

# CAHIER RÉPONSE

Nom :	CORRIGÉ	Note :
Prénom :		
Observations :		

**Q1.** Les roues glissent sur la piste

$\Rightarrow T_i = f \cdot N_i$  (Modèle de Coulomb)  
avec  $N_i = \frac{\rho g}{22}$

$\Rightarrow \boxed{T_i = f \frac{\rho g}{22}}$

**Q2.** TRD.  $\vec{x}$  :  $-22 T_i + F_a \cdot \vec{x} = \rho a$

$\Rightarrow \boxed{a = \frac{1}{\rho} \left( -f \rho g - \frac{1}{2} \rho S C_x v^2 \right)}$

**Q5.**

	Sans inverseur		Avec inverseur	
	Distance d'arrêt	Validation	Distance d'arrêt	Validation
Piste sèche	800 m	<u>OK</u>	800 m	<u>OK</u>
Piste glacée	3700 m	<u>KO</u>	1200 m	<u>OK</u>

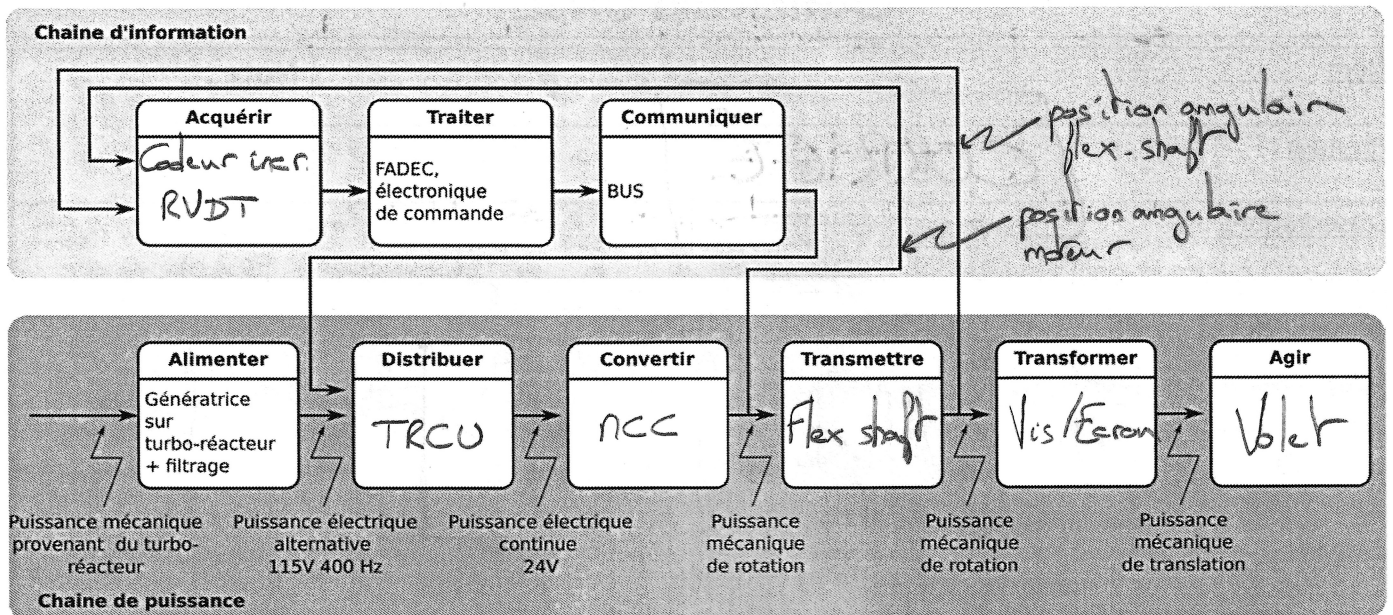
Calcul pour validation :  
Le CDE impose de laisser 1/3 de la piste vacante (id 1.5.1)  
Or la longueur de piste à CDE est de 2700 m  $\Rightarrow$  CDE impose distance d'arrêt 1800 m

**Q6.**

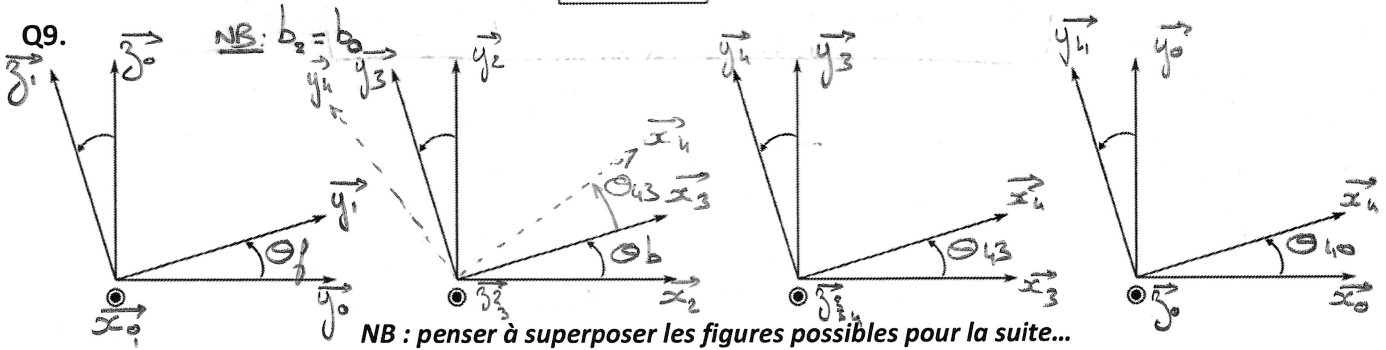
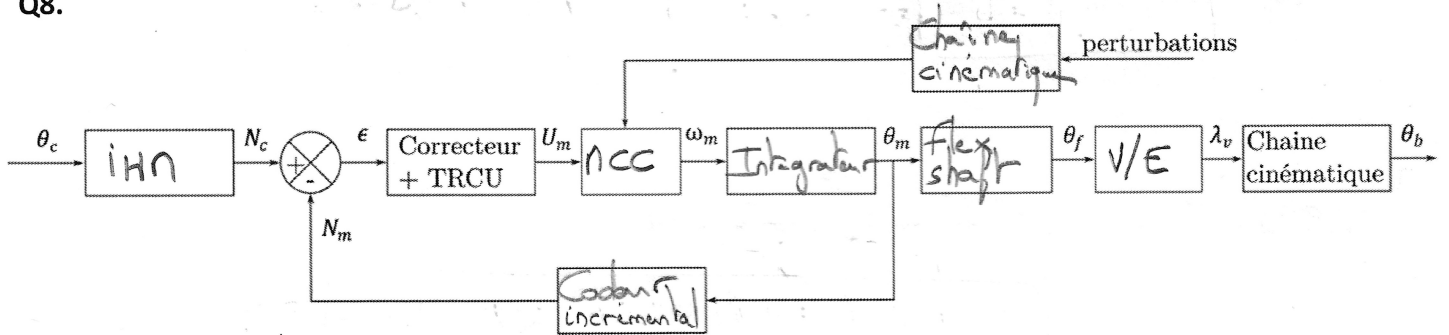
	Influence de l'inverseur de poussée
Piste sèche	0%
Piste glacée	~ 70%

Intérêt(s) : Pouvoir atterrir sur pistes courtes & les conditions météo  
 $\Rightarrow$  desservir le maximum d'aéroports

Q7.



Q8.



Q10. Fermeture géométrique :

$$\vec{O_1O_2} + \vec{O_2O_3} + \vec{O_3O_4} + \vec{O_4O_1} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \lambda \vec{x}_0 + L_3 \vec{x}_3 + L_4 \vec{y}_4 - L \vec{x}_0 - H \vec{y}_0 = \vec{0}$$

En projection sur :

- $\vec{x}_0$  :  $\lambda + L_3 \cos \theta_b - L_4 \sin(\theta_b + \theta_{43}) - L = 0$
- $\vec{y}_0$  :  $L_3 \sin \theta_b + L_4 \cos(\theta_b + \theta_{43}) - H = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} L_4 \sin(\theta_b + \theta_{43}) = \lambda + L_3 \cos \theta_b - L & (1) \\ L_4 \cos(\theta_b + \theta_{43}) = H - L_3 \sin \theta_b & (2) \end{cases}$$

$$(\lambda)^2 + (z)^2 \Rightarrow L_4^2 = (\lambda + L_3 \cos \theta_b - L)^2 + (H - L_3 \sin \theta_b)^2$$

D'où

$$\lambda = \sqrt{L_4^2 - (H - L_3 \sin \theta_b)^2} - L_3 \cos \theta_b + L$$

Q11. Course :

$$\theta_b \in [5^\circ; 85^\circ] \Rightarrow C \approx 550 \text{ mm} > 500 \text{ mm (id 1.2.2)}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\text{CDC OK}}}$$

Q13. Kcc :

$$K_{cc} = \omega \frac{V_{20}}{V_{20}} = \frac{\dot{\theta}_b}{\lambda} = \frac{d\theta_b}{d\lambda}$$

Graphiquement,  $K_{cc}$  correspond à l'inverse de la pente de la régression linéaire (fig 11(a)) ou à l'inverse de la valeur "stabilisée" de  $\frac{d\lambda}{d\theta_b}$  (fig 11(b))

$$\Rightarrow \underline{\underline{K_{cc} = 1/5,8}} \quad \text{NB: } \Delta \text{ aux unités } \cdot \text{ } ^\circ \cdot \text{mm}^{-1} \text{ ici}$$

Q14. Temps d'ouverture :

$$\omega_{\text{moteur}} = 2000 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1} \Rightarrow V_{20} = \text{pas} \cdot \omega_m = 16000 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$$

$\begin{matrix} \nearrow & \nwarrow \\ 8 \text{ mm/teur} & \text{tour/min} \end{matrix}$

Or le temps d'ouverture ( $t_0$ ) de la nacelle correspond à  $\lambda \leq 500 \text{ mm}$

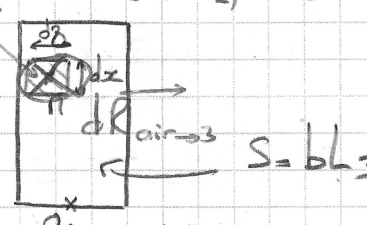
$$\text{D'où } t_0 = \frac{\lambda}{V_{20}} \Rightarrow t_0 = \frac{5}{160} \text{ min} = \frac{5 \times 60}{160} \Delta$$

$$\Rightarrow \boxed{t_0 \approx 2 \Delta} < 3 \Delta \text{ (id 1.1.1)}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\text{CDC OK}}}$$

Q15.  $\{T_{air \rightarrow 3}\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{R}_{air \rightarrow 3} \\ \vec{M}_{O_2, air \rightarrow 3} \end{matrix} \right\} (O_2)$  avec  $\begin{cases} \vec{R}_{air \rightarrow 3} = \int_S d\vec{R}_{air \rightarrow 3} \\ \vec{M}_{O_2, air \rightarrow 3} = \int_S \vec{O_2 \Pi} \wedge d\vec{R}_{air \rightarrow 3} \end{cases}$

Or  $d\vec{R}_{air \rightarrow 3} = -p_s \cdot dS \vec{y}_3$  avec  $dS = dx dz$



Donc  $\vec{R}_{air \rightarrow 3} = \int_S (-p_s dS \vec{y}_3) = -p_s \int_S dS \vec{y}_3 = -p_s S \vec{y}_3 = -p_s b L_3 \vec{y}_3$

Et  $\vec{M}_{O_2, air \rightarrow 3} = \int_S (x \vec{x}_3 + z \vec{z}_3) \wedge (-p_s dS \vec{y}_3) = -p_s \int_S (x \vec{z}_3 - z \vec{x}_3) dS$

$$= -p_s \int_{x=0}^{L_3} \int_{z=-b/2}^{b/2} (x \vec{z}_3 - z \vec{x}_3) dx dz$$

$$= -p_s \int_{x=0}^{L_3} x b \vec{z}_3 dx = -p_s \frac{b L_3^2}{2} \vec{z}_3$$

Enfinement

$$\{T_{air \rightarrow 3}\} = \left\{ \begin{matrix} -p_s b L_3 \vec{y}_3 \\ -p_s \frac{b L_3^2}{2} \vec{z}_3 \end{matrix} \right\} (O_2)$$

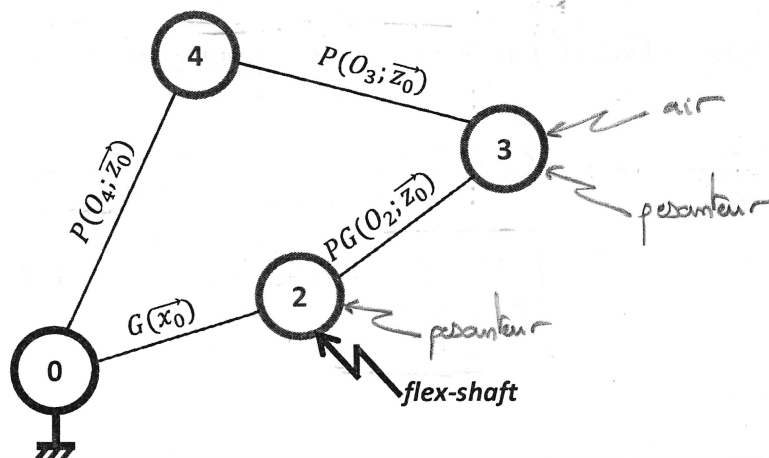
Q16.  $\vec{O_2 G_3}$  dans la base  $B_3$  :

Solide homogène  $\Rightarrow \vec{O_2 G_3} = \frac{L_3}{2} \vec{x}_3$

Q17.

$$|R_f = C_f \times \frac{2\pi}{pas}$$

Q18.



Q19. Expression de  $C_f$  :

— : mot. plan  $(\vec{x}_0, \vec{y}_0)$

stratégie

Etape 0: 4 est soumise à 2 glisseurs  $\left\{ \begin{matrix} T_{0 \rightarrow 4} \\ T_{3 \rightarrow 4} \end{matrix} \right\} = \begin{matrix} \begin{pmatrix} X_{04} & L_{04} \\ Y_{04} & F_{04} \\ Z_{04} & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} X_{34} & L_{34} \\ Y_{34} & F_{34} \\ Z_{34} & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$  et  $\left\{ \begin{matrix} T_{0 \rightarrow 3} \\ T_{3 \rightarrow 2} \end{matrix} \right\} = \begin{matrix} \begin{pmatrix} X_{03} & L_{03} \\ Y_{03} & F_{03} \\ Z_{03} & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} X_{23} & L_{23} \\ Y_{23} & F_{23} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$   
 Donc à l'équilibre,  $R_{0 \rightarrow 4} = -R_{3 \rightarrow 4} = F_{04} \vec{y}_4$  ← car  $(0_{30})$  colinéaire à  $\vec{y}_4$

Etape 1: on isole {3} → TRS en  $O_2 \cdot \vec{z}_0 \Rightarrow F_{04} = f(\text{pes, air})$

Etape 2: on isole {2+3} → TRS  $\cdot \vec{x}_0 \Rightarrow R_f = g(F_{04}; \text{pes}; \text{air})$

Résolution:

Etape 1: On isole {3}

BANE:  $\left\{ \begin{matrix} T_{4 \rightarrow 3} \\ T_{0 \rightarrow 3} \end{matrix} \right\} = \begin{matrix} \begin{pmatrix} F_{04} \vec{y}_4 \\ \vec{0} \end{pmatrix}_{O_3} \\ \begin{pmatrix} F_{air} \vec{y}_3 \\ \frac{L_3}{2} F_{air} \vec{z}_3 \end{pmatrix}_{O_2} \end{matrix}$ ;  $\left\{ \begin{matrix} T_{pes \rightarrow 3} \\ T_{0 \rightarrow 3} \end{matrix} \right\} = \begin{matrix} \begin{pmatrix} -\rho_3 g \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{pmatrix}_{G_3} \\ \begin{pmatrix} X_{23} & L_{23} \\ Y_{23} & F_{23} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{O_2}$

TRS en  $O_2 \cdot \vec{z}_0$ :

$$\left[ \vec{0}_{23} \wedge F_{04} \vec{y}_4 + \frac{L_3}{2} F_{air} \vec{z}_3 + \vec{0}_{23} \wedge (-\rho_3 g \vec{y}_0) \right] \cdot \vec{z}_0 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[ L_3 \vec{x}_3 \wedge F_{04} \vec{y}_4 + \frac{L_3}{2} F_{air} \vec{z}_3 + \frac{L_3}{2} \vec{x}_3 \wedge (-\rho_3 g \vec{y}_0) \right] \cdot \vec{z}_0 = 0 \quad \text{NB: } b_0 = b_2$$

$$\Leftrightarrow F_{04} L_3 \cos \theta_{43} + \frac{L_3}{2} F_{air} - \frac{\rho_3 g L_3}{2} \cos \theta_b = 0$$

$$\Leftrightarrow F_{04} = \frac{1}{\cos \theta_{43}} \left( \frac{\rho_3 g}{2} \cos \theta_b - \frac{F_{air}}{2} \right)$$

Etape 2: On isole {2+3}

idem ci-dessus

BANE:  $\left\{ \begin{matrix} T_{4 \rightarrow 3} \\ T_{air \rightarrow 3} \\ T_{pes \rightarrow 3} \\ T_{pes \rightarrow 2} \end{matrix} \right\} = \begin{matrix} \begin{pmatrix} F_{04} \vec{y}_4 \\ \vec{0} \end{pmatrix}_{O_3} \\ \begin{pmatrix} F_{air} \vec{y}_3 \\ \frac{L_3}{2} F_{air} \vec{z}_3 \end{pmatrix}_{O_2} \\ \begin{pmatrix} -\rho_3 g \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{pmatrix}_{G_3} \\ \begin{pmatrix} 0 & L_{02} \\ Y_{02} & F_{02} \\ Z_{02} & N_{02} \end{pmatrix}_{O_2} \end{matrix}$

TRS  $\cdot \vec{x}_0$ :

$$\left( F_{04} \vec{y}_4 + F_{air} \vec{y}_3 - \rho_3 g \vec{y}_0 - \rho_2 g \vec{y}_0 + R_f \vec{x}_0 \right) \cdot \vec{x}_0 = 0$$

$$-F_{04} \sin(\theta_b + \theta_{43}) - F_{air} \sin \theta_b + R_f = 0$$

D'où

$$R_f = F_{04} \sin(\theta_b + \theta_{43}) + F_{air} \sin \theta_b$$

Avec l'expression de  $F_{04}$  déterminée à l'étape 1 et  $Q_f = R_f \frac{p_{04}}{2\pi}$ , on obtient :

$$Q_f = \frac{p_{04}}{2\pi} \left[ \frac{\sin(\theta_b + \theta_{43})}{2 \cos \theta_{43}} (N_3 g \cos \theta_b - F_{air}) + F_{air} \sin \theta_b \right]$$

Q20. Expressions de  $H_1(p)$ ,  $K_2(p)$ ,  $H_3(p)$  et  $K_4(p)$  :

$$H_1(p) = \frac{1}{R + Lp}$$

$$K_2(p) = K_m$$

$$H_3(p) = \frac{1}{J_m p}$$

$$K_4(p) = K_m$$

Q21. Expression de  $K_a$  afin que le système soit correctement asservi :

$$K_a = R_e$$

Q22. Expression de la FTBO :

On bloque la rotation du moteur  $\Rightarrow \Omega_m(p) = 0 \Rightarrow E(p) = U(p)$

$$FTBO(p) = C(p) H_1(p) R_e = \boxed{C(p) \frac{R_e}{R + Lp} = FTBO(p)}$$

Q23. Expression de  $\tau_i$  :

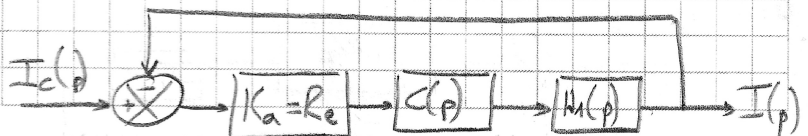
$$FTBO(p) = K_p \frac{1 + T_i p}{T_i p} \frac{R_e}{R + Lp} = \frac{K_p R_e}{R} \frac{1 + T_i p}{T_i p} \frac{1}{1 + L/R p}$$

Afin de compenser le pôle électrique, il faut :

$$T_i = L/R$$

Des lors

$$FTBO(p) = \frac{K_p R_e}{R T_i p}$$



Q24.

On a alors (Hm de Black) :  $\frac{I(p)}{I_c(p)} = \frac{FTBO(p)}{1 + FTBO(p)}$

D'où

$$\frac{I(p)}{I_c(p)} = \frac{K_p R_e}{R T_i p + K_p R_e}$$

CQFD

$$\Rightarrow \boxed{\frac{I(p)}{I_c(p)} = \frac{1}{1 + \frac{R T_i}{K_p R_e} p}} \quad (\text{forme canonique})$$

Q25. Expression de  $\tau_{5\%}$  et calcul de  $K_p$  :

La fonction de transfert est d'ordre 1  $\Rightarrow \tau_{5\%} = 3T$

$$\text{Soit } \tau_{5\%} = \frac{3RT_i}{K_p R_e} = \frac{3L}{K_p R_e} \quad \text{avec } T_i = \frac{L}{R}$$

Le cahier des charges impose  $\tau_{5\%} < 0,3 \cdot 10^{-3} \Delta$

$$\Leftrightarrow \frac{3L}{K_p R_e} < 0,3 \cdot 10^{-3}$$

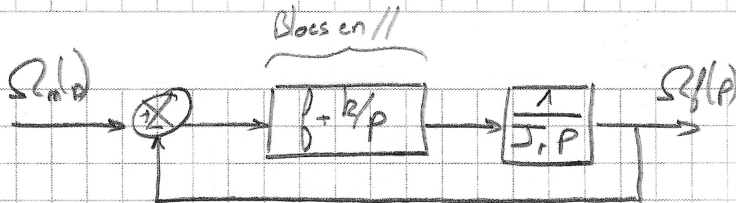
$$\text{Finalement } \boxed{K_p > 10} \quad \Leftrightarrow K_p > \frac{3L}{0,3 \cdot 10^{-3} R_e} = \frac{10^{-5}}{10^{-4} \times 10^{-2}} = 10$$

Q26.

Réponse indicielle caractéristique d'un 1<sup>er</sup> ordre (tangente oblique à l'origine et pas de dépassements)  $\Rightarrow$  modèle valide.

$$\begin{cases} E_s = 0 \\ \tau_{5\%} = 0,3 \text{ ms} \end{cases} \Rightarrow \underline{\underline{\text{CDC OK}}}$$

Q27.



$$\text{Thm de Black: } \frac{\Omega_b(p)}{\Omega_m(p)} = \frac{(b + k/p) \frac{1}{J_r p}}{1 + \frac{(b + k/p) \frac{1}{J_r p}}{1}} = \frac{b p + k}{J_r p^2 + b p + k}$$

Soit sous forme canonique :

$$\boxed{\frac{\Omega_b(p)}{\Omega_m(p)} = \frac{1 + \frac{b}{k} p}{1 + \frac{b}{k} p + \frac{J_r}{k} p^2}}$$

Q28.

FTBO de classe ?

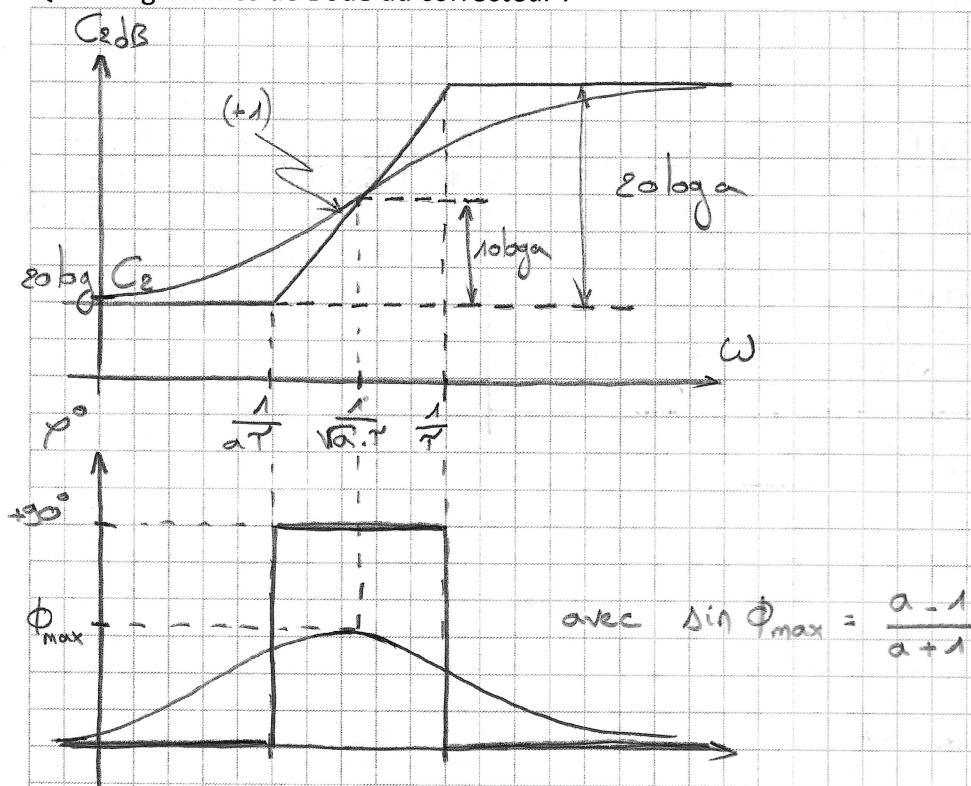
⇒ erreur en RP nulle pour une entrée rampe

$$\Rightarrow \boxed{\sum \text{traînage} = 0}$$

Q29.

Flex-shaft on ne peut plus précis pour une entrée rampe

Q30. Diagrammes de Bode du correcteur :



**Q31. Valeur de  $\phi_{max}$  :**

à  $\omega_{BP}$ , la phase du système non corrigé vaut  $-180^\circ$   
 Or le CDC impose  $NP = 45^\circ$ . Il faut donc  $\phi_{corrigé}(\omega_{BP}) = -135^\circ$

$$\Rightarrow \boxed{\phi_{max} = +45^\circ}$$

**Q32. Détermination de  $a$ ,  $\tau$  et  $C_2$  :**

D'après Q31, il faut donc  $\sin(\phi_{max}) = \sin(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Soit  $\frac{a-1}{a+1} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \boxed{a = \frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}}$  AN:  $a \approx 5$

Et "on place"  $\omega_{max}$  à  $\omega_{BP} \Leftrightarrow \frac{1}{\tau \cdot a} = \omega_{BP} \Leftrightarrow \tau = \frac{1}{a \cdot \omega_{BP}}$

D'où  $\boxed{\tau = \frac{2-\sqrt{2}}{(2+\sqrt{2})\omega_{BP}^2}}$

Détermination de  $C_2$ .

Le réglage de  $C_2$  doit assurer que  $\omega_{BP}$  soit la pulsation de coupure

Soit  $\boxed{20 \log C_2 + 10 \log a - 40 = 0}$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{gain dB du correcteur à } \omega_{max} = \omega_{BP} = \frac{1}{\tau \cdot a}}$ 
 $\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{gain dB de l'FTSO non corrigée à } \omega_{max} = \omega_{BP}}$

**Q33.**

Id	Cahier des charges	Valeur trouvée	Validation
1.1.1	ouverture $< 3 \Delta$	2,6 $\Delta$	<u>OK</u>
1.2.1	$\theta_b \in [5^\circ; 85^\circ]$	$\theta_b \in [5^\circ; 8^\circ]$	<u>OK</u>
1.2.2	$\lambda > 50 \text{ cm}$	55 cm	<u>OK</u>
1.4.1	$E_s = 0$ $\tau_{rs\%} < 0,3 \text{ ms}$	$E_s = 0$ $\tau_{rs\%} \approx 0,3 \text{ ms}$	<u>OK</u>
1.4.2	$NP \geq 45^\circ$ $\omega_{BP}$	$NP = 45^\circ$ et $\omega_{BP}$ avec $a, \tau, C_2$ $C_2 = 0,00115$	<u>OK</u>