** (ou rotor), partie tournante ; son rôle est d'absorber et de dissiper l'énergie mécanique transformée en chaleur au cours du freinage ;
- un **ensemble étrier** (ou stator), partie NON tournante ; il peut être fixe ou avoir un mouvement de translation ou de rotation ;
- **des surfaces de frottement**, appelées également *patins* ou *organes de friction*, *garnitures* ou *plaquettes* ; elles sont planes et perpendiculaires à l'axe de rotation.

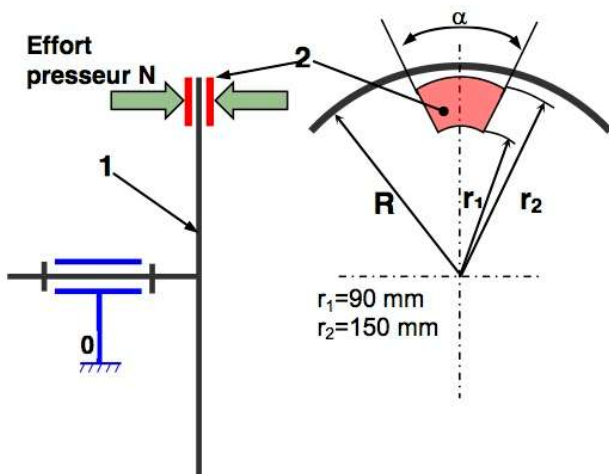
Pour faciliter les calculs la plaquette de frein est modélisée par un secteur circulaire de couronne supposée homogène d'épaisseur  $e$ . Le plan  $(O, \vec{x}, \vec{y})$  est le plan médian de la plaquette



### Hypothèses et Données :

- La répartition de pression ( $p$ ) est supposée uniforme.
- Facteur de frottement garniture / disque  $f = 0,35$ .

### Modélisation et paramétrage :



### TRAVAIL DEMANDÉ.

- Représenter une force élémentaire de la plaquette sur le disque appliquée en  $M$ .
- Déterminer le moment de cette force élémentaire en  $O$ .
- Déterminer alors la relation reliant l'effort presseur et le couple de frottement.

## Exercice 5 : Assemblage par frettage

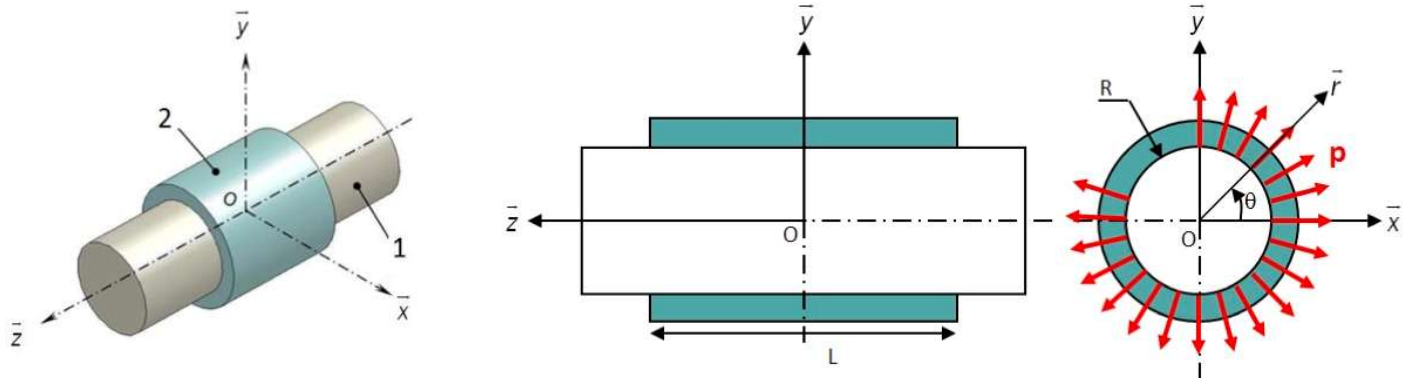
Le **frettage** consiste à encastrer deux pièces en utilisant le phénomène d'adhérence.

Avant l'assemblage réalisé à l'aide d'une presse, l'arbre 1 possède un diamètre très légèrement supérieur à celui de l'alésage (trou cylindrique) de la pièce 2 dans laquelle il vient se loger.

Après frettage, il subsiste donc une pression de contact  $p$  (supposée uniforme sur toute la surface de contact) entre les 2 pièces.

Les caractéristiques de cet assemblage par frettage sont données ci-dessous :

- Rayon de l'arbre 1 :  $R$
- Longueur du contact :  $L$
- Facteur de frottement entre les deux pièces :  $\mu$

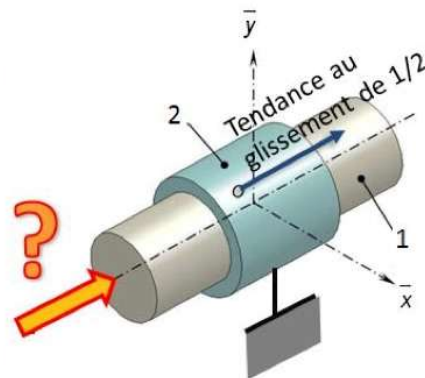


**Objectif : Déterminer l'effort axial maximal transmissible et le couple maximal transmissible d'une pièce à l'autre.**

### Effort axial maximal transmissible

L'effort axial maximal transmissible correspond à la valeur maximale de la composante axiale de la résultante de l'action mécanique qui peut être transmise d'une pièce à l'autre sans qu'elles se désolidarisent.

Pour simplifier notre étude, on considère la pièce 2 fixe et on cherche à déterminer la composante axiale de la résultante de l'action mécanique à appliquer à la pièce 1 pour atteindre le glissement de 1/2 suivant  $\vec{z}$ .



**Question 1 :** Représenter sur deux schémas plans ou un schéma en perspective, la force élémentaire de pression  $dN_{2 \rightarrow 1}(Q)$  et la force élémentaire de résistance au glissement  $dT_{2 \rightarrow 1}(Q)$  en un point  $Q$  de la surface de contact.

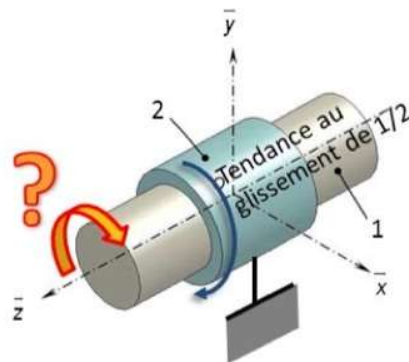
**Question 2 :** Donner l'expression de la force élémentaire  $dF_{2 \rightarrow 1}(Q)$ .

**Question 3 :** Déterminer, à la limite du glissement, l'effort axial maximal transmissible en fonction de  $p$  et des caractéristiques géométriques du frettage.

### Couple maximal transmissible

Le couple (ou moment) maximal transmissible correspond à la valeur maximale de la composante sur l'axe  $\vec{z}$  du moment résultant de l'action mécanique qui peut être transmise d'une pièce à l'autre sans qu'elles se désolidarisent.

Pour simplifier notre étude, on considère la pièce 2 fixe et on cherche à déterminer la composante sur l'axe  $\vec{z}$  du moment résultant de l'action mécanique à appliquer à la pièce 1 pour atteindre le glissement de 1/2 autour de  $\vec{z}$ .



**Question 4 :** Représenter sur deux schémas plans ou un schéma en perspective, la force élémentaire de pression  $dN_{2 \rightarrow 1}(Q)$  et la force élémentaire de résistance au glissement  $dT_{2 \rightarrow 1}(Q)$  en un point  $Q$  de la surface de contact.

**Question 5 :** Donner l'expression de la force élémentaire  $dF_{2 \rightarrow 1}(Q)$ .

**Question 6 :** Déterminer, à la limite du glissement, le couple maximal transmissible en fonction de  $p$  et des caractéristiques géométriques du frettage.