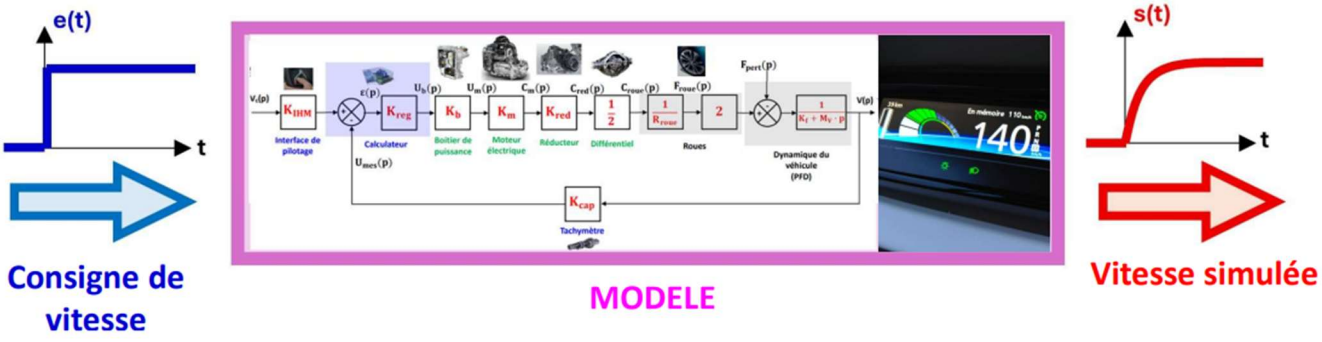
Exercice 1 : **Régulateur de vitesse de la Renault ZOÉ**



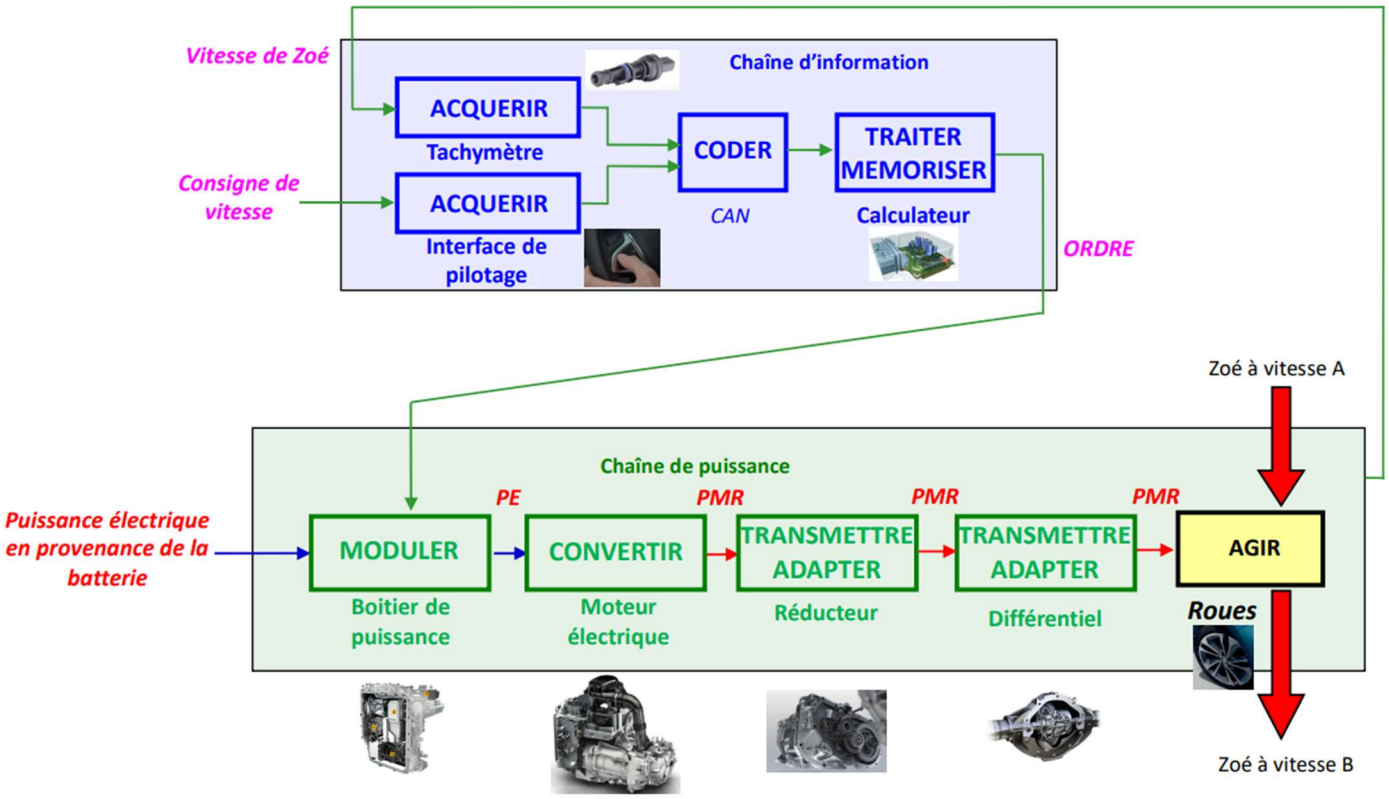
Renault Zoé



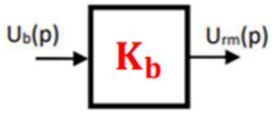
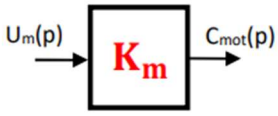
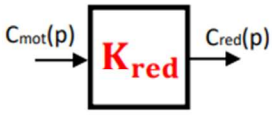
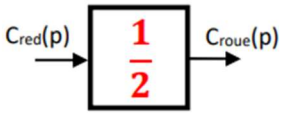
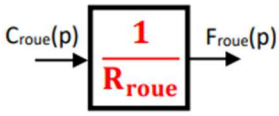
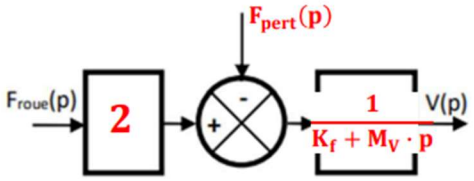
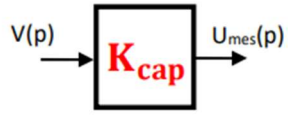
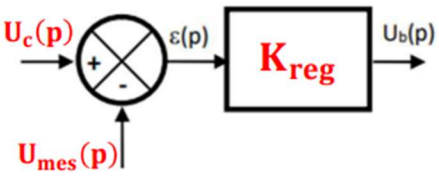
Régulateur de vitesse



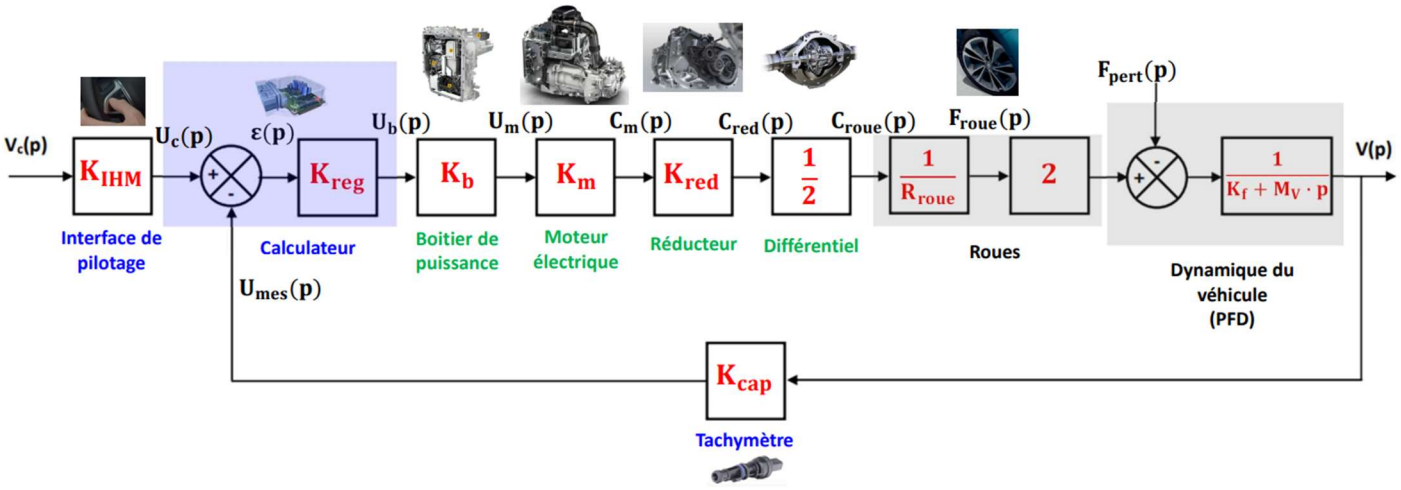
Q1. Q2.



Q3. Q4.

Relation temporelle	Relation(s) dans le domaine de Laplace	Schéma-bloc élémentaire correspondant
Boitier de puissance : $u_m(t) = K_b.u_b(t)$	$U_m(p) = K_b \cdot U_b(p)$	
Moteur électrique : $c_{mot}(t) = K_m.u_m(t)$	$C_{mot}(p) = K_m \cdot U_m(p)$	
Réducteur : $c_{red}(t) = K_{red}.c_{mot}(t)$	$C_{red}(p) = K_{red} \cdot C_{mot}(p)$	
Différentiel : $c_{roue}(t) = \frac{1}{2}.c_{red}(t)$	$C_{roue}(p) = \frac{1}{2} \cdot C_{red}(p)$	
Roue : $f_{roue}(t) = \frac{1}{R_{roue}}.c_{roue}(t)$	$F_{roue}(p) = \frac{1}{R_{roue}} \cdot C_{roue}(p)$	
Dynamique du véhicule : $M_v \frac{dv(t)}{dt} = 2\, f_{roue}(t) - f_f(t) - f_{pert}(t)$ $f_f(t) = K_f.v(t)$	■ $M_v \cdot p \cdot V(p) = 2F_{roue}(p) - F_f(p) - F_{pert}(p)$ ■ $F_f(p) = K_f \cdot V(p)$ $M_v \cdot p \cdot V(p) = 2F_{roue}(p) - K_f \cdot V(p) - F_{pert}(p)$ $2F_{roue}(p) - F_{pert}(p) = (K_f + M_v \cdot p) \cdot V(p)$	
Interface de pilotage : Gain pur K_{IHM} $u_c(t) = K_{IHM} \cdot v_c(t)$	$U_c(p) = K_{IHM} \cdot V_c(p)$	
Prise tachymétrique : Gain pur K_{cap} $u_{mes}(t) = K_{cap} \cdot v(t)$	$U_{mes}(p) = K_{cap} \cdot V(p)$	
Calculateur : $\varepsilon(t) = u_c(t) - u_{mes}(t)$ $u_b(t) = K_{reg}.\varepsilon(t)$	$\varepsilon(p) = U_c(p) - U_{mes}(p)$ $U_b(p) = K_{reg} \cdot \varepsilon(p)$	

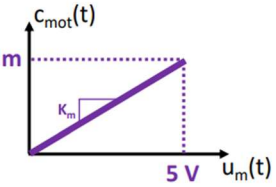
Q5.



Q6.

$c_{mot}(t) = K_m.u_m(t)$

$K_m = 140/5 = 28\ Nm.V^{-1}$



Q7.

L'écart doit être nul quand $v(t) = v_c(t)$

Or $\varepsilon(t) = u_c(t) - u_{mes}(t) = K_{IHM}.v_c(t) - K_{cap}.v(t)$

$\Rightarrow K_{IHM} = K_{cap}$

Q8. Q9.

$$V(p) = H_1(p) \cdot V_c(p) + H_2(p) \cdot F_{pert}(p)$$

avec $H_1(p) = \frac{K_{cap}K^*}{R_{roue}K_f + K^*K_{cap} + R_{roue}M_v \cdot p}$ $H_2(p) = -\frac{R_{roue}}{R_{roue}K_f + K^*K_{cap} + R_{roue}M_v \cdot p}$

FORME CANONIQUE

$$H_1(p) = \frac{K_{cap}K^*}{R_{roue}K_f + K^*K_{cap}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_{roue}M_v}{R_{roue}K_f + K^*K_{cap}} \cdot p}$$

$$H_2(p) = -\frac{R_{roue}}{R_{roue}K_f + K^*K_{cap}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_{roue}M_v}{R_{roue}K_f + K^*K_{cap}} \cdot p}$$

Q10.

$$V(p) = \frac{K_1}{1 + \tau \cdot p} \cdot V_c(p) \quad \text{car } F_{pert}(p) = 0$$

$\Rightarrow v(+\infty) = K_1 V_0$

Consigne de vitesse en échelon : $V_c(p) = \frac{V_0}{p}$

$$V(p) = \frac{K_1}{1 + \tau \cdot p} \cdot \frac{V_0}{p}$$

Théorème de la VALEUR FINALE :

$$\lim_{t \to +\infty} v(t) = \lim_{p \to 0} p \cdot V(p) = \lim_{p \to 0} p \cdot \frac{K_1}{1 + \tau \cdot p} \cdot \frac{V_0}{p} = K_1 V_0$$

Q11.

$$V(p) = \frac{K_1}{1 + \tau \cdot p} \cdot V_c(p) - \frac{K_2}{1 + \tau \cdot p} \cdot F_{pert}(p)$$

$\Rightarrow \Delta v(+\infty) = -K_2 F_0$

$$\Delta V(p) = -\frac{K_2}{1 + \tau \cdot p} \cdot F_{pert}(p)$$

Perturbation constante (échelon) : $F_{pert}(p) = \frac{F_0}{p}$

Théorème de la VALEUR FINALE :

$$\Delta V(p) = -\frac{K_2}{1 + \tau \cdot p} \cdot \frac{F_0}{p}$$

$$\lim_{t \to +\infty} \Delta v(t) = \lim_{p \to 0} p \cdot \Delta V(p) = \lim_{p \to 0} p \cdot \frac{-K_2}{1 + \tau \cdot p} \cdot \frac{F_0}{p} = -K_2 F_0$$

Q12.

$v(+\infty) \neq V_0$ et $\Delta v(+\infty) \neq 0$ => **CDC KO !**

Q13.

$$U_m(p) = \frac{1}{p}\left(K_{reg}\,\varepsilon(p)\right) \xrightarrow[\text{(Heaviside)}]{\mathcal{L}^{-1}} u_m(t) = K_{reg}\int_0^t \varepsilon(t)\,dt$$

D'où l'appellation correcteur intégral

NB : Intégrer dans le domaine temporel "revient" à diviser par p dans le domaine symbolique.

Q14.

A l'aide de l'expression de H(p) donnée et en modifiant $K_{reg} \leftrightarrow \frac{K_{reg}}{p}$ on a :

$$H_c(p) = \frac{3\,\frac{K_{reg}}{p}}{10 + 3\,\frac{K_{reg}}{p} + 25p} = \frac{3\,K_{reg}}{10p + 3K_{reg} + 25p^2}$$

D'où

$$H_c(p) = \frac{1}{1 + \frac{10}{3K_{reg}}p + \frac{25}{3K_{reg}}p^2}$$

On a donc, par identification

$$\begin{cases} K_3 = 1 \quad \text{(gain statique sans unité)} \\ \frac{2\xi}{\omega_0} = \frac{10}{3K_{reg}} \quad (1) \\ \frac{1}{\omega_0^2} = \frac{25}{3K_{reg}} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{3K_{reg}}{25}} = \frac{\sqrt{3K_{reg}}}{5} = \omega_0 \end{cases}$$

(ω_0 : pulsation propre en rad.s^{-1})

En remplaçant ω_0 par son expression dans (1) on obtient :

$$\xi = \frac{1}{2}\cdot\frac{10}{3K_{reg}}\cdot\frac{\sqrt{3K_{reg}}}{5}$$

Soit

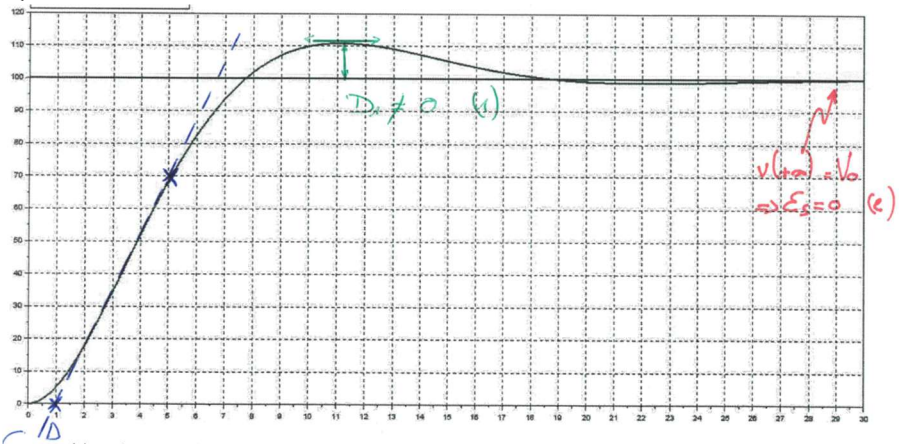
$$\xi = \frac{1}{\sqrt{3K_{reg}}} \quad \text{(amortissement sans unité)}$$

Q15.

$K_3 = 1 \Rightarrow v(+\infty) = V_0$

$\Rightarrow$ CDC OK pour une consigne de vitesse en échelon

Q16.



v(t) en fonction du temps en secondes pour un échelon de consigne de 100 km.h^{-1} avec $K_{reg} = 1$

On peut calculer l'accélération ressentie par le conducteur en déterminant la pente de la droite Δ :

$\gamma \simeq \frac{70-0}{5-1}$ => $\gamma \simeq 14\ m.s^{-2} \simeq 1,5\ g > 0,5\ g$ => CDC KO (rapidité)

(1) => CDC KO (dépassements)

(2) => CDC OK (précision)

Q17.

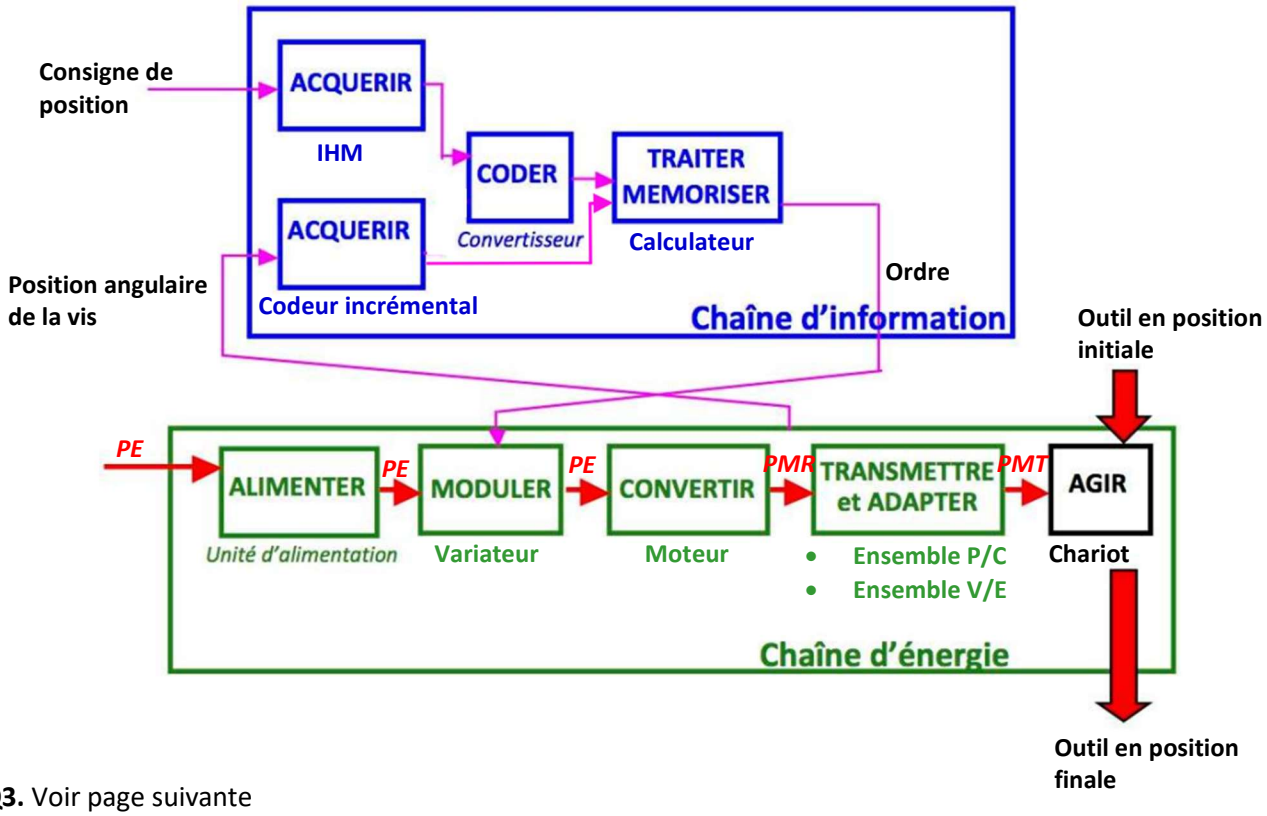
$\xi \geq 1 \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{3}K_{reg}} \geq 1$

$\Leftrightarrow \sqrt{3}K_{reg} \leq 1 \Leftrightarrow K_{reg} \leq \frac{1}{3}$

D'où $K_{reg\,max} = \frac{1}{3}$

Exercice 2 : **Axe linéaire d'une machine-outil**

Q1.



Q2.Q3. Voir page suivante

Q4. La position angulaire de la vis $\theta_v(t)$ est l'intégrale de sa vitesse angulaire $\omega_v(t)$.
Or intégrer dans le domaine temporel revient à diviser par p dans le domaine symbolique
=> la fonction de transfert permettant de passer de $\Omega_v(p)$ à $\Theta_v(p)$ est donc **1/p**

Q5.
Afin que le système soit correctement asservi, il faut $\varepsilon(t) = 0$ quand $x(t) = x_c(t)$.
Or $\varepsilon(t) = u_c(t) - u_{mes}(t) = K_{IHM}.x_c(t) - K_{cap}.\theta_v(t) = K_{IHM}.x_c(t) - K_{cap}/K_{VE}.x(t) =$
=> **$K_{IHM} = K_{cap}/K_{VE}$**

Q2. Q3.

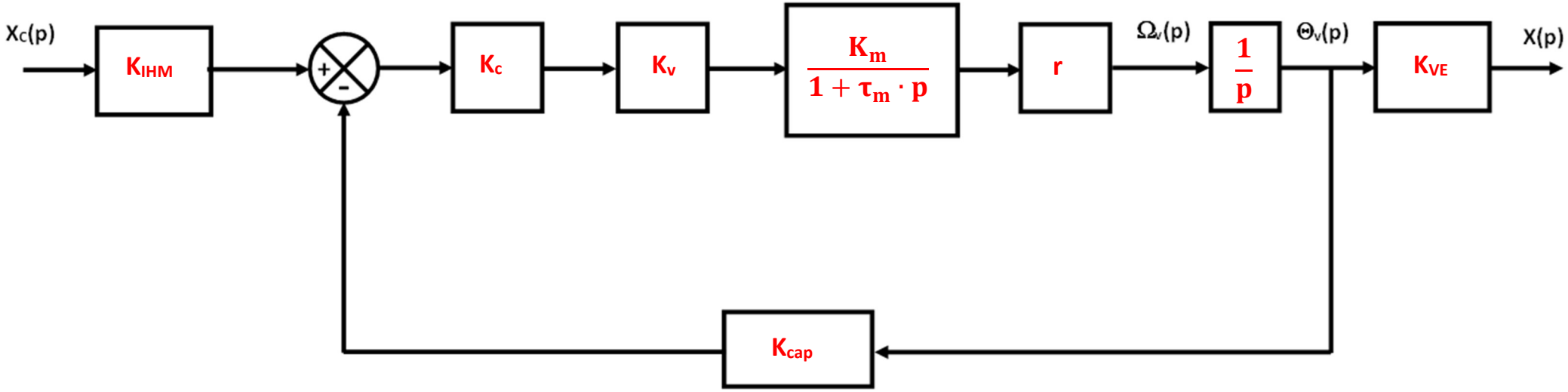


Schéma-blocs de l'axe linéaire complet

Exercice 3 : **Régulation de niveau**

Question 1 : *Appliquer, pour chacun des modèles de connaissance des constituants du système, la transformation de Laplace. Puis indiquer sa fonction de transfert, et enfin en déduire son schéma-bloc.*

Composant	Relation temporelle	Relation dans le domaine de Laplace	Schéma-bloc
Moteur	$\tau.\frac{d\omega_m(t)}{dt}+\omega_m(t)=K_m.u_m(t)$	$\tau.p.\Omega_m(p)+\Omega_m(p)=K_m.U_m(p)$ $\Omega_m(p).(1+\tau.p)=K_m.U_m(p)$ $\frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}=\frac{K_m}{1+\tau.p}$	$U_m(p)$ → $\frac{K_m}{1+\tau.p}$ → $\Omega_m(p)$
Réducteur	$\theta_v(t)=r.\theta_m(t)$	$\Theta_v(p)=r.\Theta_m(p)$ $\frac{\Theta_v(p)}{\Theta_m(p)}=r$	$\Theta_m(p)$ → r → $\Theta_v(p)$
Vanne	$q_e(t)=K_v.\theta_v(t)$	$Q_e(p)=K_v.\Theta_v(p)$ $\frac{Q_e(p)}{\Theta_v(p)}=K_v$	$\Theta_v(p)$ → K_v → $Q_e(p)$
Réservoir	$q_e(t)-q_s(t)=S.\frac{dh(t)}{dt}$	$Q_e(p)-Q_s(p)=S.p.H(p)$ $\frac{H(p)}{Q_e(p)-Q_s(p)}=\frac{1}{S.p}$	$Q_e(p)$ (+), $Q_s(p)$ (−) → $\frac{1}{S.p}$ → $H(p)$
Limnimètre (capteur)	$u_{mes}(t)=a.h(t)$	$U_{mes}(p)=a.H(p)$ $\frac{U_{mes}(p)}{H(p)}=a$	$H(p)$ → a → $U_{mes}(p)$
Régulateur (comparateur + correcteur)	$\varepsilon(t)=u_c(t)-u_{mes}(t)$ $u_m(t)=A.\varepsilon(t)$	$\frac{U_m(p)}{A}=U_c(p)-U_{mes}(p)$ $\frac{U_m(p)}{U_c(p)-U_{mes}(p)}=A$	$U_c(p)$ (+), $U_{mes}(p)$ (−) → $\varepsilon(p)$ → A → $U_m(p)$

Le modèle de connaissance du potentiomètre (transducteur) n'est jamais donné dans les sujets de concours, il faut donc le retrouver !

Question 2 : *Donner cette relation entre $h_c(t)$ et $u_c(t)$ qui assure que $\varepsilon(t)$ soit bien une image de l'erreur du niveau d'eau. En déduire le schéma-bloc correspondant au potentiomètre.*

Lorsque la réponse du système est égale à la consigne, il faut e(p) = 0 afin de cesser la commande de la chaîne d'énergie.

Or $\varepsilon(p) = U_c(p) - U_{mes}(p) = H_{potentio}(p).H_c(p) - a.H(p)$. Lorsque $H(p) = H_c(p)$, il faut donc **$H_{potentio}(p) = a$**, soit un gain pur.

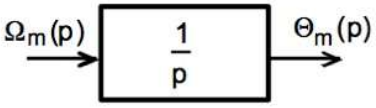
Composant	Relation temporelle	Relation dans le domaine de Laplace	Schéma-bloc
Potentiomètre (transducteur)	$u_c(t) = a.h_c(t)$	$U_c(p) = a.H_c(p)$ $\frac{U_c(p)}{H_c(p)} = a$	

La relation entre vitesse angulaire $\omega_m(t)$ et position angulaire $\theta_m(t)$ du moteur, n'est aussi jamais donnée dans les sujets de concours, il faut donc la connaître.

Question 3 : *Donner donc cette relation temporelle générale qui lie vitesse et position. En déduire le schéma-bloc qui passe de $\Omega_m(p)$ à $\Theta_m(p)$*

La vitesse instantanée linéaire est la dérivée de la position linéaire : $v(t) = \frac{dv(t)}{dt}$.

De même, la vitesse instantanée angulaire est la dérivée de la position angulaire : $\omega_m(t) = \frac{d\theta_m(t)}{dt}$.

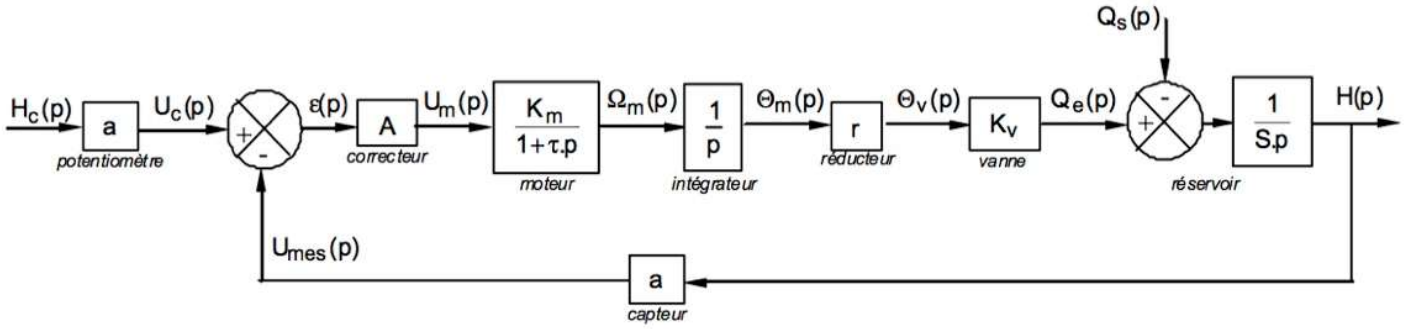
Composant	Relation temporelle	Relation dans le domaine de Laplace	Schéma-bloc
Intégrateur (composant "virtuel")	$\omega_m(t) = \frac{d\theta_m(t)}{dt}$	$\Omega_m(p) = p.\Theta_m(p)$ $\frac{\Theta_m(p)}{\Omega_m(p)} = \frac{1}{p}$	

Ce bloc est appelé intégrateur car la vitesse angulaire est intégrée en position angulaire…

Question 4 : *Donner la variable d'entrée et la variable de sortie du système. Puis, représenter le schéma-bloc du système entier en précisant le nom des constituants sous les blocs, ainsi que les flux d'énergie ou d'information entre les blocs.*

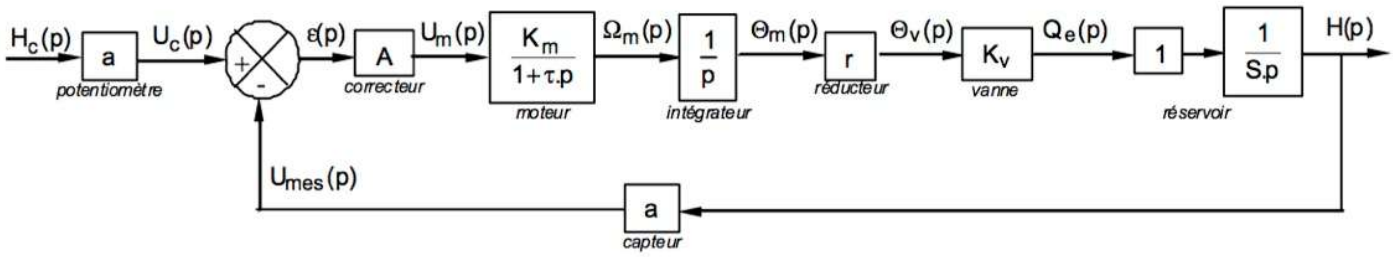
Variable d'entrée (consigne) : $h_c(t)$

Variable de sortie à asservir : $h(t)$



Question 5 : *Déterminer les fonctions de transfert* $F_1(p)=\left.\frac{H(p)}{H_c(p)}\right|_{Q_s(p)=0}$ *et* $F_2(p)=\left.\frac{H(p)}{Q_s(p)}\right|_{H_c(p)=0}$.

Si $Q_s(p)=0$ alors le schéma est similaire à :



$$\text{Donc } F_1(p)=\left.\frac{H(p)}{H_c(p)}\right|_{Q_s(p)=0}=a.\frac{A.\frac{K_m}{1+\tau.p}.\frac{1}{p}.r.K_v.1.\frac{1}{S.p}}{1+a.A.\frac{K_m}{1+\tau.p}.\frac{1}{p}.r.K_v.1.\frac{1}{S.p}}$$

On multiplie le numérateur et le dénominateur, par le dénominateur du dénominateur…

$$F_1(p)=\left.\frac{H(p)}{H_c(p)}\right|_{Q_s(p)=0}=a.\frac{A.K_m.r.K_v}{(1+\tau.p).p.S.p+a.A.K_m.r.K_v}$$

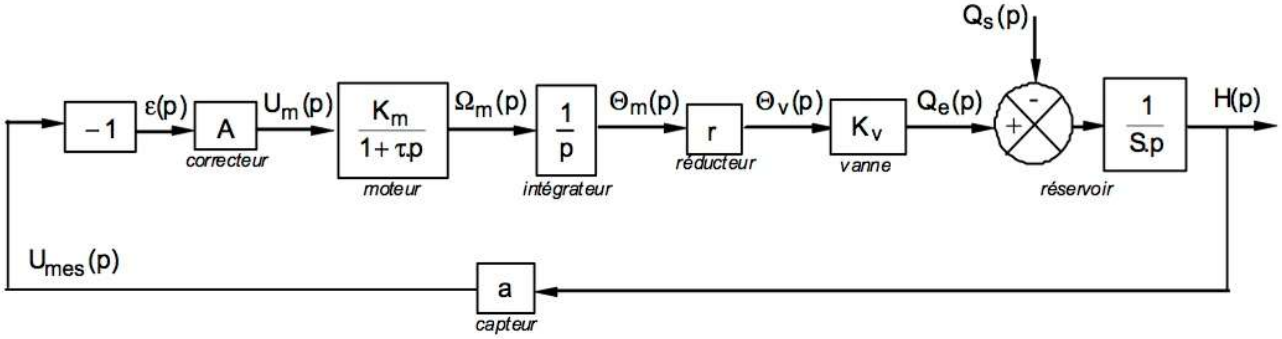
$$F_1(p)=\left.\frac{H(p)}{H_c(p)}\right|_{Q_s(p)=0}=\frac{a.A.K_m.r.K_v}{S.p^2+\tau.S.p^3+a.A.K_m.r.K_v}$$

$$F_1(p)=\left.\frac{H(p)}{H_c(p)}\right|_{Q_s(p)=0}=\frac{a.A.K_m.r.K_v}{a.A.K_m.r.K_v}\frac{1}{1+\frac{S}{a.A.K_m.r.K_v}.p^2+\frac{\tau.S}{a.A.K_m.r.K_v}.p^3}$$

$$F_1(p)=\left.\frac{H(p)}{H_c(p)}\right|_{Q_s(p)=0}=\frac{1}{1+\frac{S}{a.A.K_m.r.K_v}.p^2+\frac{\tau.S}{a.A.K_m.r.K_v}.p^3}$$

Ainsi si $Q_s(p)=0$ alors $H(p)=F_1(p).H_c(p)$

Si $H_c(p)=0$ alors le schéma est similaire à :



$$\text{Donc } F_2(p) = \left.\frac{H(p)}{Q_s(p)}\right|_{H_c(p)=0} = \frac{-\frac{1}{S.p}}{1 - a.(-1).A.\frac{K_m}{1+\tau.p}.\frac{1}{p}.r.K_v.\frac{1}{S.p}}$$

On multiplie le numérateur et le dénominateur, par le dénominateur du dénominateur…

$$F_2(p) = \left.\frac{H(p)}{Q_s(p)}\right|_{H_c(p)=0} = \frac{-(1+\tau.p).p}{(1+\tau.p).p.S.p + a.A.K_m.r.K_v}$$

$$F_2(p) = \left.\frac{H(p)}{Q_s(p)}\right|_{H_c(p)=0} = \frac{-p-\tau.p^2}{S.p^2 + \tau.S.p^3 + a.A.K_m.r.K_v}$$

$$F_2(p) = \left.\frac{H(p)}{Q_s(p)}\right|_{H_c(p)=0} = \frac{-p}{a.A.K_m.r.K_v}.\frac{1+\frac{-\tau.p^2}{-p}}{1+\frac{S}{a.A.K_m.r.K_v}.p^2 + \frac{\tau.S}{a.A.K_m.r.K_v}.p^3}$$

$$F_2(p) = \left.\frac{H(p)}{Q_s(p)}\right|_{H_c(p)=0} = \frac{-p}{a.A.K_m.r.K_v}.\frac{1+\tau.p}{1+\frac{S}{a.A.K_m.r.K_v}.p^2 + \frac{\tau.S}{a.A.K_m.r.K_v}.p^3}$$

Ainsi si $H_c(p) = 0$ alors $H(p) = F_2(p).Q_s(p)$

Question 6 : *En déduire, à l'aide du théorème de superposition, l'expression de* $H(p) = f[H_c(p) + Q_s(p)]$.

Si les 2 entrées sont présentes en même temps, le théorème de superposition nous donne :

$$\boxed{H(p) = F_1(p).H_c(p) + F_2(p).Q_s(p)}$$

Interprétation de $F_1(p)$:

Lorsque la consigne de hauteur $h_c(t)$ est un échelon d'amplitude H_0 : $h_c(t) = H_0$ pout $t > 0$.

On peut donc exprimer :

$$\boxed{\mathbf{H_c(p) = \frac{H_0}{p}}}$$

D'où :

$$\boxed{\mathbf{H(p) = F_1(p) \cdot H_c(p) = \frac{1}{1 + \frac{S}{aAK_m rK_v} \cdot p^2 + \frac{\tau S}{aAK_m rK_v} \cdot p^3} \cdot \frac{H_0}{p}}}$$

Le **théorème de la valeur finale** permet donc d'exprimer la hauteur atteinte en régime permanent :

$$\boxed{\mathbf{h(+\infty) = \lim_{p\to 0} p \cdot H(p) = \lim_{p\to 0} p \cdot \frac{1}{1 + \frac{S}{aAK_m rK_v} \cdot p^2 + \frac{\tau S}{aAK_m rK_v} \cdot p^3} \cdot \frac{H_0}{p} = H_0}}$$

Ou encore l'erreur statique :

$$\boxed{\mathbf{\varepsilon_s = h_c(+\infty) - h(+\infty) = H_0 - H_0 = 0}}$$

<u>Conclusion</u> :

Le système est on ne peut plus précis pour une consigne en échelon.

Interprétation de $F_2(p)$:
Lorsque la perturbation $q_s(t)$ est un échelon d'amplitude Q_0 : $q_s(t) = Q_0$ pout $t > 0$.
On peut donc exprimer :

$$\boxed{\mathbf{Q_s(p) = \frac{Q_0}{p}}}$$

D'où :

$$\boxed{\mathbf{\Delta H(p) = F_2(p) \cdot Q_s(p) = -\frac{p}{aAK_m rK_v} \cdot \frac{1 + \tau \cdot p}{1 + \frac{S}{aAK_m rK_v} \cdot p^2 + \frac{\tau S}{aAK_m rK_v} \cdot p^3} \cdot \frac{Q_0}{p}}}$$

Le **théorème de la valeur finale** permet donc d'exprimer la variation de hauteur atteinte en régime permanent :

$$\boxed{\mathbf{\Delta h(+\infty) = \lim_{p \to 0} p \cdot \Delta H(p) = \lim_{p \to 0} p \cdot \frac{-p}{aAK_m rK_v} \cdot \frac{1 + \tau \cdot p}{1 + \frac{S}{aAK_m rK_v} \cdot p^2 + \frac{\tau S}{aAK_m rK_v} \cdot p^3} \cdot \frac{Q_0}{p} = 0}}$$

Conclusion :

Le système est on ne peut plus précis pour une perturbation en échelon, c'est-à-dire, l'effet d'une perturbation en échelon est nul en régime permanent.