

# TUNNELIER GRAND PARIS EXPRESS

d'après session 2023



Rendre uniquement le cahier réponses.  
Les calculatrices sont autorisées.

## Recommandations générales

L'épreuve se compose de parties indépendantes. Dans chaque partie, certaines sous-parties sont elles-mêmes indépendantes. Les candidats sont donc invités, d'une part, à lire attentivement l'énoncé avant de commencer à composer et d'autre part, à bien répartir leur temps de composition entre les différentes parties. Pour chaque partie, il est demandé aux candidats de rédiger dans l'ordre proposé par le sujet. Il est rappelé aux candidats qu'ils doivent impérativement utiliser les notations indiquées dans le texte ou sur les figures, et qu'ils doivent présenter les calculs clairement, dégager et encadrer les résultats relatifs à chaque question référencée dans le sujet. Tout résultat incorrectement exprimé ne sera pas pris en compte. Les candidats traceront tous les schémas ou chronogrammes qui leur permettront d'étayer leurs raisonnements.

## Notations pour l'ensemble du sujet

On adoptera pour l'ensemble du sujet le format de notation suivant :

- $\overrightarrow{OM}$  vecteur position du point M a pour composante  $(x_M, y_M, z_M)$  dans le repère  $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ .
- $\overrightarrow{V_{M,R2/R1}}$  vitesse du point M appartenant au solide repéré par R2 dans son mouvement par rapport au solide de référence repéré par R1.
- $\overrightarrow{\Omega_{R2/R1}}$  vecteur taux de rotation du solide repéré par R2 dans son mouvement par rapport au solide de référence repéré par R1.
- $\omega_{x,2/1}$  composante du vecteur taux de rotation du solide repéré par R2 dans son mouvement par rapport au solide de référence repéré par R1 selon la direction  $\vec{x}$ .
- $\{V_{R2/R1}\}_M = \begin{Bmatrix} \omega_{x,2/1} & v_{x,2/1} \\ \omega_{y,2/1} & v_{y,2/1} \\ \omega_{z,2/1} & v_{z,2/1} \end{Bmatrix}_b$  Torseur cinématique du solide repéré par R2 dans son mouvement par rapport au solide de référence repéré par R1 exprimé au point M dans la base b.
- $\overrightarrow{F_{S2 \rightarrow S1}}$  la force au point F exercée par le solide S2 sur le solide S1.
- $\overrightarrow{M_{O,S2 \rightarrow S1}}$  le moment en O de la force  $\overrightarrow{F_{S2 \rightarrow S1}}$ .
- $\{T_{S2 \rightarrow S1}\}_M = \begin{Bmatrix} X_{21} & L_{21} \\ Y_{21} & M_{21} \\ Z_{21} & N_{21} \end{Bmatrix}_b$  Torseur statique représentant les actions mécaniques du solide S2 agissant sur le solide S1 exprimé au point M dans la base b.

## PRESENTATION DU SYSTEME

La construction du lot 2 de la ligne 16 du Grand Paris Express avec ses 11,1 km de voies en tunnel, intègre la réalisation du génie civil de quatre gares (Aulnay, Sevran Beaudottes, Sevran – Livry et Clichy – Montfermeil), et de 11 ouvrages annexes.

Le tunnel emprunté par les métros sera en majeure partie réalisé par un tunnelier ce qui offre plusieurs atouts en milieu urbain dense : limitation des impacts pour les riverains (vibrations, bruit), emprises de travaux réduites en surface (limitées aux puits d'entrée et de sortie du tunnelier), maîtrise des risques associés au creusement et maintien de la stabilité du terrain.



Fig.1. Avancée du tunnelier en milieu urbain dense

### Les tunneliers

Mesurant plus de 100 mètres de long et 10 mètres de diamètre, le tunnelier a trois fonctions principales :

- Creuser le sol rocheux, sableux ou boueux ;
- Evacuer les déblais grâce à une vis sans fin, puis par un convoyeur à bande situé à l'intérieur du train suiveur qui les remonte à la surface ;
- Installer les parois du tunnel constituées de voussoirs préfabriqués en béton formant des anneaux et assurant la solidité et l'étanchéité.

La roue de coupe ou "tête d'abattage" (figure 2), installée à l'avant du bouclier du tunnelier est équipée de molettes de coupe et de pics en carbure de tungstène pour assurer l'excavation. Derrière elle, une cloison assure l'étanchéité et la protection de la chambre de forage.

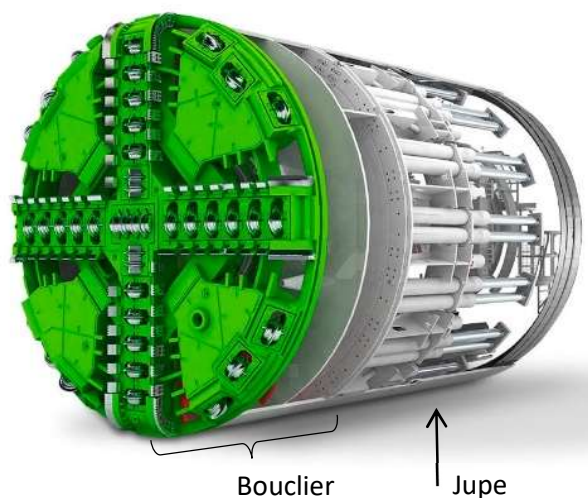


Fig.2. Tête d'abattage et bouclier du tunnelier

Le forage se fait dans des sols rocheux, meubles ou aquifère. Il est essentiel de maintenir une pression suffisante au niveau du front de taille pour éviter un brusque déplacement de matière ce qui aurait pour conséquence de créer un tassement de terrain en surface. Pour maintenir cette pression il existe deux grandes classes de tunneliers se distinguant par leur bouclier (parois extérieures du tunnelier) : les boucliers à front libre (ou ouvert) qui assurent l'excavation et le soutènement latéral du terrain et les boucliers à front pressurisé pour terrain meuble et aquifère qui assurent simultanément un soutènement latéral et frontal du terrain.

Le bouclier est prolongé par une jupe, peau de métal qui recouvre le système d'érection des voussoirs, pour le préserver des terres.

Au fur et à mesure de l'avancement du tunnelier, une vis sans fin (figure 3) permet d'évacuer les déblais. Plus la rotation de la vis est rapide, plus la quantité de déblais évacués est grande et moins la pression est grande.

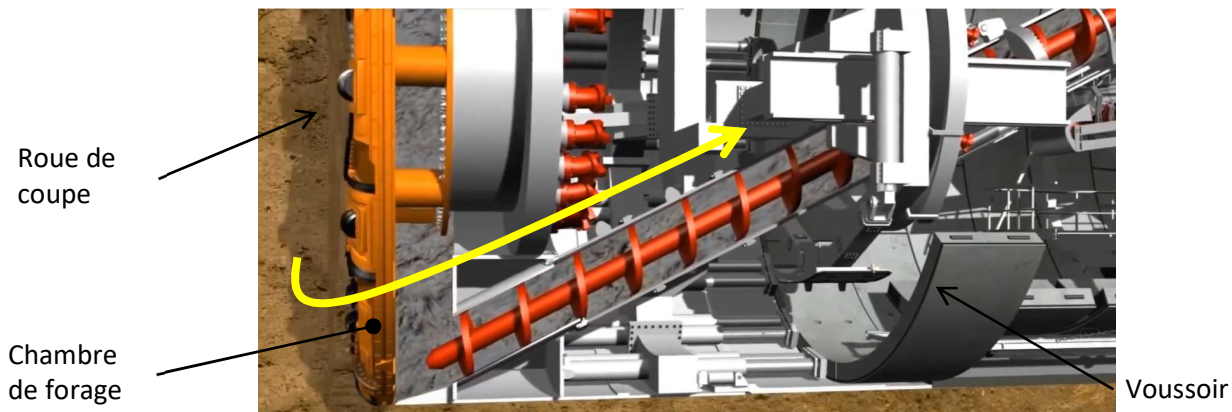


Fig.3 Vis sans fin d'évacuation des déblais.

L'espace vide créé par le creusement est comblé par la pose d'un anneau, composé de sept voussoirs, ce qui garantit un soutien permanent du tunnel. Les voussoirs sont amenés par des wagons (figure 4) circulant dans le berceau qui passe sous la cabine de pilotage.

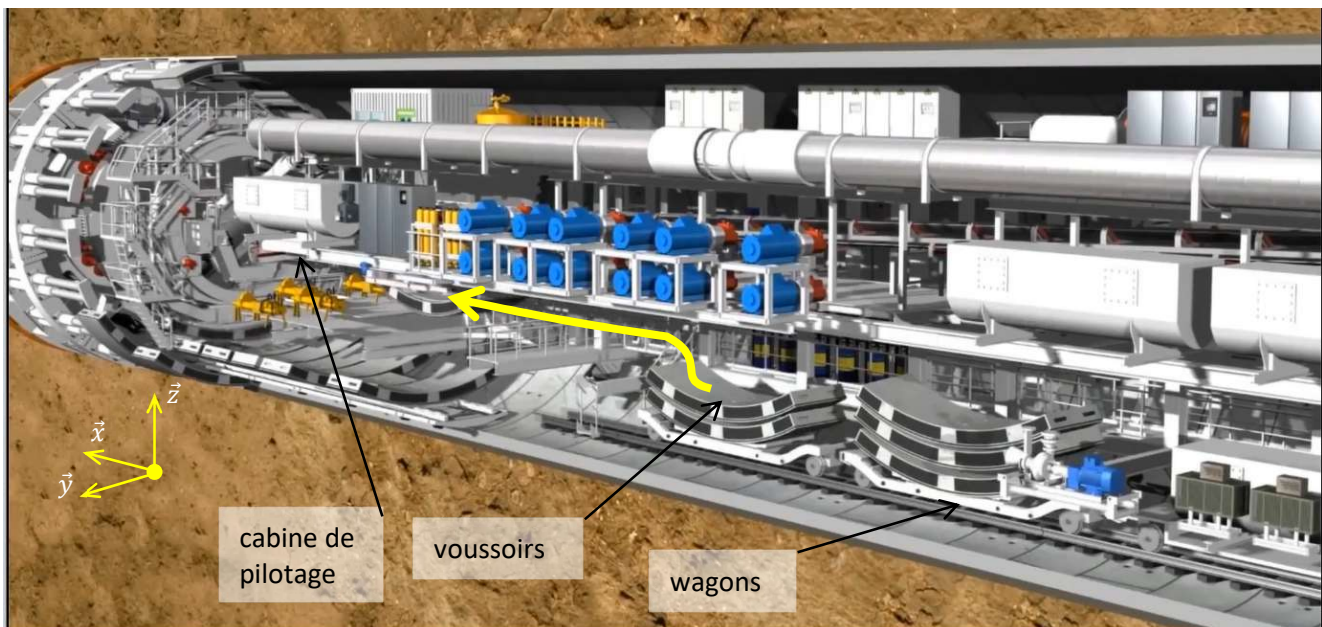


Fig.4 Amenée des voussoirs par wagons et transfert sur la table de convoyage.

Un préhenseur à palonnier permet de transférer les voussoirs des wagons d'amenée vers la table de convoyage en les faisant pivoter horizontalement d'un quart de tour.

Un érecteur, situé à l'arrière de la roue de coupe, est chargé de poser les voussoirs afin de former le nouveau revêtement du tunnel (figure 5). L'anneau est finalisé par l'installation du dernier voussoir appelé « clé de voûte ».

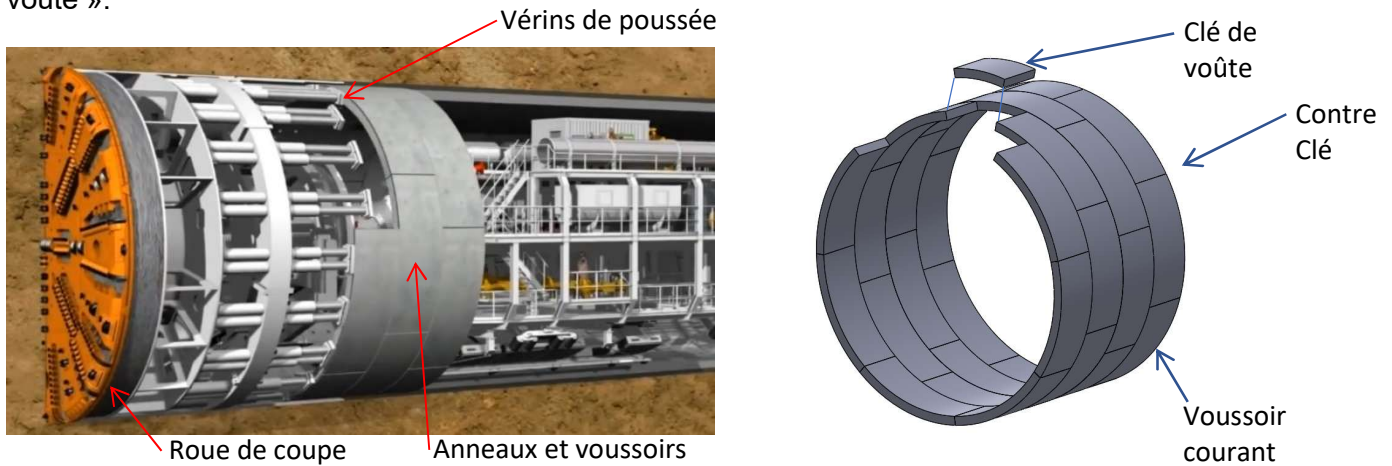


Fig.5 Pose des voussoirs pour former l'anneau.

Durant la pose des voussoirs, le creusement est arrêté. Le tunnelier reprend son avance dans le terrain grâce à la poussée sur des vérins s'appuyant sur le dernier anneau de voussoirs posé. Il se déplace suffisamment pour pouvoir dégager l'espace nécessaire à l'assemblage des nouveaux voussoirs. Ce système permet d'atteindre des cadences allant jusqu'à 18 mètres par jour.

### Les voussoirs

Les voussoirs (figure 6) sont des pièces de forme convexe, en béton armé, pesant jusqu'à huit tonnes et qui, accrochées les unes aux autres, forment un anneau. Les anneaux sont fixés ensemble pour constituer les parois du tunnel (figure 7). Sept voussoirs sont nécessaires pour former un anneau.

L'espace situé entre l'extérieur de l'anneau et la surface creusée du sol est continuellement rempli de béton projeté.



Fig. 6 Voussoirs préfabriqués et entreposés avant livraison

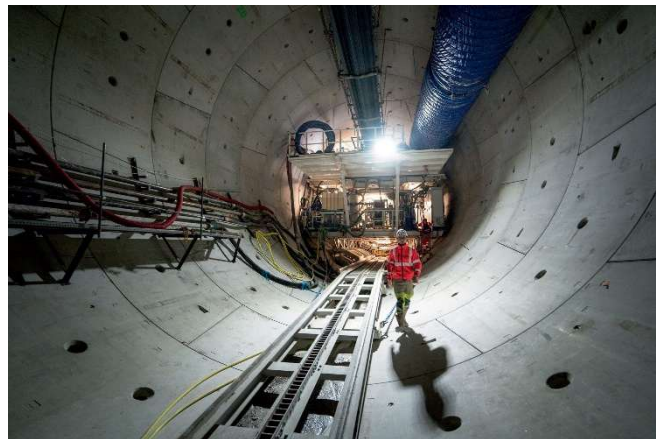


Fig. 7 Les anneaux constituant les parois d'un tunnel

Pour fabriquer les voussoirs (figure 10), on utilise du béton armé, c'est-à-dire du béton coulé autour de cages d'armatures métalliques massives (figure 8 et 9). A l'aide d'un moule, le béton est coulé puis lissé avant d'entrer dans une étuve à 50 degrés et 80 % d'humidité pendant 7 heures.



Fig. 8 Structure métallique de voussoirs



Fig. 9 Armature du voussoir dans le moule avant la coulée

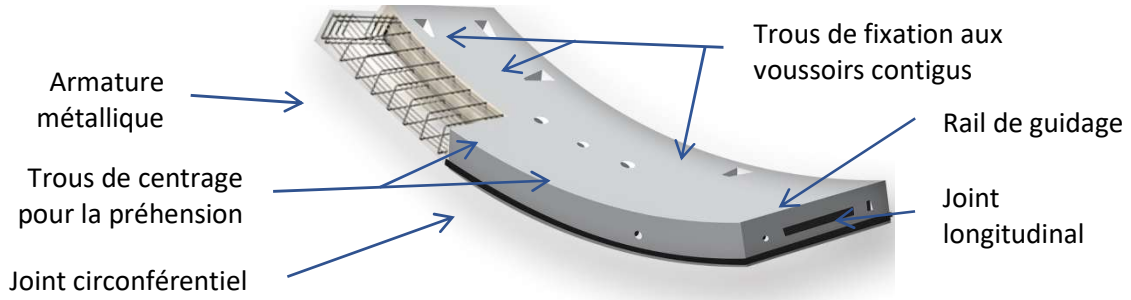


Fig. 10 Description d'un voussoir

**L'érecteur de voussoirs**

La pose des voussoirs à l'arrière du bouclier est assurée par un érecteur situé derrière la tête de forage à l'intérieur du tunnelier entre le bouclier et la jupe.

Les vérins de poussée situés à l'intérieur du bouclier (figure 11) rentrent leurs tiges pour laisser la place à la pose du voussoir.

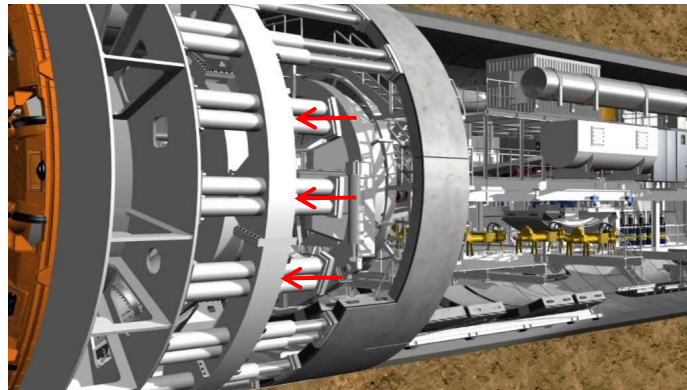


Fig.11 Retrait des tiges de vérins de poussée avant la pose d'un nouveau voussoir

L'érecteur (figure 12) est un manipulateur mécanique à commande hydraulique évoluant à 360° pour assurer la préhension, le positionnement (selon  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$ ) et la dépose unitaire des voussoirs.

Il se compose de quatre éléments principaux que sont : le châssis 0, le chariot longitudinal 1, l'anneau rotatif 2, et le chariot radial 3.

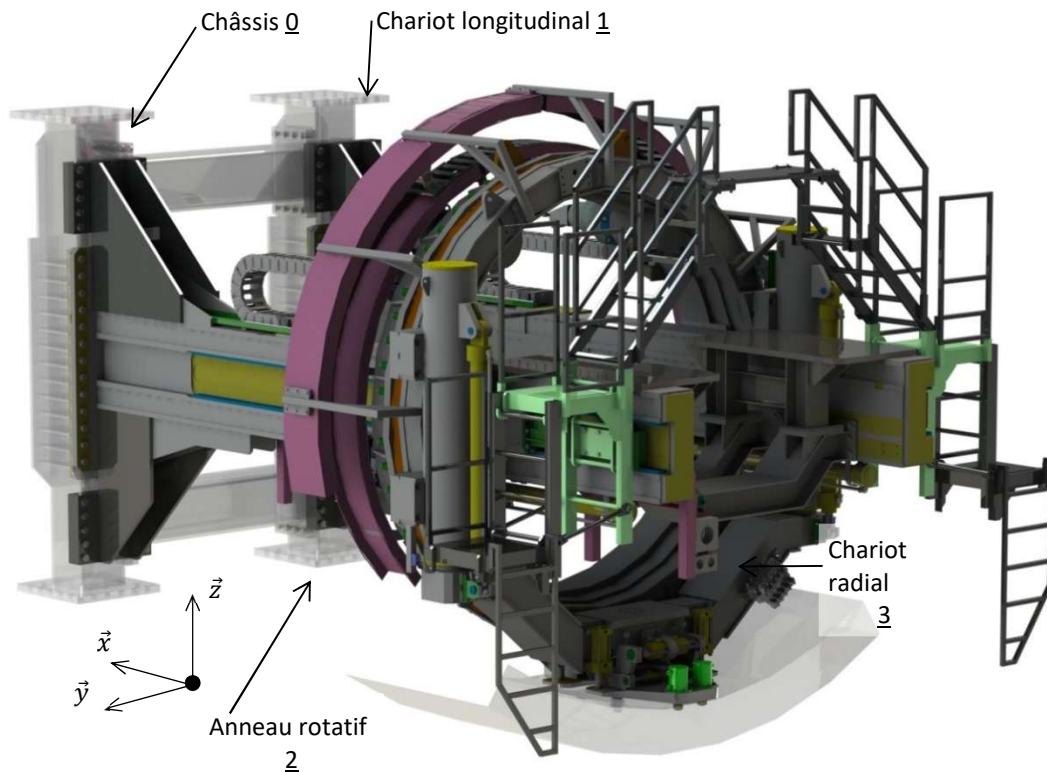


Fig.12 Erecteur de voussoir

A l'extrémité du chariot radial 3 se trouve le préhenseur (figure 13) qui permet la saisie du voussoir ainsi que le réglage fin de sa position grâce à quatre mouvements de faibles amplitudes.

L'excavation et le forage sont séquentiels. La mise en place des voussoirs dans l'anneau est réalisée lorsque le tunnelier est à l'arrêt. L'avance du bouclier reprend à la fin de la pose de l'anneau.

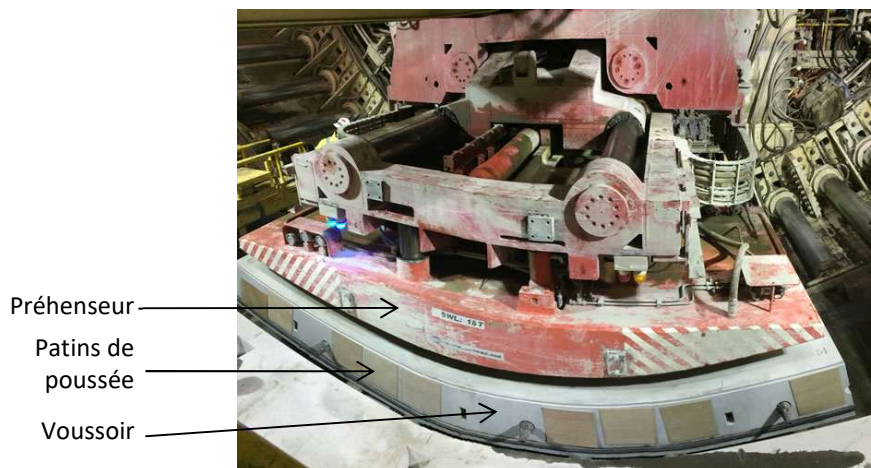


Fig.13 La table d'aspiration

## Description du cycle de pose

L'érecteur (figure 14) assure la mise en place des voussoirs à l'intérieur de la jupe du bouclier en suivant un cycle de pose.

Durant la manipulation des voussoirs par l'érecteur (figure 16), le châssis  $\underline{0}$  est fixe, le chariot longitudinal  $\underline{1}$  peut se déplacer en translation rectiligne selon  $\vec{x}$  par rapport au châssis  $\underline{0}$ , l'anneau rotatif  $\underline{2}$  peut se déplacer en rotation autour de l'axe  $\vec{x}$  par rapport au chariot longitudinal  $\underline{1}$ , et le chariot radial  $\underline{3}$  peut se déplacer en translation rectiligne selon un axe radial par rapport à l'anneau  $\underline{2}$ .

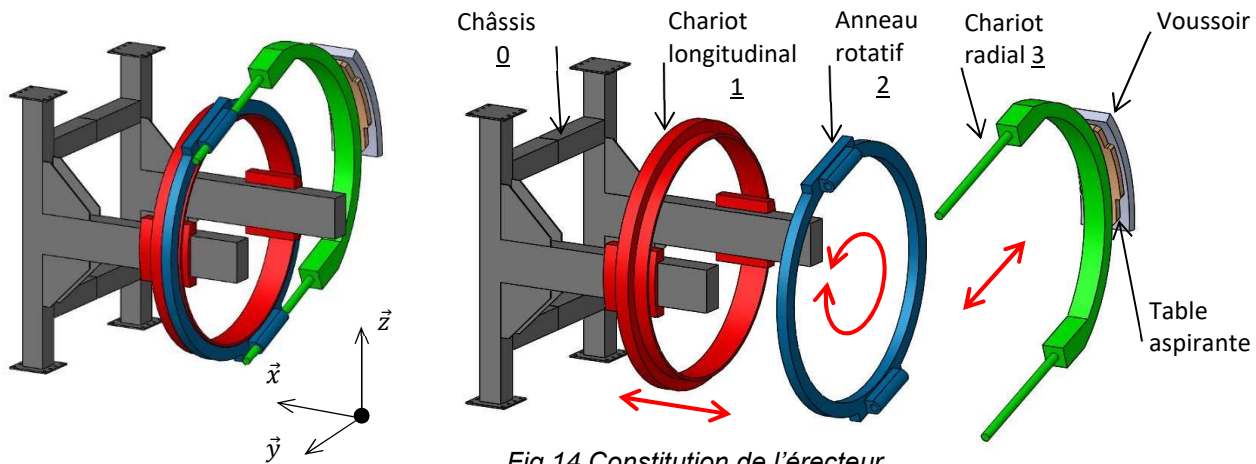


Fig.14 Constitution de l'érecteur

### Cycle de fonctionnement :

- sortie du chariot radial  $\underline{3}$  puis saisie du voussoir par la table aspirante ;
- rentrée de l'ensemble chariot radial  $\underline{3}$ , table aspirante, voussoir ;
- mouvements simultanés en vitesse rapide de translation du chariot longitudinal  $\underline{1}$  et de rotation de l'anneau rotatif  $\underline{2}$  ;
- sortie du chariot radial  $\underline{3}$  pour présentation du voussoir en face de l'emplacement choisi ;
- réglages fin de la position et de l'orientation du voussoir ;
- mise en charge des joints longitudinaux et circonférentiels (figure 15), par poussée du chariot longitudinal  $\underline{1}$  en appui contre l'anneau précédent et de l'anneau rotatif contre le voussoir contigu du même anneau ;
- vissage des connecteurs du voussoir sur l'anneau précédent ;
- relâchement des efforts de compression des joints ;
- retour des éléments mobiles de l'érecteur à leurs positions initiales.

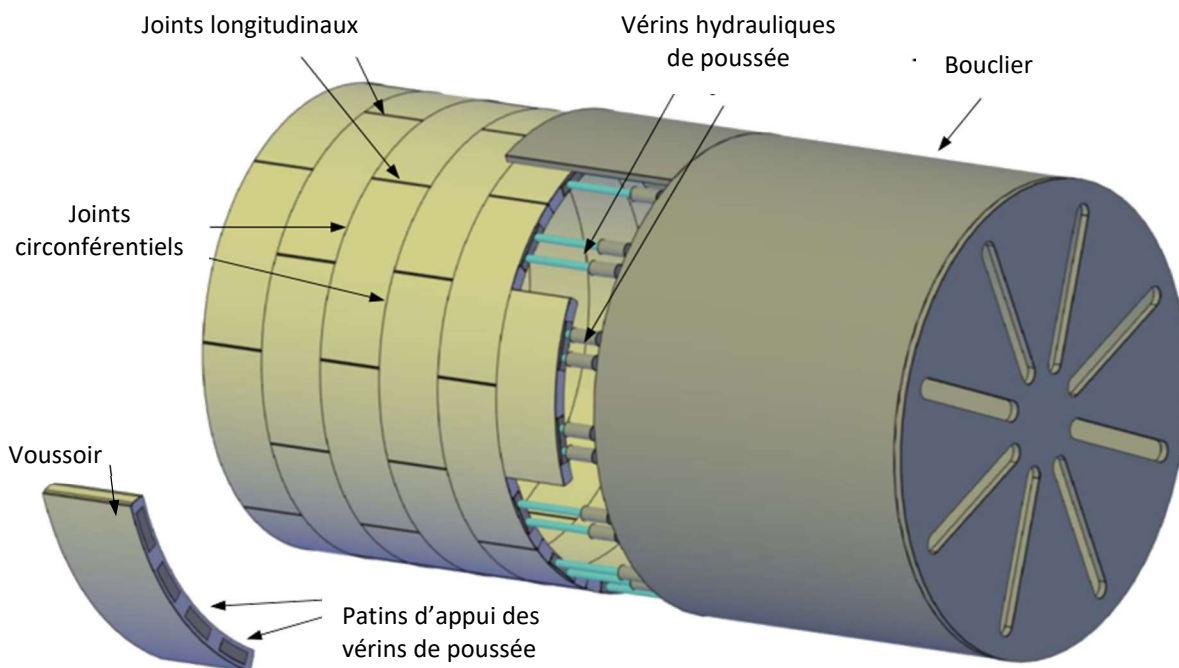


Fig.15 Mise en charge des joints

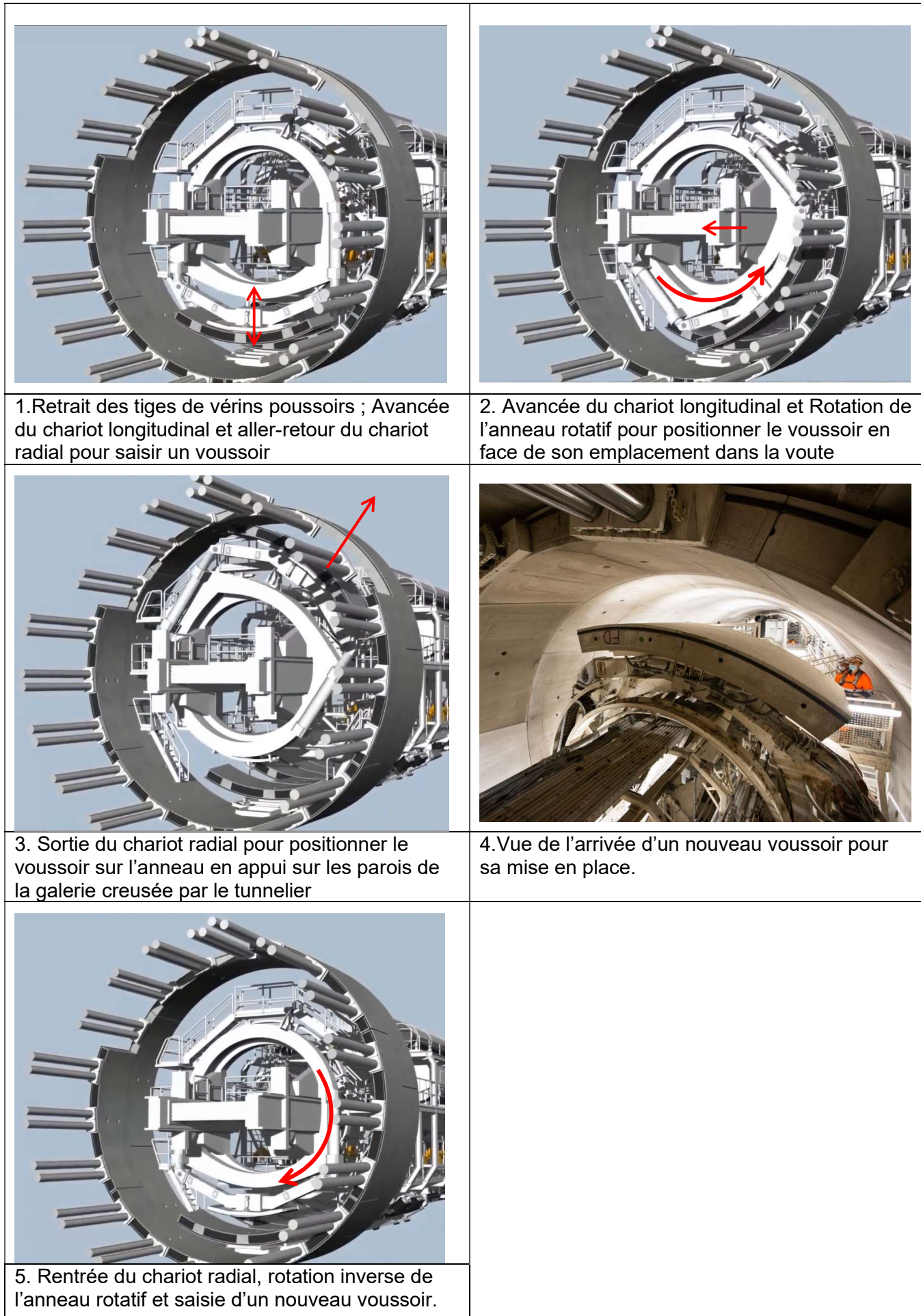


Fig.16 Cycle de mise en place d'un voussoir

## Le préhenseur de voussoir

Le préhenseur de voussoirs (figure 17) est situé à l'extrémité du chariot radial 3.



Fig. 17. Les formes concaves du préhenseur et du voussoir

La mise en position d'un voussoir sur le préhenseur (figure 18) se fait par le contact cylindrique de la table aspirante avec la face interne du voussoir au travers de 4 plots de contact.

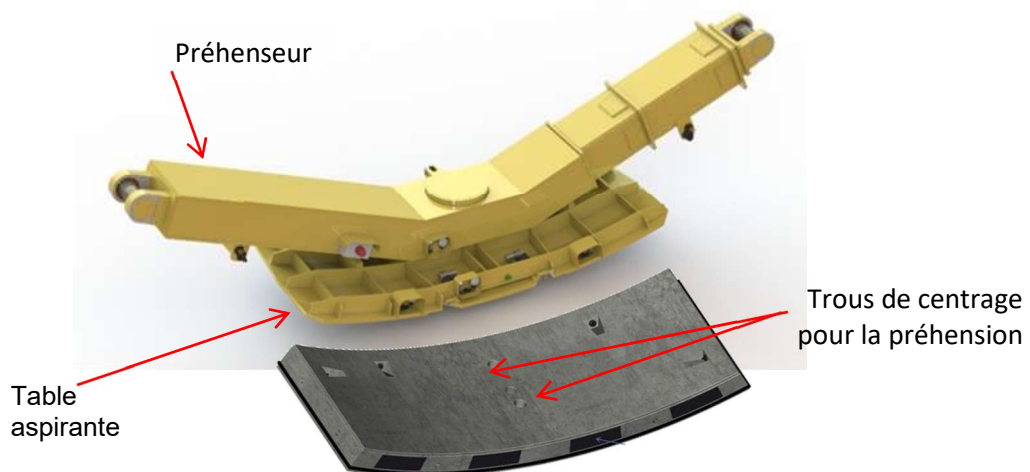


Fig. 18. Mise en position de la table aspirante et du voussoir

La mise en position est complétée par deux cônes de positionnement.

Les joints d'étanchéité synthétiques permettent de délimiter une chambre étanche constituée de ventouses, qui sont mises en dépression par une pompe à vide aspirante.

Chaque ventouse est pilotée par une électrovanne et contrôlée par un capteur de vide (vacuostats 4-20 mA).

**Partie 1 - Etude cinématique de l'érecteur**

**L'objectif de cette sous-partie est le suivant :**

- **Déterminer** les données cinématiques préalables à une étude des actions mécaniques du préhenseur sur le voussoir.

**Hypothèses générales :**

- L'étude a lieu lors du cycle de mise en place du voussoir tel qu'illustré par la figure 16.
- Le schéma cinématique de l'érecteur est fourni sur la figure 21.
- O est un point fixe par rapport au sol. Une base orthonormée directe  $B_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  lui est attachée. Le repère  $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  est supposé galiléen, il est associé au châssis 0.
- Le repère  $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  est associé au chariot 1 en translation par rapport au châssis 0.
- Le repère  $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  est associé à l'anneau 2 en rotation par rapport au chariot 1.
- Le repère  $R_3(O_v, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  est associé au chariot 3 en translation par rapport à l'anneau 2.
- Les solides sont indéformables.
- G est le centre de gravité du voussoir ; C le centre géométrique de la table aspirante.
- On pose  $\vec{OA} = x(t) \cdot \vec{x}_0$  ;  $\vec{AG} = \lambda(t) \cdot \vec{y}_3$  ;  $\theta(t) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2) = (\vec{z}_0, \vec{z}_2)$

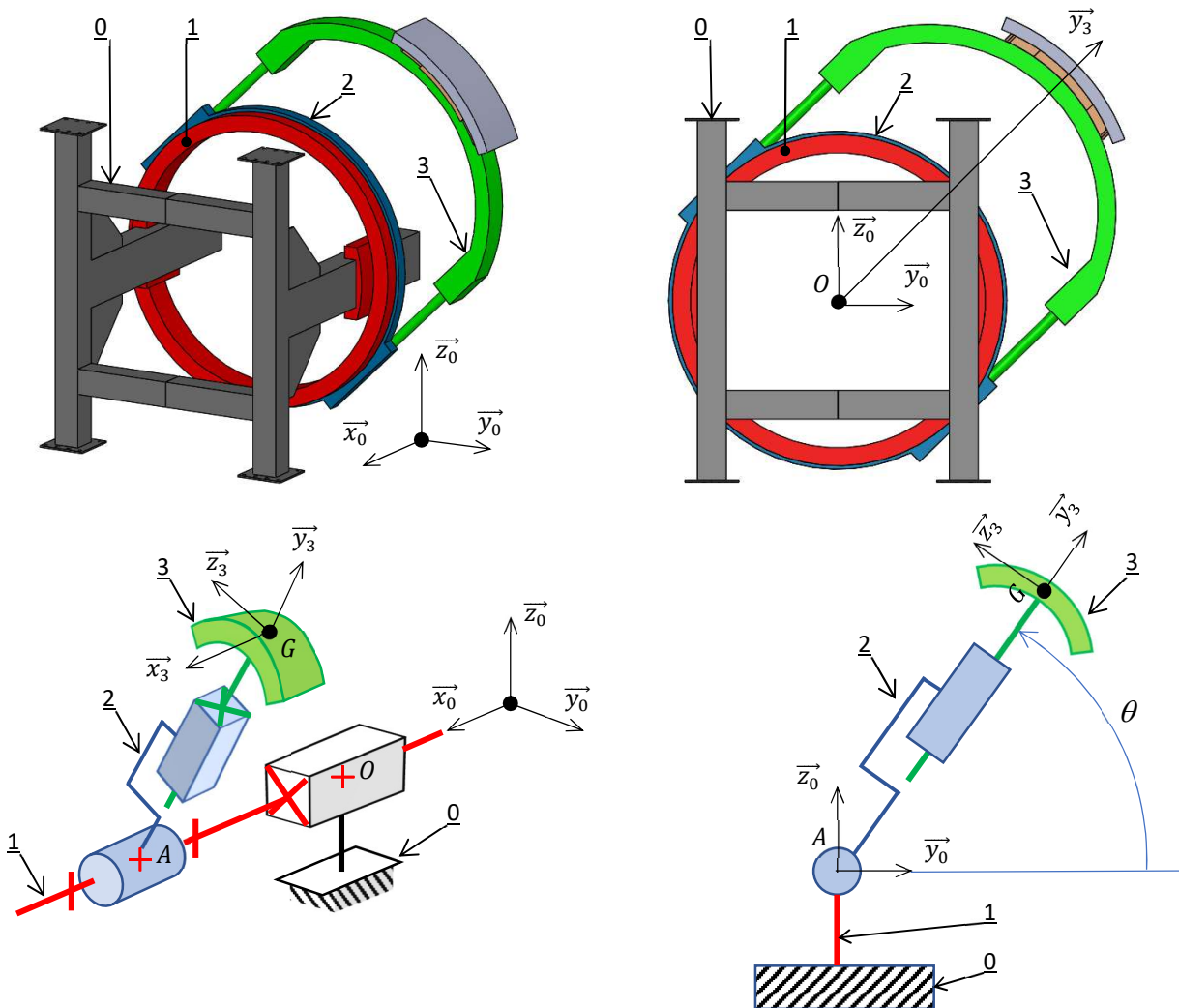


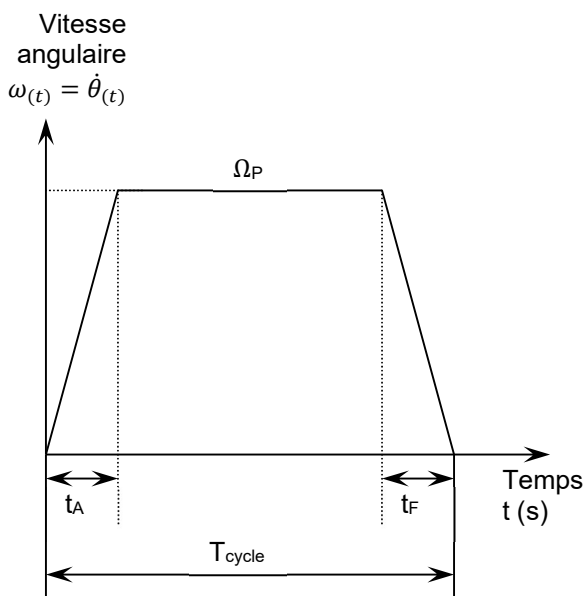
Fig. 21 Modèle 3D simplifié et schéma cinématique de l'érecteur

- Q1.** Établir les expressions des torseurs cinématiques  $\{V_{1/0}\}$ .au point A,  $\{V_{2/1}\}$ .au point A et  $\{V_{3/2}\}$ .au point G.
- Q2.** En appliquant la composition des mouvements, déterminer l'expression du torseur cinématique  $\{V_{3/0}\}$  au point G.
- Q3.** Déterminer, l'expression dans la base  $(\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  de l'accélération  $\overline{a_{G,3/0}}$  du point G appartenant au solide 3 dans son mouvement par rapport au référentiel galiléen  $R_0$  en fonction des caractéristiques dimensionnelles.

Pour les questions suivantes, on considère le seul mouvement de rotation de l'anneau rotatif 2.

Le tunnelier doit permettre une progression de 3 à 20 cm par minute (suivant la nature géologique du terrain). La recherche de temps de cycles de pose des voussoirs réduits et d'un maintien du voussoir garantissant des manipulations en toute sécurité, impose une loi de commande de la rotation  $\theta$  de l'anneau rotatif 2.

Cette loi de vitesse au cours du temps est de type « en trapèze » (figure 22).



Loi de commande en trapèze :

$t_A$  : durée de la phase d'accélération 1 s

$\Omega_P$  : vitesse en régime permanent 16 °/s

$t_F$  : durée de la phase de freinage 1 s

$T_{cycle}$  : durée totale maximale du cycle permettant de respecter la cadence d'avance du tunnelier 12 s

Fig. 22 Courbe de la vitesse angulaire de l'anneau rotatif 2 lors de la mise en position d'un voussoir

La position initiale correspond à la fin de la phase de saisie du voussoir sur la table de convoyage. Le voussoir est alors dans la position  $\theta = -\frac{\pi}{2} rad$ , telle que  $\overline{AG} = -R \cdot \vec{z}_0$ .

- Q4.** Représenter, sur le document réponses, l'allure des courbes d'accélération angulaire et de position angulaire pour les trois phases. Renseigner les tracés avec les caractéristiques connues.
- Q5.** Par le raisonnement de votre choix, déterminer la position angulaire maximale qu'il est possible d'atteindre à la fin du temps de cycle.

Le voussoir le plus éloigné du tapis de convoyage est celui positionné à  $\theta = +\frac{\pi}{2} rad$ . C'est celui qui demande l'angle de rotation le plus grand.

- Q6.** Vérifier qu'avec le cycle proposé  $(T_{cycle}, \Omega_P, t_A, t_F)$ , la pose du voussoir le plus éloigné est possible.

**Partie 2 - Préhension du voussoir**

**L'objectif de cette sous-partie est le suivant :**

- **Rechercher** la valeur de la dépression nécessaire pour garantir le non-décollement, le non-glissement et le non-basculement du voussoir par rapport à la table d'aspiration.

Cette partie porte sur la préhension du voussoir le plus volumineux d'un anneau régulier. La géométrie du voussoir est modélisée par un secteur cylindrique (figure 20).

Lorsque la dépression est créée à l'intérieur des ventouses, celle-ci plaque le voussoir sur la table d'aspiration, en appui sur les joints d'étanchéité.

**A-Géométrie du voussoir le plus volumineux**

**Hypothèses complémentaires :**

- Le voussoir le plus volumineux, celui opposé à la clé par exemple, est modélisé par un secteur cylindrique (figure 20a).
- La masse volumique du matériau constituant le voussoir est supposée uniforme  $\rho = 2,6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ .

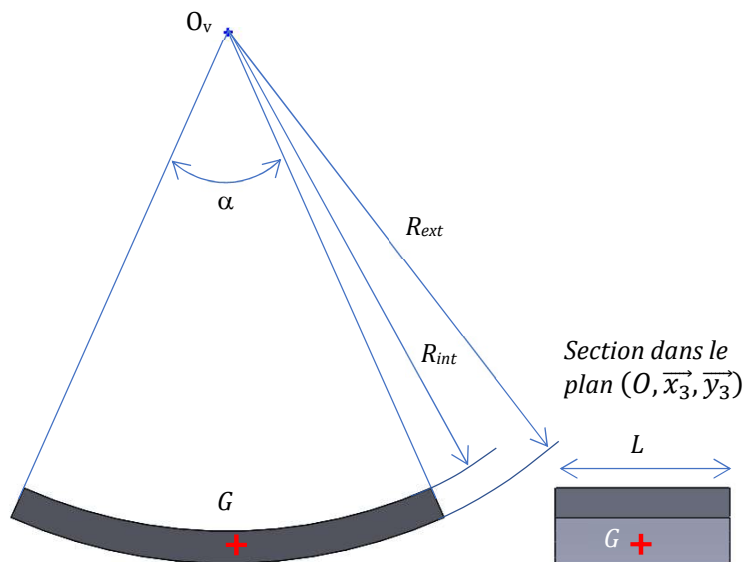


Fig.20a Géométrie du voussoir

**Données générales**

Dimensions du voussoir	$\alpha = 48^\circ$ $L = 1850 \text{ mm}$ $R_{ext} = 5800 \text{ mm}$ $R_{int} = 5450 \text{ mm}$
Accélération de la pesanteur	$g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ avec $\vec{g} = g \cdot \vec{z}_0$
Position du centre de gravité	$\vec{O}_v \vec{G} = R_G \cdot \vec{y}_3$ avec $R_G = 5460 \text{ mm}$

**Q7.** Déterminer l'expression du volume du voussoir le plus volumineux en fonction de ses caractéristiques géométriques (figure 20a). Faire l'application numérique.

**Q8.** En déduire l'expression puis la valeur numérique du poids  $P_v$  du plus gros voussoir.

B- Etude statique en phase de sortie du chariot radial

On s'intéresse à la position de pose du voussoir la plus défavorable pour la tenue par les ventouses.

**Hypothèses complémentaires :**

- On adopte une modélisation plane de l'érecteur dans le plan  $(O, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ .
- On suppose que dans la phase de mise en position, l'évolution de la vitesse est suffisamment faible pour considérer les effets de l'accélération négligeable (étude statique).
- On étudie le voussoir dans la position  $\theta = 0 \text{ rad}$  telle que  $\vec{AG} = R \cdot \vec{y}_0$
- On suppose le voussoir en équilibre strict, c'est-à-dire à la limite du glissement.
- On suppose que la géométrie des ventouses est représentée par une surface cylindrique unique continue de largeur  $l = 1,6 \text{ m}$  dont l'angle de contact est  $\delta = 40^\circ$ .
- Le champ de pression sous la ventouse est celui de la figure 24  
Pour la suite du problème on prendra comme valeur de dépression générée par la pompe à vide  $\Delta p = 0,85 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ .
- Le coefficient de frottement des joints d'étanchéité de la table d'aspiration sur le voussoir en béton est  $\mu_{jb} = 0,65$ , il en résulte un angle du demi-cône de frottement  $\varphi_{jb} = 33^\circ$ .

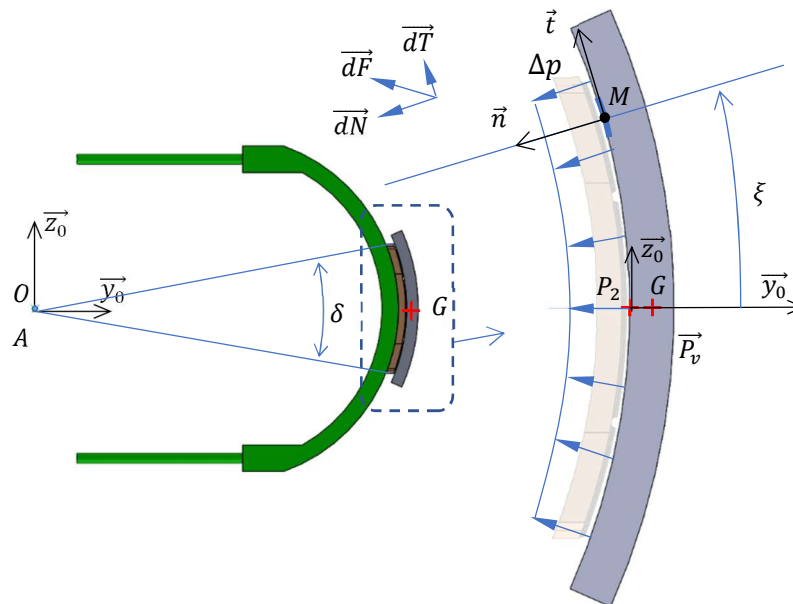


Fig. 24 Représentation des actions de pression sur le voussoir en position horizontale

Pour étudier les actions locales de contact  $\vec{dF}$ , on repère un point courant M appartenant à la surface de contact entre la table d'aspiration et le voussoir par l'angle  $\xi$ .

**Q9.** Donner l'expression de la surface élémentaire  $dS$  en fonction de  $R_{int}$ ,  $d\xi$  et  $L$ .

**Q10.** Donner l'expression de la force élémentaire  $dN$  en fonction de  $\Delta p$  et  $dS$ .

**Q11.** Donner la relation vectorielle entre  $\vec{dF}$ ,  $\vec{dN}$  et  $\vec{dT}$ , en déduire l'expression de  $\vec{dF}$  en fonction de  $\Delta p$ ,  $dS$  et  $\mu_{jb}$  dans la base  $(\vec{n}, \vec{t})$ .

**Q12.** Déterminer l'expression de la force  $\vec{F}$  résultante des actions de pression. Cette force sera exprimée dans la base  $B_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  et placée au point  $P_2$ .

**Hypothèses complémentaires :**

- L'angle formé par les deux normales au contact entre les plots de la table d'aspiration et le voussoir aux points  $P_4$  et  $P_5$  est défini figure 25 par  $\psi = 10^\circ$
- Les actions de contact entre les plots de la table d'aspiration sont représentées par les vecteurs  $\vec{Q}_4$  au point  $P_4$  et  $\vec{Q}_5$  au point  $P_5$ .
- Le coefficient de frottement des plots en acier sur le voussoir en béton est  $\mu_{ab} = 0,27$ , il en résulte une inclinaison des résultantes  $\vec{Q}_4$  et  $\vec{Q}_5$  d'un angle  $\varphi_{ab} = 15^\circ$  par rapport aux normales  $\vec{n}_{P4}$  et  $\vec{n}_{P5}$ .
- Le coefficient de frottement des joints d'étanchéité de la table d'aspiration sur le voussoir en béton est  $\mu_{jb} = 0,6$ , il en résulte une inclinaison de la résultante  $\vec{F}$  par rapport à la normale.  $\varphi_{jb} = 30^\circ$ .
- La résultante des actions de pression de la table d'aspiration sur le voussoir est représentée par la force  $\vec{F}$
- La distance entre les points  $G$  et  $P_2$  étant très faible (10 mm), ses effets seront négligés, c'est-à-dire que  $G$  et  $P_2$  sont considérés confondus et on considèrera que  $\vec{AG} = \vec{AP}_2 = R \cdot \vec{y}_0$ .

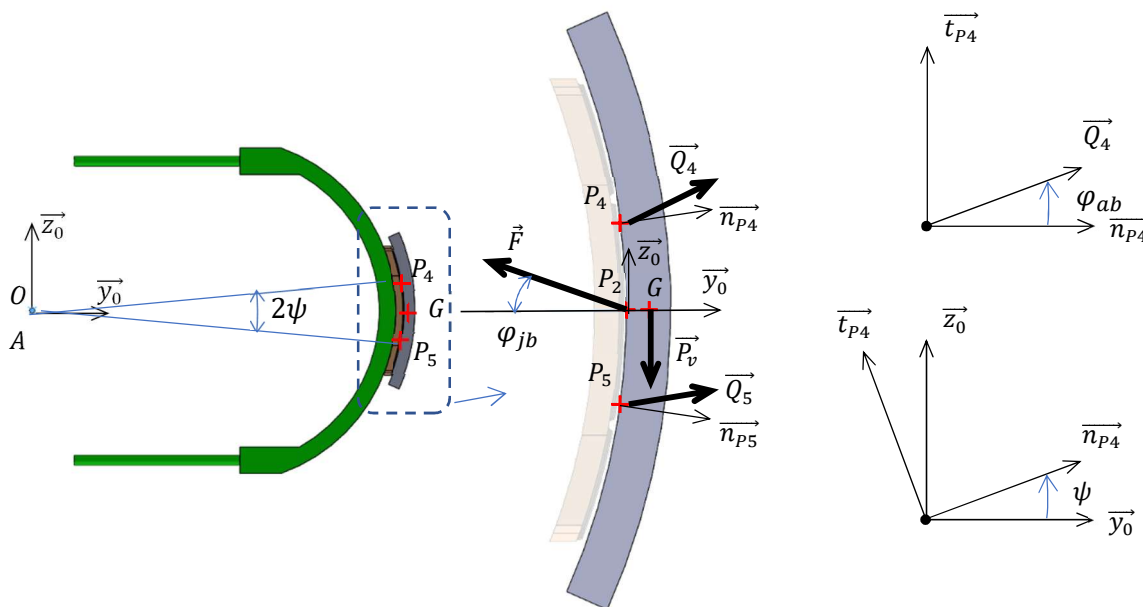


Fig. 25 Représentation des actions mécaniques sur le voussoir en position horizontale

**Q13.** Appliquer le Principe Fondamental de la Statique au voussoir isolé et en déduire l'expression de la pression relative minimale  $\Delta p_{mini}$  permettant d'éviter le glissement au contact table d'aspiration / voussoir, en fonction de  $P_v$ , et des angles  $\varphi_{ab}$  et  $\varphi_{jb}$ .

Préciser le point d'application et la démarche de résolution avant d'entamer les calculs...

**Q14.** La valeur de  $\Delta p_{mini}$  ainsi déterminée est-elle compatible avec la valeur  $\Delta p = 0,85 \cdot 10^5$  Pa générée par la pompe à vide ?

**Partie 3 – Asservissement de la position angulaire de l’anneau rotatif 2**

**L’objectif de cette partie est le suivant :**

- Vérifier que les exigences de stabilité, précision et rapidité de l’asservissement de l’assiette de la tête de l’érecteur à voussoir sont satisfaites.

Après avoir saisi un voussoir et après l’avoir translaté au niveau de l’anneau en construction, l’érecteur effectue une rotation pour positionner le voussoir en face de son emplacement prévu dans la voute de l’anneau.

La position angulaire de l’anneau rotatif de l’érecteur portant le voussoir, appelée « assiette », est définie par  $\theta$  (figure 29). Elle est asservie de façon à faciliter la mise en place du voussoir.

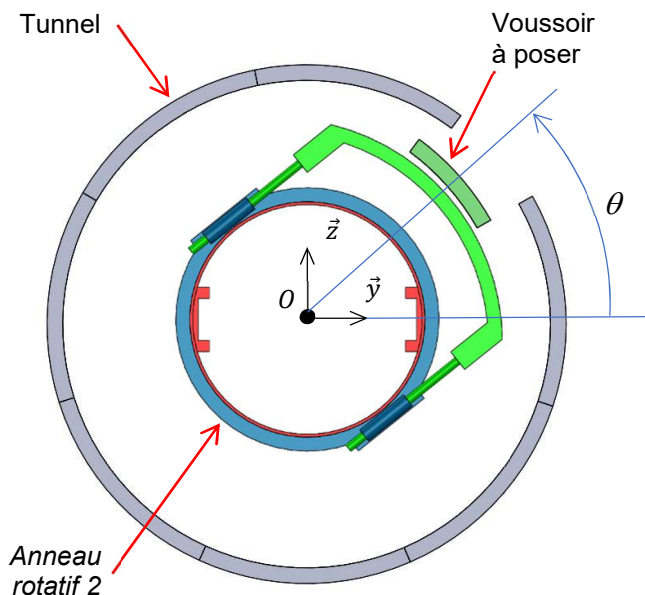


Fig.29 Position angulaire de l’anneau rotatif 2

Le schéma de cet asservissement est détaillé sur la figure 30 :

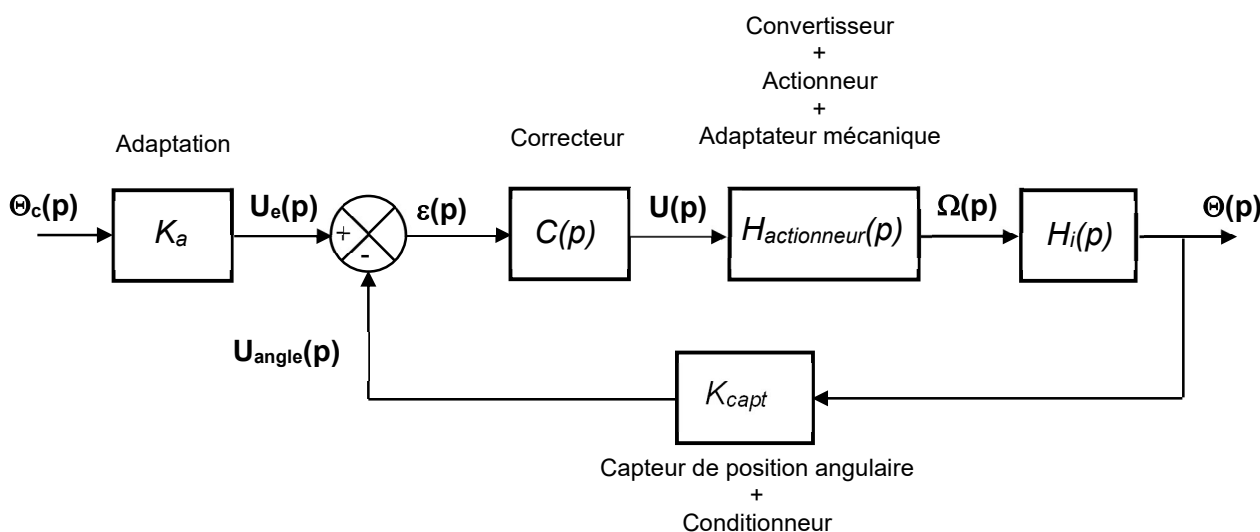


Fig.30 Schéma simplifié de l’asservissement de l’assiette de la tête de l’érecteur

Avec :

$\theta_c(t)$  : consigne de position angulaire de l'anneau rotatif (en rad) (cet angle est également appelé assiette) ;

$u_e(t)$  : tension représentative de la consigne de position angulaire de l'anneau rotatif (en V) ;

$\theta(t)$  : position angulaire de l'anneau rotatif (en rad) ;

$u_{angle}(t)$  : tension représentative de l'angle  $\theta(t)$  (en V) ;

$u(t)$  : tension de commande de l'actionneur (en V) ;

$\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}$  : vitesse de rotation de la tête de l'érecteur en (rad/s) ;

$C(p) = k$  : fonction de transfert du correcteur à action proportionnelle ;

$H_{actionneur}(p)$  : fonction de transfert de l'ensemble constitué du convertisseur, de l'actionneur et de l'adaptateur mécanique (cette fonction de transfert sera à déterminer par identification dans une prochaine question) ;

$K_{capt}$  : gain capteur de position angulaire de la tête de l'érecteur ;

$K_a$  : gain d'adaptation ;

$H_i(p)$  : fonction de transfert permettant le passage de la vitesse angulaire à la position angulaire. (Cette fonction de transfert sera à déterminer dans une prochaine question).

Remarque : par convention, les fonctions dans le domaine de Laplace sont notées avec des majuscules, alors qu'elles sont notées avec des minuscules dans le domaine temporel.

Extrait du cahier des charges relatif à l'asservissement de l'assiette :

Identifiant	Exigence	Critère - Niveau
Id= "1.3.1.1 "	La valeur de l'assiette doit être codée sous forme binaire avec une précision suffisante.	Plus petit angle que l'on peut coder $\theta_{codable} \leq 0,5^\circ$
Id= "1.3.1.1 "	L'incertitude sur la valeur codée de l'assiette doit être faible	Ecart entre valeur réelle et la valeur codée $\varepsilon_{angle} \leq 0,2^\circ$
Id= "1.3.2 "	L'asservissement de l'assiette doit être stable avec une marge de stabilité raisonnable	Stabilité : Marge de phase $M_\phi \geq 45^\circ$ Stabilité : Marge de gain $M_G \geq 10dB$
Id= "1.3.3 "	L'asservissement de l'assiette doit être suffisamment rapide	Temps de réponse à 5% tel que $t_{r5\%} \leq 3 s$
Id= "1.3.4 "	L'asservissement de l'assiette doit être précis	$\varepsilon_{rr-pos} = 0$

**Q15.** Exprimer la relation entre  $K_a$  et  $K_{capt}$  afin que le système soit correctement asservi.

On considèrera cette condition remplie pour la suite.

La fonction de transfert  $H_{actionneur}(p)$  étant inconnue, on souhaite procéder à l'identification de celle-ci en relevant la réponse indicielle (réponse à un échelon unitaire) de l'ensemble constituant ce bloc.

La réponse à un échelon de tension unitaire obtenue est représentée figure 31 du cahier réponses.

**Q16.** Après avoir justifié que la fonction de transfert  $H_{actionneur}(p)$  peut être modélisée par une fonction de transfert de deuxième ordre, identifier ses paramètres caractéristiques  $K_{act}$  (gain statique),  $m$  (amortissement) et  $\omega_0$  (pulsation propre). Préciser les unités.

Faire apparaître les tracés utiles sur le cahier réponses.

**Q17.** Exprimer la fonction de transfert  $H_i(p)$ .

La fonction de transfert de l'ensemble capteur de position angulaire + conditionneur peut être assimilée à un gain  $K_{capt}$  tel que :

$$u_{angle} = 5V \text{ pour } \theta = 2\pi \text{ rad et } u_{angle} = 0V \text{ pour } \theta = 0 \text{ rad.}$$

**Q18.** Déterminer la valeur numérique et l'unité de  $K_{capt}$ .

**Q19.** Donner l'expression littérale de la fonction de transfert en boucle ouverte et l'exprimer sous forme canonique.

Préciser  $\alpha_{BO}$ , la classe de la BO et  $K_{BO}$ , son gain statique. Préciser les unités.

**Q20.** En déduire l'erreur  $\varepsilon_{rr-po}$  de position angulaire faite par le dispositif à la suite d'un échelon de la consigne.

**Q21.** Conclure sur le respect de l'exigence Id= "1.3.4 "concernant la précision de l'asservissement de l'assiette.

Le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte (FTBO(p)) pour le correcteur réglé à  $k = 1$ , est représenté figure 32 sur le cahier réponses.

**Q22.** Indiquer si le système est stable en justifiant la réponse et en précisant éventuellement les valeurs respectives de la marge de phase  $M_\varphi$  et de la marge de gain  $M_G$  qui correspondent à ce réglage.

On souhaite régler le correcteur à action proportionnelle de façon à avoir la plus grande valeur de  $k$  permettant à la fois de satisfaire l'exigence sur la marge de phase ( $M_\varphi \geq 45^\circ$ ) et l'exigence sur la marge de gain ( $M_G \geq 10dB$ )

**Q23.** Déterminer la valeur de  $k$ , appelée  $k_{réglée}$  permettant de satisfaire ces conditions.

Une simulation a permis d'obtenir la réponse à un échelon du système bouclé pour  $k_{réglée}$ . Cette réponse est représentée sur la figure 33 du cahier réponses.

**Q24.** Indiquer la valeur du temps de réponse à 5% notée  $t_{r5\%}$  et conclure sur le respect de l'exigence Id= "1.3.3 "relative à la rapidité du système.

On souhaite transmettre les valeurs de fonctionnement de l'érecteur à une centrale de collecte des données. Pour ce faire, la valeur de la tension  $u_{angle}(t)$  représentative de l'angle  $\theta(t)$  est convertie sous forme numérique à l'aide d'une chaîne d'acquisition. Cette chaîne d'acquisition est composée d'un convertisseur analogique numérique **10 bits** associé à un échantillonneur bloqueur. Le schéma représentatif de cette chaîne d'acquisition est représenté figure 34.

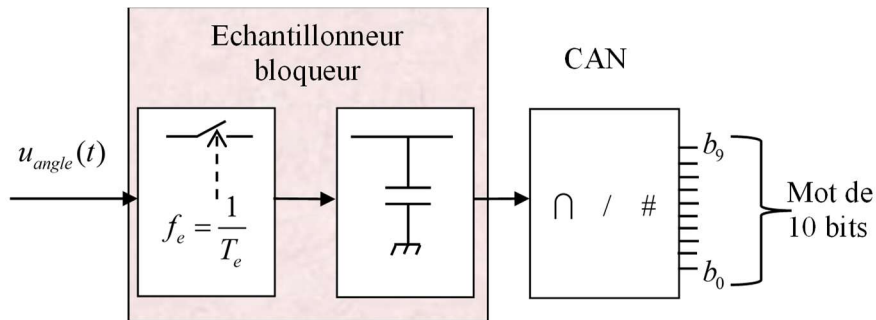


Fig.34 : Schéma représentatif de la chaîne d'acquisition

Le convertisseur analogique numérique (CAN) utilisé est un **CAN 10 bits** dont la tension pleine échelle est  $P_e = 5V$ . Ce convertisseur analogique numérique est à quantification centrée, l'allure partielle de sa caractéristique de transfert est donnée figure 35.

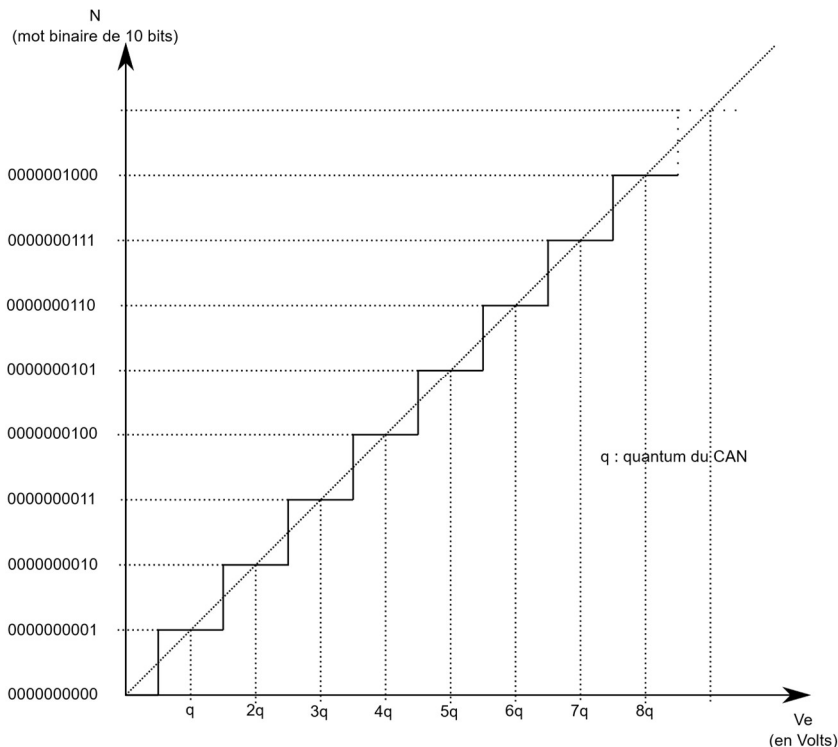


Fig.35 : Allure partielle de la caractéristique de transfert du CAN

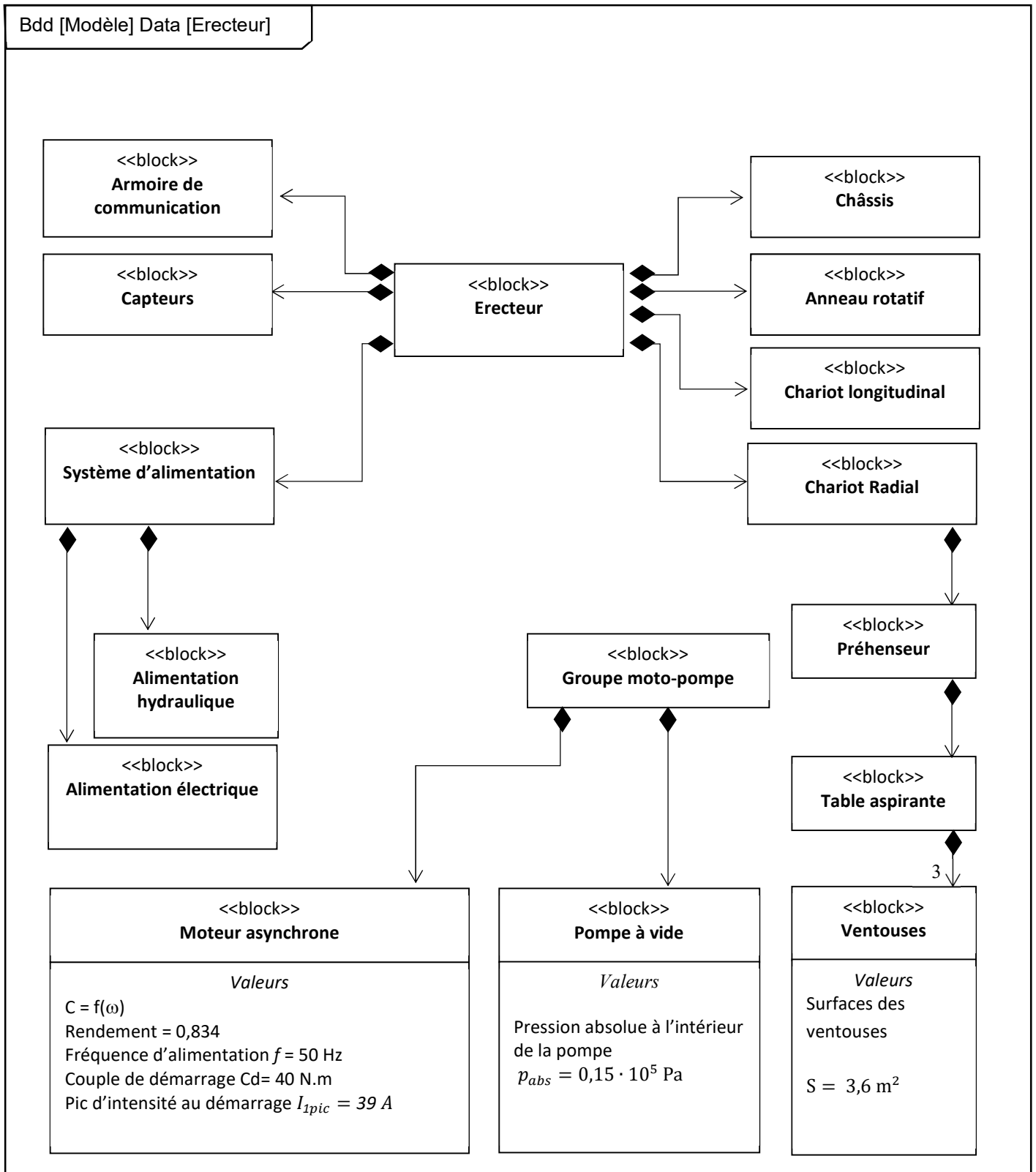
On rappelle que la tension  $u_{angle}(t)$  évolue linéairement entre  $0V$  et  $5V$  pour  $\theta \in [0^\circ, 360^\circ[$

**Q25.** Déterminer la valeur en degrés du plus petit angle  $\theta$  discernable en sortie du CAN.

**Q26.** Conclure sur le respect de l'exigence Id= "1.3.1.1 " relative à la valeur détectable de l'angle  $\theta$  .

Document Annexe 1

Diagramme de définition des blocs de l'Erecteur



Document Annexe 2

Diagramme des exigences de l'Erecteur

